

# 使用 LDC 码的 BI-STCM-ID 系统中的星座映射分析

赵传钢<sup>1</sup>, 李睿凡<sup>2</sup>

ZHAO Chuan-gang<sup>1</sup>, LI Rui-fan<sup>2</sup>

1.北京林业大学 信息学院, 北京 100083

2.北京邮电大学 信息工程学院, 北京 100876

1.Department of Information Science and Technology, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China

2.Department of Information Engineering, Beijing University Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China

E-mail: chgzha02006@126.com

**ZHAO Chuan-gang, LI Mu-fan. Analysis of constellation labeling for bit-interleaved space time coded modulation with linear dispersion code. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(17): 98-100.**

**Abstract:** The problem of constellation mapping in BI-STCM-ID system is investigated. It is proved that, in bit-interleaved space-time coded modulation systems with iterative decoding, when linear dispersion code is used, the problem of optimization of multi-dimensional constellation based on the criterion of maximization of coding gain can be reduced to that of optimization of one dimensional constellation based on the criterion of maximization of harmonic mean of Euclidean distance of constellation point.

**Key words:** space-time coded modulation; constellation labeling; Linear Dispersion Code

**摘要:** 研究了 BI-STCM-ID 系统中的星座映射问题。证明了在使用 LDC(Linear Dispersion Code) 空时编码方案的 BI-STCM-ID 系统中, 基于最大化编码增益的高维星座映射设计优化问题等价于基于最大化欧式距离调和均值的一维星座映射设计优化问题。

**关键词:** 空时编码调制; 星座映射; LDC 码

**DOI:** 10.3778/j.issn.1002-8331.2008.17.029 **文章编号:** 1002-8331(2008)17-0098-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** TN911.22

近来, 空时编码由于能够提供较高的分集增益和频谱效率而成为研究的热点<sup>[1]</sup>。对传统的单天线上的比特交织编码调制系统的星座映射问题已有较多的研究<sup>[2]</sup>, 得到了一些较好的结果。但是, 这些好的星座映射方式对多天线系统(MIMO)来讲并不一定适用。文[3]中研究了 MIMO 瑞利块衰落信道上使用迭代译码的比特交织空时编码问题, 并给出了渐进译码速率的反馈无差错紧界。文[4]考察了不同星座映射方式对使用迭代译码的比特交织空时编码调制系统(BI-STCM-ID)性能的影响, 星座映射方式是用随机搜索方法找到的。文[5]研究了使用 Alamouti 空时编码方案的 BI-STCM-ID 系统的 16QAM 星座的映射方式, 最优的星座映射方式通过解二次型分配(QAP)问题得到。文[5]在最大化渐进编码增益设计准则下研究了使用正交空时块码(OSTBC)调制的 BI-STCM-ID 系统中的星座映射方式, 并证明在使用 OSTBC 码的 BI-STCM-ID 系统中, 最大化编码增益设计准则与一维星座上最大化欧式距离的调和均值设计准则的等价性。

本文讨论 BI-STCM-ID 系统在使用空时编码方案时的星座映射问题, 并证明在 LDC 空时编码方案下, BI-STCM-ID 系统高维星座映射设计的最大化编码增益准则与一维星座设计

的最大化欧式距离调和均值准则是等价的。

## 1 BI-STCM-ID 系统模型

### 1.1 BI-STCM-ID 发端系统

图 1 给出了 BI-STCM-ID 系统的结构。假设信息比特序列经卷积编码器编码后输出编码比特序列  $C$ 。编码比特序列  $C$  经交织后每  $K=mQ$  个比特分为一组  $v=[c^1, \dots, c^k, \dots, c^K]=[v^1 \dots v^n \dots v^Q]$ , 这里,  $c^k \in \{0, 1\}, 1 \leq k \leq K$  且  $v^n = [c^{(n-1)m+1} \dots c^{nm}], 1 \leq n \leq Q$ 。每个比特序列  $v^n$  按照某种映射规则  $\mu$  映射到星座  $\chi$  上的某个

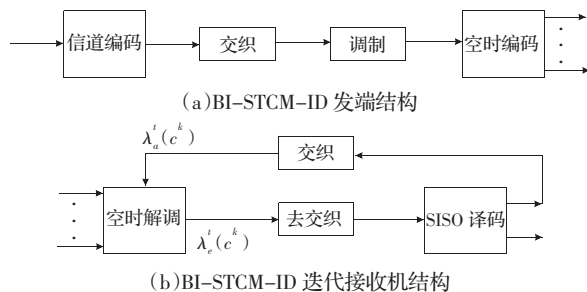


图 1 BI-STCM-ID 系统发射机和接收机结构

基金项目: 国家科技支撑项目(No.2006BAD10A03)。

作者简介: 赵传钢(1971-), 男, 汉族, 讲师, 博士, 主要研究领域为移动通信、计算机网络、人工智能; 李睿凡(1975-), 男, 博士, 讲师, 主要研究领域为智能信息处理。

收稿日期: 2008-01-21 修回日期: 2008-03-31

复信号点  $s^n = \mu(v^n)$ , 星座  $\chi$  上有  $2^m$  个星座点。空时编码器将信息符号向量  $S = (s^1 \cdots s^Q)^T$  作为输入, 形成一个空时码字矩阵  $X = [x_t^i], 1 \leq i \leq N_t, 1 \leq t \leq T$ 。其中,  $x_t^i$  表示第  $t$  个时刻第  $i$  个发送天线上的发送符号,  $T$  表示一个空时码字周期所占的符号周期数目,  $N_t$  表示发送天线数。

在文中用  $\chi$  表示空时码字矩阵的集合, 那么星座  $\chi$  上的映射规则  $\mu: \{0, 1\}^K \rightarrow \chi, \forall X \in \chi$ 。用  $M^{-1}$  表示映射  $M$  的逆映射。如果用  $R_c$  表示卷积编码的码率,  $R_{ST}$  表示空时编码的码率, 那么整个 BI-STCM-ID 系统的传信率为  $R = mR_cR_{ST}$ 。为后面表示方便,  $\chi_k$  令表示这样的空时码字矩阵的  $X$  集合, 码字  $X$  对应的比特映射  $M^{-1}(X)$  的第  $k$  个位置上比特为  $b$ ; 而  $\chi_k$  表示这样的星座信号  $s$  的集合, 其比特映射  $\mu^{-1}(s)$  的第  $k$  个位置上的比特为  $b$ 。

## 1.2 MIMO 信道模型

假设接收端有  $N_r$  个接收天线, 接收符号可以用一个  $N_r \times T$  的矩阵  $Y = [y_l^j]$  表示, 其中  $y_l^j, 1 \leq j \leq N_r, 1 \leq l \leq T$  表示第  $l$  个时刻第  $j$  个天线上的接收符号。信道可以由一个  $N_r \times N_t$  的矩阵  $H = [h_{ij}]$  表示, 其中  $h_{ij}, 1 \leq i \leq N_t, 1 \leq j \leq N_r$  表示第  $i$  个发送天线至第  $j$  个接收天线之间的衰落因子。  $h_{ij}$  相互独立且服从均值为零、每个维度上的方差为 0.5 的高斯分布。另外假设  $H$  在一个空时码字  $X$  内保持不变, 但在不同的空时码字内独立变化。从而使用的信道模型可以表示为

$$Y = HX + W$$

其中  $W$  是一个  $N_r \times T$  的噪声矩阵, 其每个元素均服从均值为 0、每维方差为  $N_0/2$  的复高斯分布。

## 2 BI-STCM-ID 星座映射分析

### 2.1 BI-STCM-ID 系统渐进性能

在理想交织假设下, BI-STCM-ID 系统的渐进误比特率性能可以表示为<sup>[9]</sup>:

$$\lg p_b \approx \frac{rN_t d_f}{10} \left[ (R\Omega^2)_{\text{dB}} + \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_{\text{dB}} \right] \text{const} \quad (1)$$

其中,  $d_f$  表示信道编码的最小汉明距离, 而

$$\Omega^2 = \left[ \frac{1}{K^2} \sum_{k=1}^K \sum_{b=0}^1 \sum_{X \in \chi_k} \left( \prod_{i=1}^r \lambda_i \right)^{-Nr} \right]^{-1/(rN_t)}$$

这里,  $\lambda_i$  表示矩阵  $A = (X-Z)^*(X-Z)$  的非零特征值,  $*$  表示矩阵的共轭转置,  $r$  表示矩阵  $A$  的秩,  $K = mN_t N_r$ 。  $X$  表示发送的空时符号,  $Z$  表示无差错反馈译码符号, 即  $X$  和  $Z$  的比特映射仅在第  $k$  个位置上不同。  $R$  表示码率。

从方程(1)可以看出, 对较大的信噪比值  $E_b/N_0$ , 误比特率曲线的斜率与分集阶数  $rN_t d_f$  成正比, 且随编码增益  $(R\Omega^2)_{\text{dB}}$  平行移动。显然, 为获得最好的误比特率性能, 既要获得最大的分集增益, 也要获得最大的编码增益。为获得最大的分集增益, 需要设计取得最大分集增益的空时码字; 而要获得最大的编码增益  $\Omega^2$ , 需要对  $N_t$  维星座上的比特映射方式  $M$  进行优化。在讨论具体的 BI-STCM-ID 系统星座映射以前, 给出星座上关于星座点的欧式距调和均值概念。

**定义 (欧式距调和均值):** 对任何星座  $\chi$  和其上映射  $\mu$  而言, 其  $p$  阶欧式距调和均值定义如下:

$$\omega^2(\chi, \mu, p) = \left[ \frac{1}{m2^m} \sum_{k=1}^m \sum_{b=0}^1 \sum_{X \in \chi_k} (|s - \hat{s}|^2)^{-p} \right]^{-\frac{1}{p}}$$

其中,  $s$  和  $\hat{s}$  对应的比特序列  $\mu^{-1}(s)$  和  $\mu^{-1}(\hat{s})$  仅在第  $k$  个位置上不同。

### 2.2 使用 LDC 码的 BI-STCM-ID 系统中的星座设计

LDC (Linear Dispersion Code) 可以分为实 LDC 码与复 LDC 码。一个复 LDC 码通常由一组基本矩阵  $\{D_i\}_1^Q$  来定义, 如对应于一个符号向量  $\{s_n\}_1^Q$  的复 LDC 空时码可以由下列方程给出<sup>[8]</sup>:

$$X = \sum_{i=1}^Q s^i D_i$$

此码字  $X$  的第  $k$  行第  $m$  列上的元素  $[X = X(s_1, \dots, s_Q)]_{k,m}$  将在第  $k$  个发送天线的第  $m$  个符号间隔内发送。 LDC 码的性能将由基本码字矩阵  $\{D_i\}_1^Q$  决定。下面将讨论使用一类重要的 LDC 码的 BI-STCM-ID 系统中的星座映射的调和均值准则。

**定理 1 (LDC 码欧式距调和均值准则):** 假设  $X$  是由基本码字矩阵  $\{D_i\}_1^Q$  构造的 LDC 码, 即  $X = \sum_{i=1}^Q s^i D_i$ , 如果满足如下条件:  $\text{rank}(D_1) = \dots = \text{rank}(D_Q) = r$ , 那么有:  $\max_X \Omega^2 = K_c \max_{\mu} \omega^2(\chi,$

$\mu, N_t N_r)$ , 其中,  $K_c = \left( \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q p_q^{-Nr} \right)^{-1/(rN_r)}$ 。这里,  $p_i$  表示矩阵乘积  $D_i^* D_i, i=1, \dots, Q$  的非零特征值的乘积。

**证明:** 仿照前面的定理的证明, 考虑  $k=1, \dots, m$  的情况。对 LDC 码字  $X = \sum_{i=1}^Q s^i D_i$ , 回忆一下  $Z$  和  $\hat{s}$  的定义, 有  $Z = \hat{s}^1 D_1 + \sum_{i=2}^Q s^i D_i$ , 从而  $X - Z = (s_1 - \hat{s}^1) D_1$ , 且  $(X - Z)^*(X - Z) = |s_1 - \hat{s}^1|^2 D_1^* D_1$ 。又因为  $\text{rank}(D_1) = r$ , 因而  $\text{rank}(D_1^* D_1) = r$ , 即  $(X - Z)^H (X - Z)$  有  $r$  个非零特征值。对其他的  $k$ , 可以有同样的结论。从而有:

$$\Omega^2(\chi, M, N_t) = \left[ \frac{1}{K^2} \times \left( \sum_{k \in K_1^k} \sum_{b=0}^1 \sum_{X \in \chi_k} (p_1 (|s^1 - \hat{s}^1|^2)^r)^{-N_t} + \sum_{k \in K_2^k} \sum_{b=0}^1 \sum_{X \in \chi_k} (p_2 (|s^2 - \hat{s}^2|^2)^r)^{-N_t} + \dots + \sum_{k \in K_Q^k} \sum_{b=0}^1 \sum_{X \in \chi_k} (p_Q (|s^Q - \hat{s}^Q|^2)^r)^{-N_t} \right) \right]^{-\frac{1}{rN_t}}$$

$$= \left[ \frac{1}{K^2} \times 2^{(N_t-1)m} \left( (p_1)^{-Nr} \sum_{k=1}^m \sum_{b=0}^1 \sum_{s \in \chi_k} |s - \hat{s}|^{-2rN_t} + (p_2)^{-Nr} \sum_{k=1}^m \sum_{b=0}^1 \sum_{s \in \chi_k} |s - \hat{s}|^{-2rN_t} + \dots + (p_Q)^{-Nr} \sum_{k=1}^m \sum_{b=0}^1 \sum_{s \in \chi_k} |s - \hat{s}|^{-2rN_t} \right) \right]^{-\frac{1}{rN_t}}$$

$$\left[ \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q P_q^{-N_i} \times \frac{1}{m^2} \sum_{k=1}^m \sum_{b=0}^1 \sum_{s \in X_k^c} |s - \hat{s}|^{-2N_i} \right]^{-\frac{1}{N_i}}$$

这样,对编码增益  $\Omega^2$  在所有映射  $M$  上的优化就转化为对  $\omega^2(\chi, M, N_i, N_r)$  在所有映射  $\mu$  的优化。证明完毕。

例 3( $B_2$  空时码):文[7]中表明, $B_2$  空时码在收端天线数目大于 2 时其性能优于 Alamouti 码。其具有下列结构:

$$B_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} u_{11} + \phi u_{12} & \theta(u_{21} + u_{22}) \\ \theta(u_{21} - \phi u_{22}) & u_{11} - \phi u_{12} \end{pmatrix}$$

上述的  $B_2$  空时码方案可以很容易写成下面的形式:

$$B_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( u_{11} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + u_{12} \begin{pmatrix} \phi & 0 \\ 0 & \phi \end{pmatrix} + u_{21} \begin{pmatrix} 0 & \theta \\ -\theta & 0 \end{pmatrix} + u_{22} \begin{pmatrix} 0 & \theta\phi \\ -\theta\phi & 0 \end{pmatrix} \right)$$

显然, $B_2$  空时码是一类特殊的 LDC 码,从而定理 1 对  $B_2$  空时码空时码成立:由计算可知,

$$K_c = \left( \frac{1}{4} (1 + |\theta|^{-4N_r}) \right) (1 + |\phi|^{-4N_r})^{-\frac{1}{N_i}}$$

### 3 结语

本文讨论了 BI-STCM-ID 系统中的星座设计问题,特别是空时编码方案采用 LDC 编码方案的情形。定理 1 的结论使得在使用 LDC 码的 BI-STCM-ID 系统中高位星座映射设计问题

得以简化,对 BI-STCM-ID 系统中的高维星座映射设计有较好理论意义。对于其他空时编码方案是否有同样的结论,则是下一步研究的课题。

### 参考文献:

- [1] Chindapol A, Ritcey J A. Design, analysis, and performance evaluation for BICM-ID with square QAM constellations in Rayleigh fading channels[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2001, 19(5): 944-957.
- [2] Caire G, Taricco G, Biglieri E. Bit interleaved coded modulation[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 1998, 44(5): 927-946.
- [3] Huang Y, Ritcey J A. Tight BER bounds for iteratively decoded bit-interleaved space-time coded modulation[J]. IEEE Communications Letter, 2004, 8(3): 153-155.
- [4] Zhao L, Lampe L, Huber J. Study of bit-interleaved coded space-time modulation with different labeling[C]// Proceeding IEEE Inform Theory Workshop, Paris, France, 2003: 199-202.
- [5] Huang Y, Ritcey J A. Optimal constellation labeling for iteratively decoded bit-interleaved space-time coded modulation[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2005, 51(5): 1865-1870.
- [6] Hassibi B, Hochwald B. Optimal training in space-time systems[C]// Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2000, 1: 743-747.
- [7] Damen M O, Tewfik A, Belfiore J C. A construction of a spacetime code based on number theory[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2002, 48: 753-760.

(上接 66 页)

其他电阻都选为 10 k $\Omega$ , 而 R1、R2、R3、R4、R7、R9 分别对应系统(1)中的 a、b、c、k, 且有一一对应关系。

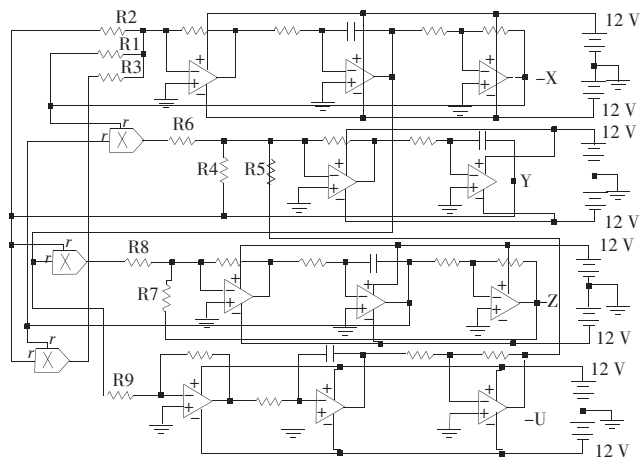


图 3 超混沌电路

图 4 为实验中在示波器上观察到的超混沌吸引子: 其中  $R1=R2=R3=30 \Omega$ , 对应  $a=35$ ;  $R4=700 \Omega$ , 对应  $c=14$ ;  $R7=3 \text{ k}\Omega$ , 对应  $b=3$ ;  $R9=5 \text{ k}\Omega$ , 对应  $k=2$ , 其他电路参数如上所述。

### 4 结束语

本文是在 Lorenz 系统中引入一个状态反馈控制器的方法构造了一个超混沌系统, 系统的超混沌性通过 Lyapunov 指数计算得到了验证。系统具有一个平衡点, 对此新系统的动力学行为进行了分析, 得到了系统丰富的动力学行为, 系统可以处于超混沌或混沌或周期或拟周期, 并指出了不同的动力学行为对

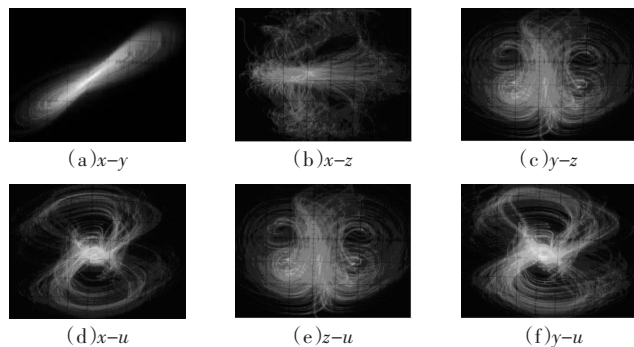


图 4 实验中观察到的系统(1)的超混沌吸引子相图

应的参数取值范围。为了验证系统的超混沌行为, 还设计了一个模拟电子电路并进行了实验, 实验结果与计算机仿真结果完全一致。

### 参考文献:

- [1] 雷跃荣. 一个新的超混沌电路及其电路实现[J]. 重庆邮电大学学报: 自然科学版, 2007, 19(2): 242-244.
- [2] 王光义, 郑艳, 刘敬彪. 一个超混沌 Lorenz 吸引子及其电路实现[J]. 物理学报, 2007, 56(6): 3308-3313.
- [3] 黄润生. 混沌及其应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 1999.
- [4] 周平, 罗小华, 陈海燕. 一个新的混沌系统及其电路实验结果[J]. 物理学报, 2005, 54(11): 5048-5052.
- [5] Li Yuxia, Chen Guangrong, Tang W K. Controlling a Unified Chaotic System to Hyperchaotic[J]. IEEE Trans On Circ Sys (II): EXPRESS BRIEFS, 2005, 52(4): 204-207.
- [6] CHEN Ai-min, LU Jun-an, Lü Jin-hu, et al. Generating hyperchaotic Lü attractor via state feedback control[J]. Physica A, 2006, 364: 103-110.