基于蕴涵算子 L-λ-0-λ-G 的模糊推理的三 I 算法

王作真,张兴芳
WANG Zuo-zhen,ZHANG Xing-fang

聊城大学 数学科学学院,山东 聊城 252059
School of Mathematics Science,Liaocheng University,Liaocheng,Shandong 252059,China
E-mail:wangzuozhen2006@163.com

WANG Zuo-zhen,ZHANG Xing-fang.Triple I method for fuzzy reasoning based on implication operator L-λ-0-λ-G. Computer Engineering and Applications,2008,44(17):56-57.

Abstract: The theory of triple I sustaining method for fuzzy reasoning based on implication operatoris L-λ-0-λ-G is studied.The general formulae of solution of triple I with respect to FMP and FMT models are discussed.
Key words: fuzzy reasoning;implication operator L-λ-0-λ-G;triple I sustaining method

摘　要:研究了基于蕴涵算子L-λ-0-λ-G 模糊推理的 FMP 三 I 支持算法,给出了 FMP 模型和 FMT 模型的三 I 算法的计算公式。
关键词:模糊推理;蕴涵算子L-λ-0-λ-G;三 I 支持算法
DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2008.17.017　**文章编号:**1002-8331(2008)17-0056-02　**文献标识码:**A　**中图分类号:**O231

模糊推理是模糊控制的核心,其推理过程是基于模糊逻辑中的蕴涵关系及推理法则来进行的。Zadeh 于 1973 年首先提出了模糊分离规则(简称 FMP 规则)的 CRI 算法(Compositional Rule of Inference)。此后,针对 CRI 方法人们进行了大量的研究并提出了许多新的派生推理方法。王国俊[6]首先指出了 CRI 方法的若干缺陷与不足,并基于逻辑语义蕴涵理论提出了模糊推理的全蕴涵三 I 算法。其基本思想为:已知 $A(B)\in F(X)\cdot(F(Y))$和 $A^*(B^*)\in F(X)\cdot(F(Y))$时寻求最优的 $B^*(A^*)\in F(X)\cdot(F(X))$使得 $A\to B$ 全力支持 $A^*\to B^*$,即:

$$(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to B^*(y))\tag{1}$$

对一切 $x\in X,y\in Y$ 具有最大的可能值,其中 $F(X)$和 $F(Y)$分别表示 X 和 Y 上的模糊集全体。

运用不同的蕴涵算子进行推理,结果一般不相等,甚至误差很大,这在模糊推理的实际应用中,有一定的冒险性,为此设想运用带参数的蕴涵算子进行模糊推理似乎可以预防冒险性。基于此思想,本文给出了基于张兴芳提出的蕴涵算子族 L-λ-0-λ-G 的 FMP 及 FMT 问题的三 I 支持算法。

1　预备知识

定义 1　设$\to_\lambda:[0,1]^2\to[0,1]$为如下的二元函数:

$$x\to_\lambda y=\begin{cases}1, & x\leqslant y\\ 1-x+\left(2-\dfrac{1}{\lambda}\right)y, & x>y\text{ 且}(1-\lambda)y<\lambda(1-x)\\ y, & x>y\text{ 且 }\lambda(1-x)<(1-\lambda)y\end{cases}$$

其中 $\lambda\in[0,1]$。

当 $\lambda=0,\ \dfrac{1}{2},1$ 时该算子分别是 Gödel 算子、R_0 算子和 Lukasiewicz 算子,因此称它为含 λ 参量的蕴涵算子 $R_{L\lambda0\lambda G}$,其全体称为蕴涵算子族 $L\lambda0\lambda G$。

该算子在三维空间中的几何图像如图 1 所示。

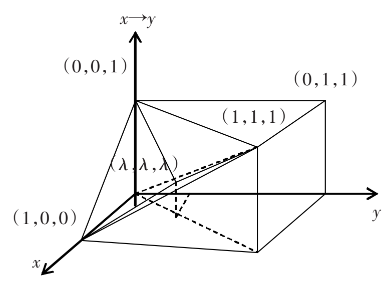

图 1　$R_{L\lambda0\lambda G}$ 的图像

定义 2[10]　设→是[0,1]上的二元运算,如果→满足下列性质:

(1)$x\to y=1$ 当且仅当 $x\leqslant y$;

(2)$1\to y=y$;

(3)$x\to y$ 关于 y 单调递增,关于 x 单调递减;

(4)$x\to\bigwedge_{i\in I}y_i=\bigwedge_{i\in I}(x\to y_i)$,$(\bigvee_{i\in I}x_i)\to y=\bigwedge_{i\in I}(x_i\to y)$;

(5)$x\leqslant y\to z$ 当且仅当 $y\leqslant x\to z$;

(6)$x\to(y\to z)=y\to(x\to z)$。

则称模糊蕴涵算子→满足正则性。

定理 1[11]　当 $\lambda\in(\dfrac{1}{2},1)$时,含参量 λ 的蕴涵算子 $R_{L\lambda0\lambda G}$ 满足正则条件(1)~(5),但不满足条件(6)。

定理 2[11]　当 $\lambda\in(0,\dfrac{1}{2})$时,含参量 λ 的蕴涵算子 $R_{L\lambda0\lambda G}$ 仅

基金项目:山东省自然科学基金(the Natural Science Foundation of Shandong Province of China under Grant No.Y2003A01)。
作者简介:王作真(1983-),女,研究生,主研领域为模糊逻辑与近似推理;张兴芳(1957-),女,教授,研究生导师,主研究域为模糊逻辑与近似推理。
收稿日期:2007-09-04　**修回日期:**2007-11-20

满足正则条件(1)、(2)。

2 FMP 模型的全蕴涵三 I 支持算法

三 I 原则(FMP):设 X,Y 为非空集,$F(X),F(Y)$ 分别表示 X,Y 上的模糊子集的全体构成的集合。已知 $A(x),A^*(x)\in F(X)$,$B(y)\in F(Y)$,寻求最小的模糊集 $B^*(y)\in F(Y)$,使得:

$$(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to B^*(y))\tag{1}$$

对一切 $x\in X$ 与 $y\in Y$ 具有最大的可能值。

关于 FMP 模型的三 I 支持解有如下定理:

定理 3(三 IFMP 算法) FMP 问题的三 I 解 $B^*(y)$ 如下式:

$$B^*(y)=\sup_{x\in E_y\cap K_y}\{A^*(x)\wedge R(A(x),B(y))\}\chi_{E_y\cap K_y}+\sup_{x\in E_y^c\cap K_y^c}\{A^*(x)\wedge(\frac{1}{2-\frac{1}{\lambda}}(R(A(x),B(y))-1+A^*(x)))\}\chi_{E_y^c\cap K_y^c},y\in Y$$

其中 $E_y=\{x|R(A(x),B(y))>A^*(x)\}$,$K_y=\{x|\lambda(1-R(A(x),B(y)))\leqslant(1-\lambda)A^*(x)\}$。

证明 一方面,对于任意的 $y\in Y$ 和满足 $C(y)\geqslant B^*(y)$ 的 $C(y)\in F(Y)$,$C(y)$ 使得式(1)取最大值 1。

$$C(y)\geqslant\sup_{x\in E_y\cap K_y}\{A^*(x)\wedge R(A(x),B(y))\}\chi_{E_y\cap K_y},+\sup_{x\in E_y^c\cap K_y^c}\{A^*(x)\wedge(\frac{1}{2-\frac{1}{\lambda}}(R(A(x),B(y))-1+A^*(x)))\}\chi_{E_y^c\cap K_y^c}$$

(1)对于任意的 $x\in E_y\cap K_y$,由 $C(y)\geqslant B^*(y)$ 知:

若 $C(y)\geqslant A^*(x)$,$(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to C(y))\geqslant(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to A^*(x))=R(A(x),B(y))\to 1=1$;

若 $C(y)<A^*(x)$,则 $C(y)\geqslant R(A(x),B(y))$,$(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to C(y))=R(A(x),B(y))\to C(y)\geqslant 1$。

(2)对于 $x\in E_y^c\cap K_y^c$,若 $C(y)\geqslant A^*(x)$,结论同(1)中的结论。否则有:$C(y)\geqslant\frac{1}{2-\frac{1}{\lambda}}(R(A(x),B(y))-1+A^*(x))$,从而:$(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to C(y))=R(A(x),B(y))\to(1-A^*(x)+C(y)(2-\frac{1}{\lambda}))\geqslant 1$。

另一方面,若存在 $y_0\in Y$ 满足 $D(y_0)<B^*(y_0)$,则 $D(y_0)$ 不会使式(1)取得最大值 1。

事实上,由 $D(y_0)<B^*(y_0)$ 知,存在 $x_0\in X$,使得:

$$D(y_0)<\sup_{x_0\in E_{y0}\cap K_{y0}}\{A^*(x_0)\wedge R(A(x_0),B(y_0))\}\chi_{E_{y0}\cap K_{y0}}+\sup_{x_0\in E_{y0}^c\cap K_{y0}^c}\{A^*(x_0)\wedge(\frac{1}{2-\frac{1}{\lambda}}(R(A(x_0),B(y_0))-1+A^*(x_0)))\}\chi_{E_{y0}^c\cap K_{y0}^c}$$

从而:

$D(y_0)<A^*(x_0)$ 且 $D(y_0)<R(A(x_0),B(y_0))$

或者:

$D(y_0)<R(A(x_0),B(y_0))$ 且 $D(y_0)<\frac{1}{2-\frac{1}{\lambda}}(R(A(x_0),B(y_0))-1+A^*(x_0))$

所以:

$(A(x_0)\to B(y_0))\to(A^*(x_0)\to D(y_0))<1$

综上所述,$B^*(y)$ 是 $F(Y)$ 中具有上述性质的最小模糊集。

3 FMT 模型的全蕴涵三 I 支持算法

三 I 原则(FMT):设 X,Y 为非空集,$F(X),F(Y)$ 分别表示 X,Y 上的模糊子集的全体构成的集合。已知 $A(x)\in F(X)$,$B(y)$,$B^*(y)\in F(Y)$,寻求最大的模糊集 $A^*(x)\in F(Y)$,使得式(1)对一切 $x\in X$ 与 $y\in Y$ 具有最大的可能值。

关于 FMT 模型的三 I 支持解有如下定理:

定理 4(三 IFMT 算法) FMP 问题的三 I 解 $A^*(x)$ 如下式:

$$A^*(x)=\inf_{y\in Y}\{B^*(y)\vee((2-\frac{1}{\lambda})B^*(y)+1-R(A(x),B(y)))\},x\in X$$

证明 一方面,对于任意的 $x\in X$ 和满足 $C(x)\leqslant A^*(x)$ 的 $C(x)\in F(x)$,$C(x)$ 使得式(1)取最大值 1。

事实上,对于任意的 $y\in Y$,由 $C(x)\leqslant A^*(x)$ 得:

$C(x)\leqslant B^*(y)\vee((2-\frac{1}{\lambda})B^*(y)+1-R(A(x),B(y)))$

(1)若 $C(x)\leqslant B^*(y)$,则:

$(A(x)\to B(y))\to(C(x)\to B^*(y))\geqslant(A(x)\to B(y))\to(B^*(x)\to B^*(y))=1$

(2)若 $C(x)>B^*(y)$,则:

$C(x)\leqslant(2-\frac{1}{\lambda})B^*(y)+1-R(A(x),B(y))$

$(A(x)\to B(y))\to(C(x)\to B^*(y))=R(A(x),B(y))\to(1-C(x)+B^*(y)(2-\frac{1}{\lambda}))\geqslant 1$

另一方面,若存在 $x_0\in X$ 满足 $D(x_0)>A^*(x_0)$,则 $D(x_0)$ 不会使得式(1)取最大值 1。

事实上,由 $D(x_0)>A^*(x_0)$ 知,存在 $y_0\in Y$,使得:$D(x_0)>B^*(y_0)\vee((2-\frac{1}{\lambda})B^*(y_0)+1-R(A(x_0),B(y_0)))$,从而:$D(y_0)>B^*(y_0)$ 且 $D(y_0)>((2-\frac{1}{\lambda})B^*(y_0)+1-R(A(x_0),B(y_0)))$。所以:$(A(x_0)\to B(y_0))\to(D(x_0)\to B^*(y_0))\leqslant 1$。

综合所述,$A^*(x)$ 是 $F(x)$ 中具有上述性质的最大模糊集。

4 结束语

本文采用了具有良好性质的蕴涵算子 $L-\lambda-0-\lambda-G$:给出了一般化的三 I 方法的 FMP 公式与 FMT 公式。所得结果进一步完善和丰富了三 I 方法的理论。进而可望为实现新型模糊控制器的某些性能指标提供必要的理论依据。

参考文献:

[1] Klement E P,Navara M.Propositional fuzzy logics based on frank t-norms:a comparison[M]//Dubois D.Fuzzy Sets,Logics and Reasoning about Knowledge.USA:Kluwer Academic Publishers,1999.

[2] Whale T.Parameterized R-implications[J].Fuzzy Sets and Systems,2003,134:231-281.

[3] 张小红.基于 Schweizer-Sklar$T$-范数的模糊逻辑系统 UL*[J].中国科学:E 辑,2005,35(12):1314-1326.

[4] 张兴芳,孟广武.蕴涵算子族及其应用[J].计算机学报,2007,30(3):448-453.

[5] 王琼,何一农,宋振明.基于剩余蕴涵的模糊三 I 方法的支持度[J].西南交通大学学报,2004,39(4):550-553.

[6] 王国俊.模糊推理的全蕴涵三 I 算法[J].中国科学:E 辑,1999,29(1):43-53.

(下转 60 页)