

【文章编号】 1004-1540(2008)03-0229-04

# 疲劳裂纹扩展预测模型及其应用

徐 晖<sup>1</sup>, 谢正文<sup>2</sup>, 孔凡玉<sup>2</sup>

(1. 衢州市特种设备检验中心, 浙江 衢州 324000;

2. 中国计量学院 质量与安全工程学院, 浙江 杭州 310018)

**【摘要】** 在分析了灰色预测方法和支持向量机各自的优缺点基础上, 提出了将二者相结合的一种新的预测模型——灰色支持向量机裂纹扩展预测模型. 新模型发挥了灰色预测方法中“累加生成”的优点, 弱化了原始序列中随机扰动因素的影响, 增强了数据的规律性, 同时避免了灰色预测方法及模型存在的理论缺陷. 工程实例表明, 文章所提出的裂纹扩展预测模型较传统的 GM(1,1)模型、等维 GM(1,1)模型精度都有所提高, 为预测疲劳裂纹扩展提供了一种新的方法.

**【关键词】** 灰色预测; 支持向量; 时间序列; 疲劳裂纹扩展

**【中图分类号】** TG113.26

**【文献标识码】** A

## Fatigue crack propagation forecasting model and its applications

XU Hui<sup>1</sup>, XIE Zheng-wen<sup>2</sup>, KONG Fan-yu<sup>2</sup>

(1. Quzhou Special Equipment Inspection & Testing Center Zhejiang, Quzhou 32400, China;

2. College of Quality and Safety Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** The advantages and disadvantages of grey forecasting methods and support vector machines(SVM) were analyzed respectively. A new fatigue crack propagation forecasting model of grey support vector machines is proposed. The new model develops the advantages of accumulation generation in the grey forecasting method, weakens the effect of stochastic disturbing factors in the original sequence, strengthens the regularity of data, and avoids the theoretical defects existing in the grey forecasting model. The analysis of engineering practice indicates that the entropy weight combined forecasting model forecasts well with obvious advantages.

**Key words:** grey theory; support vector machine; time sequence; fatigue crack propagation

连接结构件的疲劳失效是影响行车结构安全的重要破坏因素之一, 准确迅速地预测疲劳裂纹的扩展进程具有十分重要的现实意义和显著的经

济效益. 目前疲劳裂纹预测方法通常可分为两类: 其一为不考虑裂纹扩展机制, 只根据裂纹扩展数据, 运用恰当的数学方法建立裂纹尺寸随构件工

**【收稿日期】** 2008-04-25

**【基金项目】** 浙江省教育厅科研基金资助项目(No. Y200702680)

**【作者简介】** 徐 晖(1975-), 女, 浙江常山人, 工程师. 主要研究方向为特种设备检测等.

作寿命变化的数学模型;其二为根据裂纹扩展机制,结合恰当的数据处理方法建立的传统的二维疲劳裂纹扩展寿命模型.疲劳裂纹的扩展预测可以看成是一个关于裂纹长度的时间序列预测问题,可以通过采用建立数学模型进行预测计算.而在裂纹扩展过程中,裂纹扩展速率受各种不确定性因素的影响,且各参数大多具有分散性,因此裂纹扩展寿命是一个随机变量,属于不确定系统<sup>[1]</sup>.本文旨在利用支持向量基理论,结合灰色预测理论建立新的疲劳裂纹扩展预测模型,并对某行车连杆进行了应用.

## 1 灰色预测模型

灰色预测模型在预测中常用的是 GM(1,1)模型,它是 GM(1, n)模型中,当  $N=1$  时的特例<sup>[2]</sup>.虽然灰色 GM(1,1)预测模型具有所需样本数据少,运算简便等特点,但理论上要求进行一次累加生成后的序列  $X^{(1)}$  具有近似指数变化规律,同时对参数  $a$  和  $u$  的求解算法也存在一些理论缺陷,许多学者对此进行了研究并进行了改进<sup>[3,4]</sup>.

## 2 支持向量机预测模型原理

支持向量机是神经网络领域的最新成果,Vapnik 等人根据统计学理论提出的一种新的通用学习方法,它建立在统计学的 VC 维理论和结构风险最小原理基础上,能较好地解决小样本、非线性、高维数和局部极小点等实际问题,已成为机器学习界的研究热点之一,并成功应用于分类、函数逼近和时间序列预测等方面<sup>[5,6]</sup>.

通过实测获得前期疲劳裂纹扩展数据的样本集  $\{(x_1, y_1), \dots, (x_l, y_l)\}$ ,  $x_i \in \mathbf{R}^n, y_i \in \mathbf{R}^1$ . 其中  $x_i$  是沉降影响因素,  $y_i$  为沉降值. 使之通过训练后,用一非线性回归函数  $f(\cdot)$  描述  $x_i$  与  $y_i$  之间的非线性映射,对于实测值以外的  $x_i$  通过  $f(\cdot)$  找出对应的  $y_i$ , 即后期裂纹扩展长度. 考虑线性回归,设线性回归函数  $f(x) = wx + b$ , 假定所有样本数据点在精度  $\epsilon$  下无误差地用  $f(x)$  拟合,即

$$|y_i - wx_i - b| \leq \epsilon (i = 1, \dots, l) \quad (1)$$

对于存在拟合误差的情况,引入松弛变量  $\xi_i \geq 0, \xi_i^* \geq 0$ , 则线性函数回归问题变为:

$$\begin{aligned} \text{Min} \phi(w, b, \xi_i) &= \frac{1}{2} w^2 + c \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) \quad (2) \\ &\left. \begin{aligned} y_i - wx_i - b &\leq \epsilon + \xi_i \\ wx_i - b - y_i &\leq \epsilon + \xi_i^* \\ \xi_i &\geq 0 \\ \xi_i^* &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

式(3)中:  $c > 0$ , 表示对超出误差  $\epsilon$  的样本的惩罚程度.

目标函数是严格上凹的二次型,约束函数是下凹的,这是一个严格凸规划.按照最优化理论中凸二次规划的解法,可以转化为下列对偶问题:

$$\begin{aligned} \text{Max} W(a, \alpha^*) \Big|_{w, b, \xi_i, \xi_i^*} &= \\ &- \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (a_i - \alpha_i^*)(a_j - \alpha_j^*)(x_i x_j) - \\ &\sum_{i=1}^l (a_i + \alpha_i^*) \epsilon + \sum_{i=1}^l (a_i - \alpha_j^*) y_i \quad (4) \\ &\sum_{i=1}^l (a_i - \alpha_i^*) = 0 \\ &0 \leq \alpha_i, \alpha_i^* \leq C, i = 1, \dots, l \quad (5) \end{aligned}$$

对于非线性函数回归问题,可以通过一非线性映射( $x \rightarrow \varphi(x)$ )把输入数据映射到一高维特征空间,然后在该高维特征空间进行线性回归,从而取得在原空间非线性回归的效果.根据上述思想,非线性函数回归问题可以转化在约束式(5)下求解下述非线性规划问题:

$$\begin{aligned} \text{Max} W(a, \alpha^*) \Big|_{w, b, \xi_i, \xi_i^*} &= \\ &- \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (a_i - \alpha_i^*)(a_j - \alpha_j^*) [(\bar{\omega}(x_i) \bar{\omega}(x_j))] \{ \\ &- \sum_{i=1}^l (a_i + \alpha_i^*) \epsilon + \sum_{i=1}^l (a_i - \alpha_j^*) y_i \quad (6) \end{aligned}$$

令  $K(x_i, x_j) = \varphi(x_i) \varphi(x_j)$ , 则式(6)为

$$\begin{aligned} \text{Max} W(a, \alpha^*) \Big|_{w, b, \xi_i, \xi_i^*} &= \\ &- \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (a_i - \alpha_i^*)(a_j - \alpha_j^*) K(x_i, x_j) \\ &- \sum_{i=1}^l (a_i + \alpha_i^*) \epsilon + \sum_{i=1}^l (a_i - \alpha_j^*) y_i \quad (7) \end{aligned}$$

此时,函数  $f(x)$  可表示为

$$f(x) = \sum_{i=1}^l (a_i - \alpha_i^*) K(x_i, x_j) + b \quad (8)$$

其中  $a_i - \alpha_i^* \neq 0$  对应的  $x_i$  为支持向量;偏置量  $b$  可以通过 KTT 条件计算;  $K(x_i, x_j)$  称为核函数.

应用现成的优化软件包,进行二次规划问题

求解.有关文献提出了一些 SVM 算法,Cortes 和 Vapnik 提出了 Chunking 算法,Platt 提出了序贯最小优化算法(SMO)等<sup>[7-10]</sup>.

### 3 灰色支持向量机疲劳裂纹扩展预测

将灰色预测方法和支持向量机相结合的一种新的预测模型,新模型首先利用灰色预测方法将原始序列进行一次累加生成,削弱原始数据序列中随机扰动因素的影响,使离乱的原始数据中蕴涵的规律充分显露出来,增强数据的规律性,然后利用支持向量机拟合非线性数据能力的优势对新序列建立预测模型,最后将预测结果进行累减还原得预测值.具体算法设计如下:

1) 首先对原始序列取  $\lambda$  次幂( $0 < \lambda < 1$ ),  $\lambda$  可根据具体情况取不同的值.

$$X^{(0)} = \{(x^{(0)}(1))^\lambda, (x^{(0)}(2))^\lambda, \dots, (x^{(0)}(n))^\lambda\} (x^{(0)}(i))^\lambda > 0, i = 1, 2, \dots, n$$

再进行一次累加得生成序列

$$X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$$

其中:  $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n;$

2) 选择核函数  $K(X_i, X)$ ;

3) 采用支持向量机方法,求解优化问题式(3),式(4),找出支持向量  $X_i, i = 1, 2, \dots, N;$

4) 构造回归函数

$$f(X) = \sum (\bar{\alpha}_i^* - \bar{\alpha})K(X_i, X) + \bar{b};$$

5) 计算累加序列  $X^{(1)}$  的预测值  $\hat{X}^{(1)}$ ;

6) 对  $\hat{X}^{(1)}$  进行“累减还原”,得到原始数据序列  $X^{(0)}$  的预测模型;

$$\hat{X}^{(0)}(k+1) = \hat{X}^{(1)}(k+1) - \hat{X}^{(1)}(k),$$

$$k = n+1, n+2, \dots$$

7) 取  $1/\lambda$  次幂还原得最终预测值;

8) 模型精度检验.

具体流程如图 1.

### 4 疲劳裂纹扩展预测实例

为了说明灰色支持向量机预测模型的有效性,选择某行车连杆疲劳裂纹进行预测计算,数据如表 1.

表 1 各时期疲劳裂纹的长度/ $\mu\text{m}$

Table 1 Sizes of fatigue crack in different phases

时间/h	150	300	450	600	750	900	1 050	1 200	1 350	1 400
长度/ $\mu\text{m}$	5.3	29.7	50.5	58.2	61.8	80.8	86.1	94.5	107.5	110.3

选择第 150~900 h 裂纹实际长度作拟合计算,1 050~1 400 h 做预测对比研究,分别建立传统 GM(1,1)模型、等维 GM(1,1)模型、灰色支持向量机模型.各模型预测计算结果如表 2.

表 2 各模型预测值、残差及相对误差

Table 2 Forecasting value, residue and relative error of different models

时间(h)	实际裂纹长度/ $\mu\text{m}$	传统 GM(1,1)模型			等维 GM(1,1)模型			灰色支持向量机模型		
		预测值	残差	相对误差/%	预测值	残差	相对误差/%	预测值	残差	相对误差/%
150	5.3	5.3	0.0	0.0	5.3	0.0	0.0	5.9	-0.1	1.9
300	29.7	44.0	-14.3	48.1	36.4	-6.7	22.6	33.2	-3.5	11.8
450	50.5	49.8	0.7	1.4	44.4	6.1	12.1	49.5	1.0	2.0
600	58.2	56.5	1.7	2.9	54.1	4.1	7.0	58.0	0.2	0.3
750	61.8	63.9	-2.1	3.4	65.9	-4.1	6.6	67.1	-5.3	8.6
900	80.8	72.5	8.3	10.3	80.2	0.6	0.7	77.2	3.6	4.5
1050	86.1	82.1	4.0	4.6	87.4	-1.3	1.5	86.2	-0.1	0.1
1200	94.5	93.0	1.5	1.6	96.4	-1.9	2.0	93.7	0.8	0.8
1350	107.5	105.3	2.2	2.0	107.9	-0.4	0.4	104.9	2.6	2.4
1400	112.9	119.3	-6.4	5.7	116.0	-3.1	2.7	113.9	-1.0	0.9

由表 2 计算传统 GM(1,1)模型拟合相对误差为 11.1%,预测相对误差为 3.5%,等维 GM(1,1)模型拟合相对误差为 8.2%,预测相对误差为

1.7%,灰色支持向量机模型拟合相对误差为 4.8%预测相对误差为 0.7%,灰色支持向量机模型预测精度大大提高.拟合预测效果如图 2.

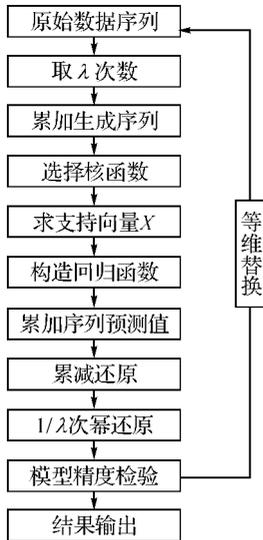


图1 灰色支持向量机预测模型流程

Figure 1 Procedure for the grey support vector machine forecasting model

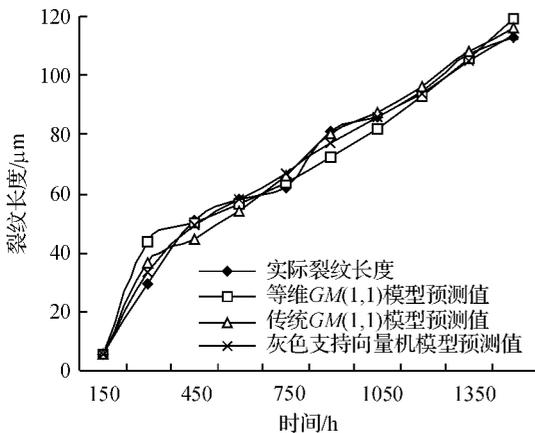


图2 各模型拟合预测效果对比

Figure 2 Forecasting results of different model

## 5 结语

本文针对时间序列数据的预测,提出了将传统的  $GM(1,1)$  模型和支持向量机相结合的一种

新的裂纹扩展预测模型.从表2可知,基于灰色支持向量机的裂纹扩展预测模型,发挥了灰色预测方法中“累加生成”的优点,削弱了原始数据中的随机性,并且通过将原始数据序列取 $\lambda$ 次幂,增强了规律性,同时避免了灰色预测方法及模型存在的理论缺陷,其平均相对误差只有0.7%,预测精度得到极大的改善.以上结果充分说明了本文所提出的预测模型的预测精度优于传统  $GM(1,1)$  模型和等维  $GM(1,1)$  模型,可以用来预测疲劳裂纹扩展.

## 【参考文献】

- [1] 师小红,徐章遂,孙钦蕾.基于灰色神经网络的发射塔架疲劳裂纹扩展预测[J].电测与仪表,2004,43(484):21-22.
- [2] DENG J L, CHENG M Y. Modeling of the GM model of gray system [M]. Beijing: China Ocean Press, 1988:87-88.
- [3] ALBERTYAO W L, CHI S C, CHEN J H. An improved Grey-based approach for electricity demand forecasting [J]. Electric Power Systems Research, 2003,67:217-224.
- [4] 张大海,江世芳,史开泉.灰色预测公式的理论缺陷及其改进[J].系统工程理论与实践,2000,22(8):140-142.
- [5] MASTOROCOSTAS P A, THEOCHARIS J B, KIARTZIS S J, et al. A hybrid fuzzy modeling method for short-term load forecasting [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2000,51(34):221-232.
- [6] 孙伟东,王强,袁昌明.小型冲压设备智能安全保护装置的研究[J].中国计量学院学报,2006,17(4):292-295.
- [7] TANG F M, CHEN M Y, WANG Z D. New approach to training support vector machine [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2006,17(1):200-205.
- [8] WILLIAMSC K I, SEEGER M. Using the Nystrom method to speed up kernel machines [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2001,13:682-688.
- [9] 叶强,夏哲雷,卫力.基于神经网络趋势分析[J].中国计量学院,2000,2(11):177-181.
- [10] 王兰州,李峤,李东升.菊花微弱电信号的神经网络预测[J].中国计量学院学报,2007,18(1):44-48.