

# 基于模极大值小波域和 TLS-ESPRIT 的 振荡瞬态识别方法

胡为兵, 李开成, 张明, 方聪

(电力安全与高效湖北省重点实验室(华中科技大学), 湖北省 武汉市 430074)

## Identification of Oscillatory Transients Based on Modulus Maximum Wavelet Domain and TLS-ESPRIT

HU Wei-bing, LI Kai-cheng, ZHANG Ming, FANG Cong

(Electric Power Security and High Efficiency Key Lab (Huazhong University of Science and Technology),  
Wuhan 430074, Hubei Province, China)

**ABSTRACT:** At present the time domain eigenvector extraction and intelligent pattern recognition are widely applied to oscillatory transients detection and recognition for power quality disturbances detection and location, however, these methods cannot precisely extract the composition of different frequency components in power quality oscillatory transient signals. The detection and recognition of oscillatory signals can be well implemented by combining modulus maximum wavelet domain with total least squares-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques (TLS-ESPRIT). For input signals, firstly the initial time and the end time of the oscillation are detected by modulus maximum wavelet domain; then using the signals within the time interval of the oscillation the observation space matrix is built, and by means of singular value decomposition and total least squares method the truncation of eigenvalue is implemented; and then the observation space of sampled signals is resolved into signal subspace and noise subspace, thus the corresponding parameters of each frequency component that composes the oscillatory signals are obtained. Simulation results verify the feasibility of the proposed method.

**KEY WORDS:** power quality; oscillatory transients; modulus maximum wavelet domain; total least squares (TLS); estimation of signal parameters via rotational invariance techniques (ESPRIT); singular value decomposition (SVD)

**摘要:** 对于电能质量扰动检测和定位中振荡瞬态的检测、识别, 目前普遍采用的是时频特征矢量提取和智能模式识别方法, 此类方法无法准确提取电能质量振荡瞬态信号不同频率分量的组成。结合模极大值小波域和总体最小二乘法旋转不

变技术的信号参数估计(total least squares-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, TLS-ESPRIT) 可以很好地实现振荡信号的检测与识别。对于输入信号, 首先采用模极大值小波域检测振荡发生的起始时刻和终止时刻, 然后利用振荡时间间隔内的信号建立观测空间矩阵, 通过奇异值分解和总体最小二乘法实现特征值截尾, 将采样信号观测空间分解为信号子空间和噪声子空间, 得到振荡信号每个构成频率分量的相应参数。仿真结果证实了所提出方法的可行性。

**关键词:** 电能质量; 振荡瞬态; 模极大值小波域; 总体最小二乘法; 旋转不变技术信号参数估计; 奇异值分解

## 0 引言

电力系统故障和非线性负载时常造成各种电能质量问题, 例如电压跌落(sag)、电压骤升(swell)、电容投切振荡瞬态(capacitor switching oscillatory transients)、谐波(harmonics)、脉冲(impulse)和闪变(flicker)等<sup>[1]</sup>。而另一方面, 对电能质量敏感的电子设备在工业和居民生活中大量使用, 具有随机特征的风力、太阳能分布式发电系统也开始大规模并网, 这些都造成了供用电双方对电能质量的关注<sup>[2-3]</sup>。

电能质量扰动检测识别方法主要有傅里叶变换、短时傅里叶变换、小波变换、S 变换等<sup>[4-5]</sup>。通过上述时频方法提取特征矢量, 采用专家系统、神经网络、模糊逻辑、支持向量机等实现扰动分类<sup>[6-8]</sup>。这类方法对于频域处理普遍采用定性分类, 很难实现振荡瞬态的准确检测。

为了辨识振荡瞬态, 谱估计 Prony 方法被广泛

用于低频振荡辨识<sup>[9-10]</sup>、电力系统稳定控制器的设计<sup>[11]</sup>和暂态基波辨识<sup>[12]</sup>等,但该方法需要在整个频域范围内搜索,计算效率不高<sup>[13]</sup>。基于上述 2 方面原因,本文将模极大值小波域和总体最小二乘法旋转不变技术的信号参数估计(total least squares-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, TLS-ESPRIT)相结合,提出了一种新的电能质量振荡瞬态识别方法。前者主要实现振荡瞬态区间的确定,后者实现振荡角频率、初始相位、衰减分量幅值等的计算。

基于 ESPRIT 方法实现信号源参数估计问题一直是阵列信号处理中的一个重要研究方向,它在雷达<sup>[14]</sup>、声纳<sup>[15]</sup>、通信<sup>[16]</sup>和医学成像<sup>[17]</sup>等领域有着广泛应用。随着电力系统容量不断扩大, TLS-ESPRIT 方法也开始在电力系统瞬态分析中发挥重要作用<sup>[13,18]</sup>。本文首先给出模极大值小波域和 TLS-ESPRIT 的理论基础,然后结合仿真实例分析所提出算法的可行性。

## 1 小波变换

设  $\psi(t)$  为平方可积函数,且  $\psi(t)$  的傅里叶变换  $\psi(\omega)$  满足:

$$c_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (1)$$

则称  $\psi(t)$  为基本小波或小波母函数(mother wavelet),简称小波函数,式(1)称为小波函数的容许条件(admissible condition)<sup>[19]</sup>。将小波函数  $\psi(t)$  进行伸缩和平移:

$$\psi_{a,r}(t) = a^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t-r}{a}\right) \quad (2)$$

式中  $\psi_{a,r}(t)$  是具有单位能量的、依赖于参数  $a$  和  $r$  的归一化小波函数,其中  $a$  称为尺度因子,  $r$  称为平移因子。

小波变换具有时频特性,特别是多分辨率分析方法可以将信号分解成不同尺度,这些尺度包括一组近似小波系数和另一组细节系数。得到的近似系数可以进一步分解成更高分辨率的尺度。最低尺度下的细节系数存储了信号中快速变化的频率分量,最高尺度下的系数包含了低频分量信息。振荡瞬态可以看成高频分量、指数衰减和调制分量叠加到电压的基频分量<sup>[20]</sup>。为了检测振荡信号的开始、结束时刻,可以采用小波分解,利用小尺度上模极大值点的位置来检测原始电能质量扰动信号的奇异点。

由于扰动信号在起始和恢复时刻都将产生突变,而小波变换可将该细节的突变放大,从而容易检测出扰动信号的发生时刻和恢复时刻,这 2 个突变点间的时间间隔即为扰动信号持续时间,这就是利用模极大值小波域判断振荡时间间隔的原理<sup>[21]</sup>。

## 2 ESPRIT 算法

功率谱估计常用方法可分为传统谱估计和现代谱估计。周期图法就是较经典的传统谱估计方法,可直接通过 FFT 计算功率谱结果,但该方法的主要缺点是:由于假定信号自相关函数在数据观测区以外等于零,因此估计功率谱很难与真实功率谱相匹配;另外,对于采样数据较少的情况,无法得到满意的频率分辨率和分析精度。

与传统谱估计方法不同,现代谱估计方法使用参数化模型,通过观测数据或自相关函数估计模型参数,能够获得很高的频率分辨率,所以其应用非常广泛<sup>[13-18]</sup>。现代谱估计中的空间谱分析针对多个信号源在空间的分布实现信号分解,用于跟踪、提取感兴趣的空间信号和抑制干扰信号。

振荡瞬态信号可以表示成短时间间隔的指数衰减正弦分量和白噪声之和:

$$x(n) = \sum_{i=1}^M h_i s_i(n) + w(n) \quad (3)$$

式中:  $s_i(n) = e^{c_i n}$ ,  $c_i = -\sigma_i + j\omega_i$  是阻尼系数和第  $i$  个信号分量的振荡频率;  $M$  为信号正弦分量模型阶次;  $w(n)$  表示噪声信号;  $h_i$  为第  $i$  个信号分量的复数振幅,  $h_i = a_i e^{j\theta}$ 。

已知瞬态信号的  $N$  个检测值可以表示为  $x(n), \dots, x(n-N)$ , 于是按照式(3)可以得到下面的矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ \vdots \\ x(n-N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ e^{-c_1} & \cdots & e^{-c_M} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{-Nc_1} & \cdots & e^{-Nc_M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 e^{c_1 n} \\ h_2 e^{c_2 n} \\ \vdots \\ h_M e^{c_M n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w(n) \\ w(n-1) \\ \vdots \\ w(n-N) \end{bmatrix} \quad (4)$$

被分析的信号可以建模成多维矢量  $\mathbf{a}(c_i)$  与  $s_i$  的乘积:

$$\mathbf{a}(c_i) = [1, e^{-c_i}, \dots, e^{-Nc_i}]^T \quad (5)$$

$$s_i = h_i e^{c_i n} \quad (6)$$

由式(4)~(6)可以得到:

$$\mathbf{y} = [\mathbf{a}(c_1), \mathbf{a}(c_2), \dots, \mathbf{a}(c_M)] \mathbf{S} + \mathbf{w} = \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{w} \quad (7)$$

其中  $\mathbf{y} = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N)]^T$ ,  $\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_m]$ 。

假设  $y_1$  和  $y_2$  是  $y$  的 2 个子空间:

$$y_1 = [a(c_1), a(c_2), \dots, a(c_M)]S + w_1 \quad (8)$$

$$y_2 = [a(c_1)e^{-c_1}, a(c_2)e^{-c_2}, \dots, a(c_M)e^{-c_M}]S + w_2 = A\Phi S + w_2 \quad (9)$$

其中  $\Phi = \text{diag}[e^{-c_1}, e^{-c_2}, \dots, e^{-c_M}]$ , 它将测量数据子空间  $y_1$  和  $y_2$  联系起来。由  $y_1$  和  $y_2$  的表达式可以组成下式:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A\Phi \end{bmatrix} S + \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \bar{A}S + \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

由式(10)可知, 可以求出对角矩阵  $\Phi$  的对角分量而不必求解矩阵  $A$ 。TLS-ESPRIT 方法需要将数据分解成正交信号子空间和噪声子空间, 通过协方差矩阵  $R_{yy}$  的特征值分解可以实现, 假设噪声是白噪声:

$$R_{yy} = E\{y(n)y^H(n)\} = AR_{ss}A^H + \sigma^2 I \quad (11)$$

式中:  $E$  表示期望;  $R_{ss}$  为信号协方差矩阵;  $\sigma^2$  为噪声方差; 上标  $H$  表示矩阵的共轭转置, 以下同。对自相关矩阵进行特征分解, 可以得到

$$R_{yy} = E\lambda E^H = E_s \lambda_s E_s^H + E_{\text{noise}} \lambda_{\text{noise}} E_{\text{noise}}^H \quad (12)$$

式中  $E$ 、 $\lambda$  为进行特征值分解后的伴随矩阵和特征值矩阵, 其中下标为“s”表示信号的, 下标为“noise”表示噪声的。

信号子空间可以从观测信号中求出, 既然  $A$  和  $E$  表示相同的信号子空间, 存在一个线性变换  $T$  可以将  $A$  和  $E_s$  联系起来。

$$E_s = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AT \\ A\Phi T \end{bmatrix} \quad (13)$$

可以求得

$$E_x = E_y(T^{-1}\Phi T)_s = E_y\psi \quad (14)$$

式中  $\psi = T^{-1}\Phi T$  为特征值分解矩阵, 由式(14)可以求出  $\psi$ , 从而求出  $\Phi$  特征值对角矩阵。

$E_x$  和  $E_y$  的值可以通过奇异值分解(singular value decomposition, SVD)方法从测试数据中直接估计, 但估计值不一定直接满足式(14)。为了解释这个事实, 总体最小均方差可以通过最小化下面的目标函数得到:

$$\min \left\| \begin{bmatrix} \hat{E}_x \\ \hat{E}_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} AT \\ A\Phi T \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (15)$$

在求得信号中各分量频率和衰减系数后, 可通过最小二乘法求得幅值和相位等参数。假设采样点数为  $N$ , 令

$$X_{\text{sig}} = \lambda a \quad (16)$$

式中:

$$X_{\text{sig}} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T \quad (17)$$

$$a = [a_1, a_2, \dots, a_p]^T \quad (18)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_p \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \lambda_1^{N-1} & \lambda_2^{N-1} & \dots & \lambda_p^{N-1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$\lambda$  为 Vandermonde 矩阵, 它是严重病态矩阵, 使用最小二乘法可得到上述方程的解:

$$a = (\lambda^H \lambda)^{-1} \lambda^H X_{\text{sig}} \quad (20)$$

根据求得的  $a$ , 计算各个分量的幅值和相位:

$$h_i = 2|a_p|, \quad \vartheta = \arg a_p \quad (21)$$

### 3 振荡瞬态识别流程

图 1 表示基于模极大值小波域和 TLS-ESPRIT 算法的电能质量振荡瞬态识别流程。首先仿真原始信号经过预处理, 然后通过模极大值小波域提取振荡稳态区间, 最后通过 TLS-ESPRIT 算法实现参数辨识。提出的方法可以自动实现, 避免了文献[13,18]中需要手动处理振荡间隔的问题。

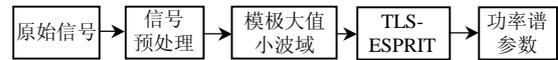


图 1 振荡识别流程

Fig. 1 Flowchart of oscillatory transients recognition

### 4 仿真分析

为了证实所提出算法的有效性, 使用如图 2 所示的配电测试系统, 配电测试系统是 12.47 kV 辐射状电气拓扑结构, 通过一个 12MVA、115/12.47 kV 的  $\Delta/Y$  变压器连接<sup>[22]</sup>。电源的等效电感  $L_s$  为 3.437 2 mH, 不考虑线路的容性电导。负载建模表示成恒阻抗负载和恒功率负载的组合, 它们分别连接在 12.47 kV 总线和 0.48 kV 电压等级变压器(短路阻抗百分比  $Z = 1 + j5(\%)$ )的次级, 投切电容位于馈线的线路 1 和 2 的交点处。仿真通过 EMTP/ATP 建立电气模型, 测试数据在 Matlab 中进行处理。

图 3 表示通过 EMTP/ATP 仿真, 导入 Matlab

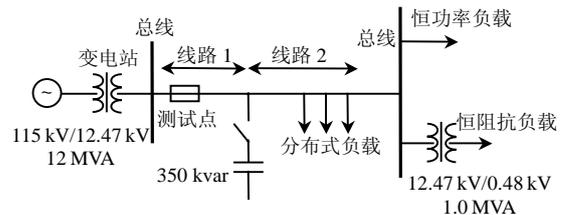


图 2 配电测试系统单线图

Fig. 2 Single-line diagram of test distribution system

后加入均值为 0、方差为 1 的白噪声后的初始波形。图 4 是通过模极大值小波域提取振荡瞬态的区间后得到的波形，在该时间段内振荡波形的频率分量、阻尼系数、初始相位和幅度等在分析时间窗内不变。提取的扰动开始时刻为 6.24 ms，结束时刻为 18.0 ms。

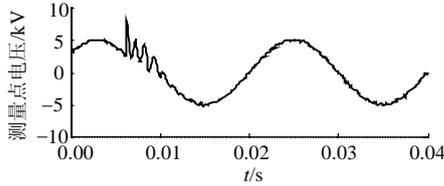


图 3 电容投切的仿真初始波形

Fig. 3 Original signal waveform of capacitor switching

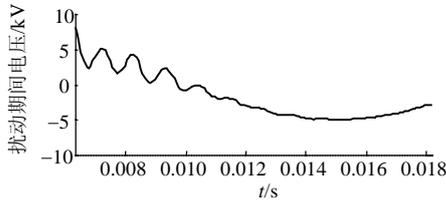
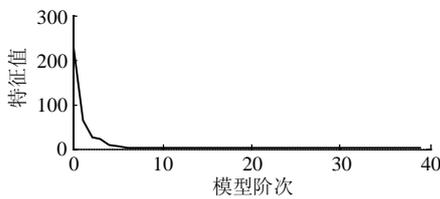


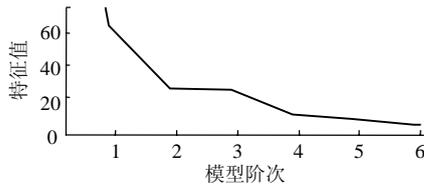
图 4 模极大值小波域提取的振荡瞬态

Fig. 4 Oscillatory transients extracted by modulus maximum wavelet domain

对提取后如图 4 所示的振荡瞬态数据进行 TLS-ESPRIT 谱估计，采用式(14)对信号空间进行奇异值分解，通过 TLS 即最小化目标函数式(15)求得矩阵奇异值，如图 5 所示。图 5(a)显示了数据矩阵的奇异值与模型阶次之间的关系，图 5(b)是细节放大后的波形。从该图中可以看出，当横坐标大于 6 后，奇异值迅速变小，因此可以认为该信号可用 6 阶模型来近似拟合。对于实正弦分量叠加而成的信号，模型阶次是构成信号频率分量个数的 2 倍，因此可以采用 3 个频率分量拟合电能质量振荡瞬态模型。



(a) 奇异值与模型阶次的关系



(b) 局部放大后的波形

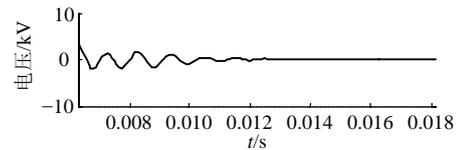
图 5 数据矩阵的奇异值

Fig. 5 Singular values of measurement data matrix

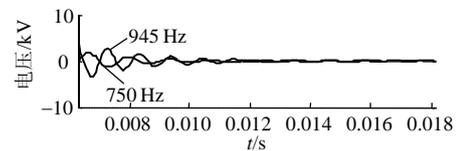
采用 6 阶模型近似，截断选择最大的 6 个奇异值及其特征向量，产生一个近似的低阶  $E_s \lambda_s E_s^H$  矩阵，通过最小二乘法实现滤波过程，完成信号重构，明显降低了噪声对所提出算法性能的影响。通过 TLS-ESPRIT 算法确定振荡瞬态 3 个构成成分的频率分量分别为 50、750 和 945 Hz，同时还可以精确辨识出各个振荡模式的幅值、阻尼比和初始相位，如表 1 所示。根据计算的参数，重构的振荡高频分量合成信号如图 6(a)所示，2 个振荡频率如图 6(b)所示。从图 6 中可以发现，750 Hz 分量衰减很快，振荡主要由 945 Hz 分量起主导作用，采用辨识的参数重构的振荡波形和提取的波形如图 7 所示。

表 1 基于 TLS-ESPRIT 估计的不同频率分量参数  
Tab. 1 Parameter results for different frequency components based on TLS-ESPRIT

频率/Hz	幅度	初始相位/(°)	阻尼
50.20	5.0	0.02	0
755.41	98.34	88.56	560.32
945.31	98.74	124.50	486.73

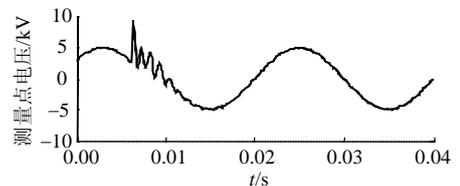


(a) 去除基频分量后的振荡信号

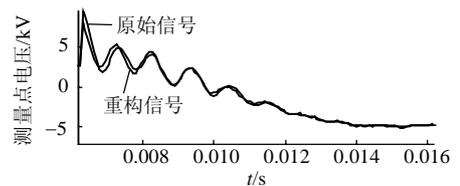


(b) 振荡信号的分解

图 6 TLS-ESPRIT 重构的振荡瞬态  
Fig. 6 Reconstructed oscillatory transients by TLS-ESPRIT



(a) 原始信号和重构后的信号



(b) 局部放大图

图 7 原始波形和估计参数的重构波形比较  
Fig. 7 Comparison of reconstructed waveforms and initial waveforms

## 5 结论

本文提出的基于模板大值小波域和 TLS-ESPRIT 的方法能够使用较短观测时间内的数据有效辨识电力系统的电能质量振荡瞬态扰动的主导模式。其主要优点和有待深入研究的问题如下:

1) 此算法将观测数据分解成信号空间和噪声空间,通过信号空间来辨识信号参数,抗噪声能力较强,能精确地辨识出各个振荡瞬态的频率、幅值、阻尼和初始相角,具有很高的分辨率。

2) 提出的模板大值小波域可以精确提取振荡瞬态的起始时刻和结束时刻,为后续 TLS-ESPRIT 算法自动实现提供条件,便于整个算法的自动实现,弥补了人工干预选择谱估计时间窗数据长度的不足。

3) 通过将电能质量振荡瞬态建模成一系列阻尼正弦之和, TLS-ESPRIT 可以很好地对信号进行分解和重构,同时计算量小,不需要在整个频率范围内进行搜索。但本文提出的算法只是分析了同一时刻发生的阻尼正弦模型,对于具有时间延迟的不同阻尼正弦,还需要探索新的 ESPRIT 方法,以便提高频率分辨率。

4) 对于输、配电系统的电能质量振荡瞬态分析,还需要与相量测量单元(PMU)和各种时、频域仿真工具相结合,通过观测数据,探究电能质量振荡的原因,以便采取必要的措施加以改善,从而提高电力系统的稳定性。

## 参考文献

- [1] 林海雪. 现代电能质量的基本问题[J]. 电网技术, 2001, 25(10): 5-12.  
Lin Haixue. The base problem about power quality[J]. Power System Technology, 2001, 25(10): 5-12(in Chinese).
- [2] 刘其辉, 贺益康, 张建华. 并网型交流励磁变速恒频风力发电系统控制研究[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(23): 109-114.  
Liu Qihui, He Yikang, Zhang Jianhua. Investigation of control for AC-excited VSCF wind power generation system connected to grid [J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(23): 109-114(in Chinese).
- [3] 张超, 何湘宁. 短路电流结合扰动观察法在光伏发电最大功率点跟踪控制中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(20): 98-102.  
Zhang Chao, He Xiangning. Short-current combined with perturbed and observation maximum power point tracking method for photovoltaic power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(20): 98-102(in Chinese).
- [4] 王成山, 王继东. 基于小波包分解的电能质量扰动分类方法[J]. 电网技术, 2004, 28(15): 78-82.  
Wang Chengshan, Wang Jidong. Classification method of power quality disturbance based on wavelet packet decomposition[J]. Power System Technology, 2004, 28(15): 78-82(in Chinese).
- [5] 陈祥训, 刘兵, 赵波. 分析电能质量扰动的实小波域修正相子法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(24): 37-42.  
Chen Xiangxun, Liu Bing, Zhao Bo. Haar wavelet-based modified phasor to detect and quantify power quality disturbances[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(24): 37-42(in Chinese).
- [6] 何正友, 蔡玉梅, 王志兵, 等. 电力暂态信号小波分析的后处理方法研究[J]. 电网技术, 2005, 29(21): 46-51.  
He Zhengyou, Cai Yumei, Wang Zhibing, et al. A study on post-analysis methods of wavelet-transformed power system transient signals[J]. Power System Technology, 2005, 29(21): 46-51(in Chinese).
- [7] 占勇, 程浩忠, 丁屹峰, 等. 基于 S 变换的电能质量扰动支持向量机分类识别[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(4): 51-56.  
Zhan Yong, Cheng Haozhong, Ding Yifeng, et al. S-transform-based classification of power quality disturbance signals by support vector machines[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(4): 51-56(in Chinese).
- [8] Gaing Z L. Wavelet-based neural network for power disturbance recognition and classification[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 2004, 19(4): 1560-1568.
- [9] 马燕峰, 赵书强, 刘森, 等. 基于改进多信号 Prony 算法的低频振荡在线辨识[J]. 电网技术, 2007, 31(15): 44-49,90.  
Ma Yanfeng, Zhao Shuqiang, Liu Sen, et al. Online identification of low-frequency oscillations based on improved multi-signal Prony algorithm[J]. Power System Technology, 2007, 31(15): 44-49,90(in Chinese).
- [10] 鞠平, 谢欢, 孟远景, 等. 基于广域测量信息在线辨识低频振荡[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(22): 56-60.  
Ju Ping, Xie Huan, Meng Yuanjing, et al. Online identification of low-frequency oscillations based on wide-area measurements [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(22): 56-60(in Chinese).
- [11] 郑超, 周孝信. 基于普罗尼辨识的 VSC-HVDC 附加阻尼控制器设计[J]. 电网技术, 2006, 30(17): 25-30.  
Zheng Chao, Zhou Xiaoxin. Design of additional damping controller for VSC based HVDC transmission system by use of Prony identification method[J]. Power System Technology, 2006, 30(17): 25-30(in Chinese).
- [12] 李一泉, 何奔腾. 基于 Prony 算法的电容式电压互感器暂态基波辨识[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(14): 30-34.  
Li Yiquan, He Benteng. Identification of fundamental wave in CVT transient process based on expanded Prony algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(14): 30-34(in Chinese).
- [13] 张静, 徐政, 王峰, 等. TLS-ESPRIT 算法在低频振荡分析中的应用[J]. 电力系统自动化, 2007, 31(20): 84-88.  
Zhang Jing, Xu Zheng, Wang Feng, et al. TLS-ESPRIT based method for low frequency oscillation analysis in power system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31(20): 84-88(in Chinese).
- [14] 吴湘霖, 俞下章, 李会方, 等. 基于虚拟阵列的波达方向、载频和极化参数联合估计[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(12): 1887-1891.  
Wu Xianglin, Yu Bianzhang, Li Huifang, et al. A novel method of joint DOA-carrier-polarization estimation based on virtual array [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2005, 27(12): 1887-1891(in Chinese).