

车贝雪夫多项式展开方法在辽宁中期MOS预报中的应用

毛贤敏
曲晓波
(沈阳中心气象台)

一、引言

当前中期MOS预报的主要困难之一是可供使用的因子信息太少, 一般情况下数值预报产品只有高度场一种。我省在制作中期MOS预报方程时, 为了提取更多的信息, 组成更多的因子, 对高度场进行了一些数学方法处理; 其中对副高范围内的高度场做了车贝雪夫正交多项式展开(以下简称车氏展开)。有关车氏展开的具体算法及应用正交性基函数对气象要素场展开的优点等, 文献(1)-(4)已有明确叙述, 本文不再重复。

夏季的副高状况对辽宁省降水至关重要, 而常用的一些副高参数(如面积指数、强度指数、西脊点经度、脊线位置、副高北界等), 往往只代表了副高的一个侧面; 而车氏多项式(二维)的典型场既反映了副高的整体作用, 又充分揭示出影响降水的主要副高特征。

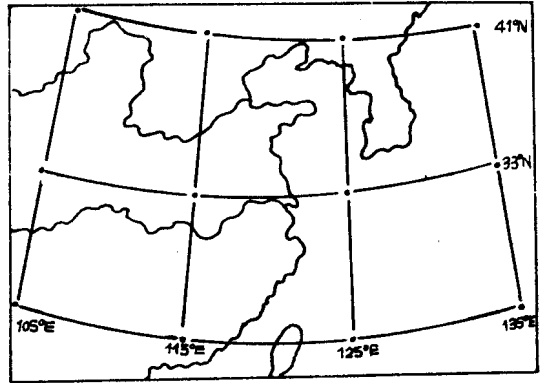


图1 车氏展开网格点分布图

二、使用的资料和方法

对欧洲中期预报中心(ECMWF)发布的1983年与1984年7月1日—8月31日500hPa三个时次(72、96、120小时)的预告场进行了车氏展开, 展开范围为25—41°N; 105—135°E; 经向三个点, 纬向四个点。为了使网格更接近等距格点, 把原5°×5°的经纬网格稍加修改, 南北方向缩短两个纬度, 如图1所示。网格修改后的数值, 沿经向由一维三次拉格朗日插值求得。具体做法, 这里不再详述。

三、因子组成与筛选

车氏展开系数表达式为:

$$A_{KS} = \frac{\sum_{x=1}^{n_1} \sum_{y=1}^{n_2} H(x, y) \psi_k(x) \psi_s(y)}{\sum_{x=1}^{n_1} \psi_k^2(x) \sum_{y=1}^{n_2} \psi_s^2(y)} \quad (1)$$

其中: x 取纬向, 指向东, $n_1 = 4$; y 取经向, 指向南, $n_2 = 3$; $K = 0, 1, \dots, K_0$; $S = 0, 1, \dots, S_0$; 其余见文献(5)。

因为我们在 x, y 两个方向上的格点均较少, 故截止阶数(K_0, S_0)取为最高阶数, 即 $K_0 = 3$; $S_0 = 2$; 这样可共得到12个车氏系数($A_{00}, A_{01}, A_{02}, A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{20}, A_{21}, A_{22}, A_{30}, A_{31}, A_{32}$)。

把所得的12个车氏系数序列(每个系数有三个时次)分别与全省范围内38个站点逐日降水量计算线性相关系数, 样本长度124, 选取信度 $\alpha = 0.05$ (相关系数绝对值大于0.17)以上的作为初选合格因子, 其个数列在表1(每个车氏系数可得 $38 \times 3 = 114$ 个相关系数)。

要考察辽宁38个站点与哪一个车氏系数相关程度达到显著, 必须做因子群检验(6)。凡在

表1 合格因子数及因子群检验表

车氏系数	A ₀₀	A ₀₁	A ₀₂	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂	A ₂₀	A ₂₁	A ₂₂	A ₃₀	A ₃₁	A ₃₂
合格因子数	50	5	25	70	15	7	28	25	3	39	15	4
独立前提下 检验结果	*	否	*	*	*	否	*	*	否	*	*	否
不独立前提 下检验结果	*	否	*	*	否	否	*	*	否	*	否	否
平均相关系数	0.171	小	-0.146	0.221	-0.130	小	0.152	-0.150	小	-0.176	0.100	小

114个相关系数中有11个以上合格的,即为显著相关。因子群检验结果列在表1(以*号表示显著)。从表1中得出结论,有8个因子通过筛选。但是上述因子群检验是在因子(这里是38个站点的降水量)相互独立前提下进行的;考虑到各站点降水量是很不独立的,则标准应从原11个提高为15个^[7],这样只有6个达到显著程度(表1)。

我们同时也计算了每个车氏系数所得到的114个相关系数的平均值,其结果列在表1的最下一行。达到绝对值大于0.17以上的恰好是合格因子个数最高的3个系数A₀₀、A₁₀、A₃₀;由此可见,与辽宁降水关系密切的、表征副高状况的因子有6个,其中3个是主要因子。

四、统计特征

我们首先点绘了A₀₀、A₁₀、A₃₀3个主要因子的时间权重系数序列逐日曲线图(图略),以比较72、96、120小时3个时次间的差异。发现它们三者数值比较接近,且大部分变化的位相相同,因而说明,该数值预报产品3—5天结果比较稳定。这样我们可以把72小时预告场作为代表,对该产品计算其车氏展开场的方差贡献、特征指数和相关指数等。

对于等距格点,每个典型场的方差贡献V_{KS}由下式给出^[8]:

$$V_{KS} = A_{KS}^2 \sum_{x=1}^{n_1} \psi_K(x) \sum_{y=1}^{n_2} \psi_S(y) \quad (2)$$

其中符号意义同(1)式。

根据方差贡献V_{KS}可算出特征指数^[8]:

$$\theta_{KS} = \frac{V_{KS}}{\sum_{K=0}^{k_0} \sum_{S=0}^{s_0} V_{KS}} \quad (3)$$

特征指数(θ_{KS}或称相关比,即为相对方差贡献。12个车氏系数的方差贡献和特征指数每个样本都有不同的值,文中无法列出。我们计算了124个样本的平均特征指数,结果见表2(按数值大小排列)。它表征了12个典型场的样本长度内平均权重。与自然正交展开的特征值相当。

表2 特征指数与相关指数表

车氏系数	A ₀₀	A ₀₁	A ₁₀	A ₂₀	A ₁₁	A ₀₂
θ _{KS}	0.284	0.237	0.104	0.085	0.084	0.066
R _{K₀S₀}	0.284	0.521	0.625	0.710	0.794	0.860
车氏系数	A ₁₂	A ₂₁	A ₃₀	A ₂₂	A ₃₁	A ₃₂
θ _{KS}	0.045	0.034	0.023	0.017	0.015	0.006
R _{K₀S₀}	0.905	0.939	0.962	0.979	0.994	1.00

相关指数R_{K₀S₀}表示了当取截止阶数K₀、S₀时的拟合精度,其表达式如下:

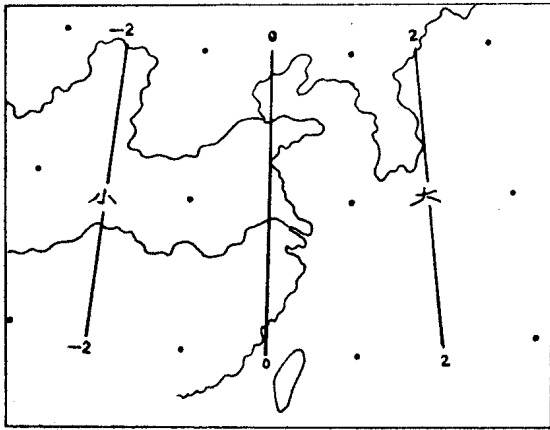
$$R_{K_0 S_0} = \frac{\sum_{K=0}^{K_0} \sum_{S=0}^{S_0} \theta_{KS}}{\sum_{K=0}^{K_0} \sum_{S=0}^{S_0} \theta_{KS}} \quad (4)$$

计算结果列在表2,从表2中可以看出,前几个低阶系数就能集中了场的主要信息,当取到第七项时,拟合精度已达90%以上,与自然正交函数展开收敛速度差不多。这方面情况,文献^[4]已有过详尽的讨论。由于车氏多项式的典型场稳定,不随时间变化,因而无论应用在预报因子或预报量方面,均带来较好的效果^[9],我省在暴雨落区预报方法的讨论中,也有过叙述^[9]。

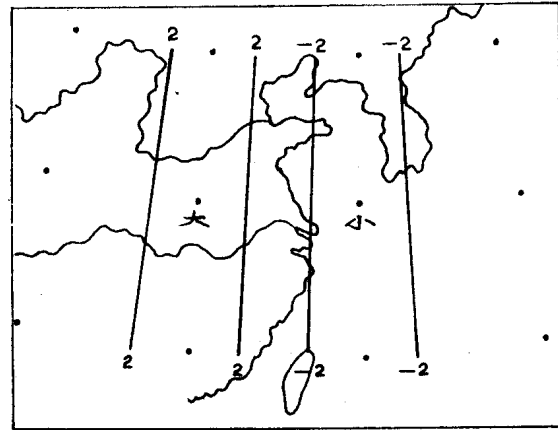
五、对主要因子典型场的分析

(一) 典型场及其天气意义

根据以上筛选,相关最好的车氏展开系



(a)



(b)

图2 主要因子的典型场图

(a) $2\psi_1(x)\psi_0(y)$ (b) $\frac{10}{3}\psi_3(x)\psi_0(y)$

数为 A_{10} 、 A_{00} 、 A_{30} ，它们所对应的车氏多项式的典型场如图2所示（由于 $\psi_0(x)\psi_0(y)$ 是平均场，故略去）。

$\psi_1(x)\psi_0(y)$ 表示 120°E 以东海上副高区为正距平，副高偏强； 120°E 以西负距平，使大陆低值系统偏深；有人称 A_{10} 为经向指数^[10]，它表征了均匀南风的强度（ A_{10} 负值为北风）。在这种典型场控制下，中国沿海存在一支强的偏南风中低空急流，直抵辽宁省；它是我省预报员所熟知的多雨副高形势。 A_{10} 系数与各站点逐日降水量均为正相关，无一例外。

A_{00} 表示了图1范围内的样本各格点平均值。由于12个格点中有9个是在沿海及海上，因此它的大小基本上表征了海上副高的强弱（估计如果去掉 105°E 的三个点，可能会更好地表示海上副高）。一般说来，海上副高偏强，我省有利于降水。实际计算结果， A_{00} 与各站点的相关系数均为正值，无一例外。

$\psi_3(x)\psi_0(y)$ 表示 120°E 以东为负距平，说明海上副高偏弱， 120°E 以西为正距平，

说明夏季维持在中国东部大陆的低值系统偏弱，甚至为高压区，与 $\psi_1(x)\psi_0(y)$ 相反，但波长更短些，这种形势对辽宁降水十分不利；所计算的相关系数均为负值也说明了此点。

另外三个因子也可以与上述相似，做出天气解释，且与相关系数的正负值一一相应，没有矛盾，这里不再列举。总之，车氏展开除了得到组成各个样本的各个典型场的定量权重数据外，还使天气形势形象地表达出来，使天气事实定量化、客观化和形象化。

(二) 周期分析

三个主要因子 A_{10} 、 A_{00} 、 A_{30} 在 y （经向）轴上都是零阶，说明与辽宁降水关系密切的主要因素是纬向波。尽管副高的北抬和南落决定了雨带的大致位置，但它只是气候背景；影响辽宁日降水量多寡仍取决于副高东、西向的进退和纬向梯度变化，这一点非常有助于提高对我省天气实践的认识。

x 轴上的0阶、1阶和3阶对应于纬向不同尺度的系统，对于这种不同空间频域的系数序列，我们又做了时间域上周期图功率

谱分析, 结果有: A_{10} 有11天和18天两种显著周期; A_{00} 有12—13天一种显著周期; A_{30} 有5天、16天和28—30天三种显著周期。

正如文献〔10〕所述: “副热带高压的东西进退与西风带槽脊有关, 进退周期的长短与西风槽脊强弱有关。” 3阶的五天周期刚好与西风带小槽活动周期相对应; 0阶的12—13天周期可能与长波调整相对应; 1阶两种周期可能与较强的西风槽脊活动有关, 它们刚好是5—6天的倍数。总之, 车氏展开相当于做空间频域分解, 如果我们再做时间周期分析, 就会得到更清晰的结论。

六、车氏展开因子在MOS方程中的作用 (几次预报实例)

辽宁省中期MOS方程, 精选因子使用逐步回归方法。由于全部因子来源于七个场 (地转涡度、涡度变值、自然正交函数展开、车氏展开、波谱分析、西风指数、指数变值), 因此一般方程中只包含有一个车氏展开系数的因子, 只有少数几个方程含有两个车氏展开因子 (每个方程总因子为4—6个)。其中我省暴雨中心庄河站的方程中包含有3个车氏因子。

三个主要因子 A_{10} 、 A_{00} 、 A_{30} 中, A_{00} 没有被选入方程, 估计可能因为它不独立于其他场的诸因子。因为 A_{00} 是平均场, 由此说明副高如果以总体高度作为因子, 进入不了方程; 而各系数所对应的分解的各个典型场则是预报降水的良好因子。正如前面所说, 车氏展开增加了信息, 又揭示出影响降水的副高特征。

A_{10} 是与降水成正相关的主要因子, 在我省暴雨区的丹东、庄河等站均起了作用。下面举几个实例说明:

1. 1984年8月12日, 丹东日降水量实况为53.6毫米, 方程预报结果为45.4毫米, 这其中的18%为 A_{10} 因子所引起的作用。0.18这

个值高于方程中其他五个非车氏因子的平均作用 ($1/6 = 0.167$)。

2. 1983年8月28日, 庄河日降水量实况为79.3毫米, 方程预报结果为48.8毫米, 这其中的65.3%由方程中三个车氏因子所贡献, 其他场的三个因子只贡献34.7%, 而 A_{10} 因子本身贡献为32.6%, 其作用远远大于其他所有因子。

A_{30} 与降水呈负相关, 检查了几次大降水过程, A_{30} 均出现负值, 对预报起了良好的作用; 它主要贡献在无降水日, 这里不详细列举。

七、结论和体会

1. 副高范围内的高度场进行车氏展开后, 使原来只有一个与降水相关不好的副高因子产生出较多的相关好的因子, 增加了信息。尤其是与展开系数相应的车氏多项式图形代表了不同尺度的天气系统, 从而对天气事实了解得更清楚。

2. 车氏展开的另一个优点是能逐日分析各个典型场对要素预报的分别作用, 比较清晰, 使预报实践经验能定量地积累起来。

3. 车氏展开的范围大小要视具体情况而定, 如果针对某个天气系统, 则最好只包括该系统的范围, 这样 A_{00} 反映了它的平均强度, 否则将与别的天气系统相混淆。

参 考 文 献

- 〔1〕 张家诚、周家斌等, 用车贝雪夫多项式研究月平均500hPa等压面位势场的初步结果, 气象学报, 33 (2) 1963年。
- 〔2〕 周家斌, 气象要素场水平分布的统计预报法 (一)——长江中下游地区降水分布的预报, 大气科学, 6 (4) 1982年。
- 〔3〕 周家斌, 不规则格点上的车贝雪夫多项式展开问题, 大气科学, 7 (3) 1983年。
- 〔4〕 黄文杰、周家斌, 关于车贝雪夫多项式和自然

(下转8页)

因此，在考虑降雪的强度和范围的预报时，是否有较充分的水汽输送条件或中低纬大范围云区的结合是值得注意的。

五、小 结

综上所述，得出以下几点结论。

1. 丁字槽和纬向强锋区是这次暴雪形成的大尺度背景场。它制约着北方冷空气的南下及南方暖空气的北上，有利于中低纬天气系统的相互作用。

2. 东北区北部850hPa低槽及其冷空气的南侵，加上千山山脉的抬升作用，是引起沈阳附近地区突发性降雪启动条件；渤海北部的中尺度小涡旋及其云团与静止锋云带的结合，形成29日白天暴雪的发展条件。

3. 华北低涡暖切变的侵入及西南水汽输送带和云区与静止锋云带的结合，又导致了29日夜間大范围暴雪的再度发生。

参考文献 (略)



表1 沈阳物理量比较表

物理量 \ 项目	28日20时	29日08时	29日20时	单位
ω_7	-44.2	-18.1	-30.4	$10^{-6} \cdot s^{-1}$
$\sum_{8-5} (T - T_a)$	24.4	16.8	9.4	$^{\circ}C$
V_8	WSW 28	WSW 10	WSW 28	m/s
沈阳—长春 ∇T_8	1	2.5	3.5	$^{\circ}C/100km$
天 气	无降水	降雪	降雪	

850hPa上 ∇T 增为 $3.5^{\circ}C/100km$ ，高空急流中心风速达64米/秒(图略)。强锋区上的斜压不稳定能量为该日夜間的大范围暴雪提供了必要的热力动力条件。

(上接5页)

正交函数做气象场展开的收敛性、稳定性问题，气象学报，43(2) 1985年。

- [5] 王得民等，气象统计预报，南京气象学院教材。
- [6] 朱伯承，统计天气预报，上海科学技术出版社，1981年。
- [7] 丁士晟，关于预报因子群检验的探讨，科研报告，第1号，吉林省气象科学研究所，1975年。
- [8] 周家斌，车贝雪夫多项式简介(一)，河南气象，(1) 1984年。
- [9] 冯耀煌等，一种暴雨强度和落区预报的天气动力统计方法，辽宁气象试刊，1984年。
- [10] 章基嘉等，中长期天气预报基础，气象出版社，1983年。