

# 基于 NURBS 方法的气动外形优化设计

侯 粉, 徐 敏

HOU Fen, XU Min

西北工业大学 航天学院, 西安 710072

College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

E-mail: houfenmail@163.com

**HOU Fen, XU Min. Aerodynamic shape optimization and design based on NURBS. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(28): 211-213.**

**Abstract:** NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines) curves and surfaces are applied to realize shape parameterization and generate exact geometrical representation for blunt cone head and blunt double-cone missile. Using control points of NURBS curves as parameter, and computing coefficients of aerodynamic forces by hypersonic panel method, aerodynamic shape optimization is then performed with genetic algorithms under known constraints. The results indicate that: it's a rapid and convenient way to get optimal shape by combination of the methods of NURBS and optimization; compared to the way of conic shape parameter, it is more flexible to control shape, and it's able to modify the local shape of head curve by NURBS. Therefore, it's of great practical significance and applicable value to develop the system of optimization and design based on NURBS.

**Key words:** Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) curves and surfaces; geometry parameterization; shape optimization; genetic algorithm

**摘 要:** 采用 NURBS 曲线曲面, 对钝锥弹头和钝双锥弹体建立参数化曲面模型, 取 NURBS 曲线控制点作为设计参数, 应用高超声速面元法求解气动力特性, 在给定设计约束下, 采用遗传算法进行气动外形优化设计, 并对优化结果进行了比较分析。结果表明, 采用 NURBS 方法构造参数化外形, 并结合优化技术可方便快速地获得所需最优外形; 与应用二次曲线构造参数化外形相比, 该方法对弹体形状控制更加灵活, 并可局部修改弹头曲线形状。因此, 基于 NURBS 方法发展整套的系统优化设计算法很有现实意义和应用价值。

**关键词:** 非均匀有理 B 样条曲线曲面; 几何参数化; 外形优化; 遗传算法

**DOI:** 10.3778/j.issn.1002-8331.2008.28.069 **文章编号:** 1002-8331(2008)28-0211-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** V211.47

## 1 引言

气动外形优化设计的总体思想是将设计对象的气动分析与最优化方法相结合, 以气动特性计算为基础, 通过不断改变设计对象的外形, 使其气动性能在满足给定约束条件下达到最优。该设计过程的核心模块之一是参数化几何外形数学模型的建立。二十年来, 已经发展了许多建立飞行器几何外形的参数化方法, 如: 型函数法、多项式函数和样条方法, 偏微分方程法<sup>[1]</sup>、自由形式变形法<sup>[2]</sup>、网格点方法<sup>[3]</sup>, 以及基于 CAD 技术的曲线曲面造型<sup>[4]</sup>等等。型函数法适用范围有限, 偏微分方程法局部性控制难以令人满意, 网格点方法计算量较大, 而基于 CAD 方法的造型也存在自动生成网格方面的不足。NURBS(非均匀有理 B 样条)方法虽然复杂, 难以理解, 但由于其在几何设计系统中可使用统一的数学模型表示自由型曲线曲面, 易于修改, 且具有良好的几何特性, 而受到更多关注。

在飞行器外形的参数化造型过程中, NURBS 可广泛地应用于对翼型、弹翼类部件、弹身类部件及复杂翼身融合布局的外形设计。本文初步探讨了 NURBS 方法在构造飞行器外形方

面的应用, 采用该方法建立设计外形的参数化模型, 通过高超声速面元法计算气动力特性, 应用遗传算法, 分析了整个气动外形优化设计过程。结果表明, NURBS 方法提高了弹体设计的灵活性, 相比于多项式曲线构造弹体外形, 前者表达形式更为简洁方便, 且利于表面网格的自动生成。此外, 这为以后建立快速有效的复杂外形飞行器优化平台系统, 及进一步丰富和发展各个计算模块奠定了基础。

## 2 气动力预测方法

本文在无粘流的基础上, 采用工程预测方法即高超声速面元法<sup>[5]</sup>计算飞行器气动力特性。该方法具有快速有效的特点, 这可以较好地满足工程设计的需要, 又弥补了遗传算法计算量大的不足。

高超声速面元法的基础是压力系数的计算。为得到较为精确的计算结果, 对经典牛顿公式进行修正, 用于计算高超声速钝头体迎风面压力系数的修正牛顿公式, 即:

$$C_p = K \sin^2 \theta \quad (1)$$

**作者简介:** 侯粉(1983-), 女, 硕士研究生; 徐敏(1956-), 女, 教授, 博士生导师。

**收稿日期:** 2007-11-14 **修回日期:** 2008-02-25

其中,

$$K = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left\{ \left[ \frac{(\gamma+1)^2}{4\gamma M_\infty^2 - 2(\gamma-1)} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot \left[ \frac{1-\gamma+2\gamma M_\infty^2}{\gamma+1} \right] - 1 \right\}$$

背风面压力系数的计算采用 Prandtl-Meyer 公式,表达式为:

$$C_p = -2\theta\beta \quad (2)$$

式中,

$$\frac{\beta}{\theta} = \frac{\gamma+1}{4} \left\{ \sqrt{1 + \left[ \frac{4}{(\gamma+1)M_\infty\theta} \right]^2} - 1 \right\}$$

其中  $\beta$  为修正系数,  $\theta$  为物面与自由流夹角。

应用该预测方法估算了某弹体外形的气动力特性,并与 CFD 数据比较,升力系数和升阻比随迎角的变化见图 1 和图 2。可观察到,估算结果与实验数据较好地相符。

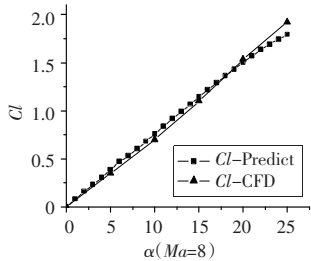


图 1 升力系数随迎角变化

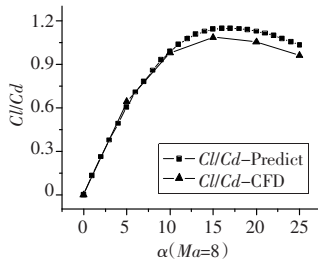


图 2 升阻比随迎角变化

### 3 参数化建模

根据飞行器的外形特征和设计要求,建立通过控制参数准确描述飞行器外形的几何数学模型是优化设计工作的一个重要方面,同时也是面元法进行气动力计算的基础,本文采用 NURBS 曲线曲面生成参数化几何模型。

$k$  次 NURBS 曲线<sup>[6]</sup>以向量值的分段有理多项式形式表示为:

$$p(u) = \frac{\sum_{i=0}^n \omega_i d_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n \omega_i N_{i,k}(u)} \quad (3)$$

为便于计算机实现,采用了齐次坐标表示 NURBS 曲线,即对于  $k$  次曲线:首先确定带权控制点

$$D_i = [\omega_i d_i \ \omega_i] = [\omega_{xi} \ \omega_{yi} \ \omega_{zi} \ \omega_i], i=0, 1, \dots, n$$

其次,用带权控制点定义一条四维的  $k$  次 B 样条曲线;最后,取该曲线在  $\omega=1$  超平面上的中心投影,即得  $k$  次 NURBS 曲线。将计算 NURBS 曲线上点的算法推广可得 NURBS 曲面上的点。

本文发展了次数  $k \leq 3$  的几类 NURBS 曲线曲面。分别建立了钝锥弹头曲面,钝双锥圆截面弹体,及相应表面网格。这里主要介绍弹头曲面的参数化模型生成,钝双锥弹体生成过程与其类似。

对于钝锥弹头曲面,先建立头部母线,再将母线绕  $X$  轴旋转一周即可。母线由两段 NURBS 曲线组成。首先,在给定的头部半径和圆心角下,采用 3 个控制顶点建立二次 NURBS 曲线表示的头部圆弧,节点矢量由 Hartley<sup>[6]</sup>参数化方法确定,相应于控制点的权值分别为  $1.0, \cos(0.5\theta), 1.0$ ,其中  $\theta$  为圆弧对应的圆心角。然后,取初始非圆弧段头部母线上 4 个点,给定切矢边界条件,即保证该段曲线与圆弧段和弹身圆柱段相切,应用三次 NURBS 方法进行反算,得到表示该段曲线的 6 个控制顶点及对应权值。最后,将该整条母线绕  $X$  轴旋转得到弹头曲面,并由直接参数映射法得到曲面网格。为提高气动力特性计算精度,采用积累弦长参数化方法对整个表面网格间距进行了

调整,有效控制了第一层网格的间距及相邻网格间的间距比例。钝双锥弹体参数模型的建立采用二次 NURBS 曲线曲面,过程与弹头曲面生成类似。

### 4 优化与结果分析

气动外形优化设计时,所选用的优化方法会严重影响到优化结果。数值优化方法算法简单,优化效率较高,但优化的最终结果往往是局部最优,不能保证达到全局最优解。遗传算法<sup>[7-8]</sup>等随机性搜索方法计算量比传统算法大,但可达到全局最优解,因此采用遗传算法用于优化设计。同时,由于用工程估算方法预测飞行器气动力特性,这就弥补了遗传算法计算量过大的不足。

整个气动外形优化设计的流程见图 3。

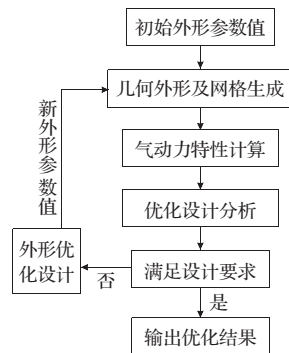


图 3 外形优化设计流程图

#### 4.1 弹头曲线优化设计

针对应用 NURBS 曲面生成的初始弹头曲面,建立的优化模型数学形式表示为:

设计点:高度  $H=25$  km, 音速  $a=298.389$  m/s,

马赫数  $Ma=6.0$ , 迎角  $\alpha=3.0^\circ$ 。

目标函数:  $\text{Max}: f(X) = K = Cl/Cd$

$$\text{约束条件: } \begin{cases} g_1(X) = Cl \geq Cl_0 \\ g_2(X) = Cd \leq Cd_0 \\ g_j(X) = X_j = X_{j0}, j=1, 2, 3, 4 \\ X_i \in [X_{lower}, X_{upper}], i=1, 2 \end{cases}$$

式中,下标 0 表示初值,  $Cl$  为升力系数,  $Cd$  为阻力系数,等式约束表示弹头半径,圆心角,弹身直径及长细比保持为初值,  $X_{lower}, X_{upper}$  分别为设计变量下限和上限。设计变量取反算后得到的控制顶点坐标,可实现曲线形状的任意变化。长度单位为 m,角度单位为  $(^\circ)$ 。参考长度取头部半径;参考面积取弹身截面积。

优化前后的头部曲线变化见图 4,气动力系数结果见表 1。可明显地观察到,经优化后,弹头升阻比提高 9.5%,减阻效果显著。此外,该头部母线的曲线方程可方便地由 NURBS 函数表达式得到。

表 1 钝锥弹头优化前后气动力系数

	升力系数	阻力系数	升阻比	升阻比增加
优化前	0.089 777	0.063 942	1.404 034	9.7%
优化后	0.090 031	0.058 458	1.540 107	

#### 4.2 双锥弹体优化设计

初始的双锥弹体外形及表面网格见图 5。与弹体几何外形相关的设计变量为:头部半径,头部圆心角,头部前锥长,弹身半锥角。此外,取前锥底截面和后锥底截面作为控制面,相关的两个截面控制点作为设计变量。相关几何约束为:弹体长度和

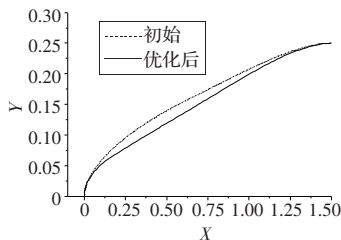


图4 优化前后头部曲线变化

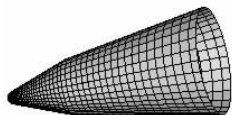


图5 初始圆截面弹体外形及网格

弹身底部面积不变。与目标性能相关的约束为升力系数不小于初始升力系数。

该优化任务的数学模型表示为:

给定的多个设计点:马赫数  $Ma=8$ ,迎角  $\alpha$  取不同值。

目标函数:  $\text{Max}: f(X) = K = Cl/Cd$

$$\text{约束条件: } \begin{cases} g_1(X) = Cl \geq Cl_0 \\ g_2(X) = S_{base} = S_{base0} \\ g_3(X) = Lb = Lb_0 \\ X_i \in [X_{lower}, X_{upper}], i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \end{cases}$$

其中下标 0 表示初值,  $S_{base0}, Lb_0$  分别为初始外形的底部面积和弹体总长  $X_{lower}, X_{upper}$  分别为设计变量下限和上限。长度单位为 m, 角度单位为 ( $^\circ$ )。

采用相同的优化模型在多个设计点对三种情况,即限制弹身截面为圆、椭圆和任意二次 NURBS 曲线,分别进行了气动优化设计。在给定约束下,对椭圆外形,每个截面取两个控制点为设计变量;对任意 NURBS 曲线,每个截面取 4 个控制点为设计变量。每个控制点坐标沿其局部法向变化。鉴于 NURBS 曲线良好的局部修改性质,则截面线可在给定约束下任意调整。

图 6 和图 7 为各截面形状约束情况下,优化后升阻比和升力系数随迎角的变化曲线。从图中可观察到,与初始外形相比,当弹身截面为圆时,升力系数基本不变,升阻比稍有增加,而弹身截面为椭圆或者二次 NURBS 曲线控制面时,升阻比和升力系数均有显著提高,且小迎角下,基于任意二次 NURBS 曲线控制面的最优外形升阻比和升力系数都为最优。大迎角下,后两者气动力系数接近。可见,应用任意二次 NURBS 曲线控制面构造弹体,有利于寻找最优性能的弹体外形。图 8 和图 9 为迎角为  $12^\circ$  时,各情况优化前后两个控制截面的曲线变化。可观察到:在该设计点,优化前后相比,前锥底部截面的变化较为剧烈,这是由于在体积固定的前提下,底部截面面积固定,而前锥截面变化有较大自由度。表 2 给出了迎角为  $6^\circ$  和  $12^\circ$  时,椭圆和基于任意二次 NURBS 曲线控制面的弹体外形,优化前后气动力系数的变化。可观察到,基于 NURBS 曲线控制面模型的气动力特性要明显优于初始外形。

表 2 钝双锥弹体优化前后气动力系数变化

		初始弹体	椭圆截面	增加率	任意截面	增加率
$\alpha=6^\circ$	升力系数	0.192 75	0.229 46	19.0%	0.248 26	28.8%
	升阻比	1.068 35	1.313 38	22.9%	1.381 71	29.3%
$\alpha=12^\circ$	升力系数	0.406 05	0.445 89	9.8%	0.459 12	13.1%
	升阻比	1.523 91	1.708 26	12.1%	1.708 74	12.1%

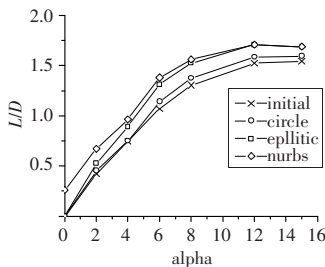


图6 不同截面最优外形升阻比随迎角变化

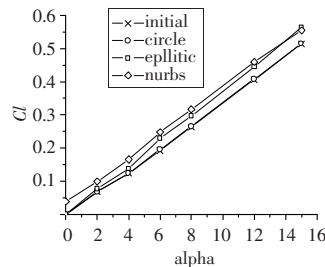


图7 不同截面最优外形升力系数随迎角变化

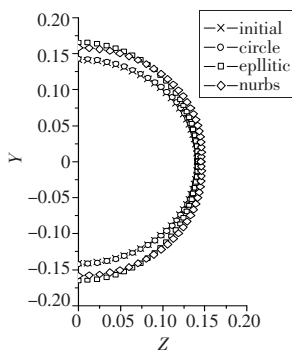


图8 优化前后弹体前锥底截面曲线变化  $\alpha=12^\circ$

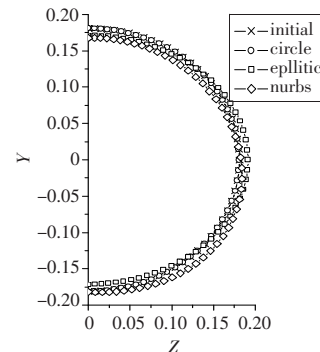


图9 优化前后弹体后锥底截面曲线变化  $\alpha=12^\circ$

### 5 结论

本文应用 NURBS 曲线曲面方法,针对钝锥弹头曲面及钝双锥弹体外形,采用遗传算法,进行了气动外形的优化设计。通过引入 NURBS 曲线曲面,发展了系统的参数化建模,自动生成面元,气动特性计算,及进行高超声速外形优化设计的整套算法,并分析比较了优化前后的气动力特性结果。结果表明,采用 NURBS 曲线曲面构造参数化外形,并结合优化技术可方便快速地获得所需优化外形,与用二次曲线进行参数化设计<sup>[9]</sup>相比,该方法构造的弹头及整个弹体形状控制更加灵活,可以仅改变所需要的局部曲线形状,参数化模型表示形式统一,可直接通过参数映射自动生成面元,使得设计过程更加方便。因此,基于 NURBS 方法进行参数化造型,以进行外形优化设计很有意义,这也为进一步进行复杂外形飞行器的外形优化设计平台的开发奠定了基础。

采用更加精确的 NS 方程流动求解器,应用 NURBS 算法建立复杂飞行器外形的参数化模型,及发展快速有效的优化搜索方法,建立飞行器外形优化设计平台将是下一步的研究目标。此外,将各种方法综合用于多学科优化设计也是未来的发展方向。

### 参考文献:

- [1] 曾杰. 偏微分方程曲面造型方法的若干问题[D]. 大连理工大学, 2005.
- [2] Samareh J. A. Aerodynamic shape optimization based on free-form deformation[C]//the 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, 30 August -1 September 2004, Albany, New York, 2004: 4630.
- [3] Koc Salim, Kim Hyoung-Jin, Nakahashi K. A geometry parameterization method for three-dimensional aerodynamic optimization[C]//the 34th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, 28 June -1 July 2004, Portland, Oregon, 2004: 2328.