

# 基于 SWT 和 FRFT 的脉冲星 TOA 估计算法

刘 劲, 马 杰, 田金文

LIU Jin, MA Jie, TIAN Jin-wen

华中科技大学 图像所多谱信息处理技术国家重点实验室, 武汉 430074

Institute for Pattern Recognition and Artificial Intelligence State Key Laboratory for Multi-spectral Information Processing Technologies, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

E-mail: majie.hust@sohu.com

LIU Jin, MA Jie, TIAN Jin-wen. Pulsar TOA estimation algorithm based on SWT and FRFT. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(22): 24-26.

**Abstract:** The pulsar super-resolution TOA algorithm based on stationary wavelet transform and fractional Fourier transform is proposed. First, the pulsar signal in one period is decomposed by multi-SWT. Then, TOA each corresponding to the low frequency part of the FRFT with different resolution is estimated. Finally, multiple-estimation of the pulsar TOA is obtained. The simulation results show that this algorithm can achieve precise and steady TOA with low sampling rate in noisy backgrounds.

**Key words:** pulsar; TOA; stationary wavelet transformation; fractional Fourier transform

**摘 要:** 提出了一种基于平稳小波和分数阶傅立叶变换的脉冲星超分辨率 TOA 估计算法。首先, 对一个周期内的脉冲星信号进行多层平稳小波分解。然后, 估计出与各层低频系数分数阶傅立叶变换相对应的 TOA。最后, 对脉冲星信号到达时间进行复合估计。实验结果表明, 在低采样率, 强噪声背景的情况下, 该算法能获得稳定、准确的脉冲信号到达时间。

**关键词:** 脉冲星; TOA; 平稳小波变换; 分数阶傅立叶变换

**DOI:** 10.3778/j.issn.1002-8331.2008.22.007 **文章编号:** 1002-8331(2008)22-0024-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** TN929.53

脉冲星是一种高速自转并具有强磁场的中子星。它不断对外辐射信号, 其信号具有极端稳定的脉冲周期。由于脉冲星能够同时提供准确的时间和空间位置坐标, 近年来, 基于脉冲星的航天器导航系统的研发受到人们重视<sup>[1]</sup>。其中, 脉冲星 TOA (Time Of Arrival) 定位技术是脉冲星导航的三大课题之一。脉冲星定位估计的关键技术是准确测量脉冲信号的到达时间。

在无线 TOA 定位<sup>[2]</sup>估计领域中, 已有不少学者提出了超分辨率 TOA 估计算法, 能在时间分辨率不高的情况下得到较高精度的 TOA 估计值。根据发射信号是否已知, 可将这些方法分为被动 TOA 估计和主动 TOA 估计。被动 TOA 估计是将接收信号的 CPS (Cross Power Spectrum) 作为相对应的时间序列, 再采用谱估计方法对 CPS 进行估计<sup>[3]</sup>。如果发射信号未知, 采用被动 TOA 估计 (如 ESPRIT<sup>[4]</sup>, MUSIC<sup>[5]</sup> 等) 可得到较好的估计效果。基于相关运算的主动 TOA 估计 (如 WRELAX<sup>[6,7]</sup>, EM<sup>[8]</sup> 等) 将多维最优化问题转化为一维最优化问题。在发射信号已知的情况下, 采用主动 TOA 估计可获得更高的估计精度。但是这些 TOA 估计方法在低信噪比的情况下, 性能急剧下降。根据在某些 FRFT<sup>[9]</sup> (Fractional Fourier Transform) 域, 噪声对信号的影响可被减小这一特性, Kamallesh 等人提出了 FRFTC<sup>[10]</sup> 算法, 该算

法可在低信噪比的情况下获得较为稳定、准确的 TOA 估计。但是, 该算法是在一个 FRFT 域估计 TOA, 抗噪声能力有限。

由于脉冲信号传感器具有指向性, 可以利用事先获得高信噪比的脉冲轮廓模板。因此, 脉冲星信号 TOA 估计宜采用主动 TOA 估计方法, 以提高估计精度。同时, 脉冲星信号是一种微弱信号, 信噪比很低, 给常见的主动式 TOA 方法带来了困难。因此本文基于脉冲星信号这些特点, 提出了一种基于平稳小波和分数阶傅立叶变换的 TOA 估计算法。该算法先对脉冲信号进行多层平稳小波分解。由于在不同的分数阶傅立叶变换域, 噪声对信号的影响不同, 因此, 需要为每一层低频系数选择其最佳分数阶傅立叶变换域, 并估计出脉冲星信号到达时间。融合这些 TOA 估计值即可。由于融合了多层低频系数的最佳 TOA 估计, 与 FRFTC 相比, 该算法的 TOA 估计值更加稳定、准确。

## 1 平稳小波变换

平稳小波变换<sup>[11]</sup> (SWT) 是传统小波变换的变化形式, 对低通和高通滤波器输出的小波系数不再进行 2 倍抽取操作, 而是在各级滤波器的值之间进行插值操作。这样, 小波系数和尺度系

**基金项目:** 国家高技术研究发展计划 (863) (the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2006AAJ109); 中国航天科技集团五院创新基金 (No.CAST200629)。

**作者简介:** 刘劲 (1981-), 男, 在读博士, 主要研究领域为基于脉冲星的导航方法研究; 马杰 (1973-), 男, 博士后, 副教授, 主要研究领域为组合导航方法研究; 田金文 (1960-), 男, 博士, 教授, 博导, 主要研究领域为组合导航、遥感信息处理。

**收稿日期:** 2008-03-24 **修回日期:** 2008-04-24

数就与原始信号等长,每种分辨率下的信号和原始信号一一对应,这对 TOA 估计是十分重要的。其单步分解流程图如图 1 所示。

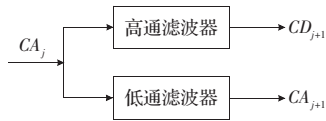


图 1 平稳小波变换的单步分解

## 2 分数阶傅立叶变换

分数阶傅立叶变换作为 Fourier 变换的一种广义形式,它可以解释为信号在时刻平面内坐标轴绕原点逆时针旋转任意角度  $\alpha$  后构成的分数阶 Fourier 域  $u$  上的表示方法。信号的 Fourier 变换可看成将其在时间轴上逆时针旋转  $\pi/2$  到频率轴上的表示,则 FRFT 可以看成将信号在时间轴上逆时针旋转任意角度  $\alpha$  到  $u$  轴上的表示( $u$  轴被称为分数阶 Fourier 域)。

信号  $f(t)$  的分数阶傅立叶变换定义为:

$$F_{\alpha}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) K_{\alpha}(t, u) dt \quad (1)$$

$$K_{\alpha}(t, u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1-j\cot\alpha}{2\pi}} \exp\left(\frac{j(t^2+u^2)\cot\alpha}{2} - jtu\csc\alpha\right) & \alpha \text{ 不为 } \pi \text{ 的整数倍} \\ \delta(t-u) & \alpha \text{ 为 } 2\pi \text{ 的整数倍} \\ \delta(t+u) & \alpha+\pi \text{ 为 } 2\pi \text{ 的整数倍} \end{cases}$$

本文将利用 FRFT 的时延性质估计 TOA。其时延性质如下:

$$f(t-\tau) \xrightarrow{\alpha} \exp[j\theta(u)] F_{\alpha}(u-\tau\cos\alpha) \quad (2)$$

$$\theta(u) = \frac{\pi\tau}{2} \frac{\sin 2\alpha - 4\pi u \tau \sin\alpha}{2}, \tau \text{ 为时间延迟。}$$

## 3 超分辨率 TOA 估计

本文对脉冲星信号进行小波分解后,根据每一层低频小波系数得出一个脉冲星信号到达时间估计值,再融合这些信息得到一个稳定,准确的 TOA 估计值。为提高算法性能,采用了以下 3 种技术。

(1) 平稳小波变换。脉冲星信号具有这样一个特点:能量集中在低频部分。而白噪声的能量均匀分布在各个频段,若对信号进行小波分解,低频部分的信噪比将较高。利用低频部分进行 TOA 估计,算法抗噪声能力将会提高。但是,由于受到 2 倍抽取操作的影响,估计精度会下降。平稳小波变换不进行 2 倍抽取操作,因此,本文采用平稳小波变换。

(2) 分数阶傅立叶变换。在某些分数阶傅立叶变换域,噪声对信号的影响可能会减小。为每一层低频系数选择其最佳的分数阶傅立叶变换,可有效提高估计精度。

(3) 循环相关估计器。由于脉冲星信号是周期信号,在航天器上测得的相位只能是 0~1 之间的任何小数值。采用循环相关估计器可充分利用脉冲信号所含信息。

本文算法具体步骤如下:

(1) 将一个周期内的脉冲星信号进行  $J$  层平稳小波分解。

(2) 选择第  $j$  ( $0 \leq j \leq J, j$  为 0 时,表示没有对信号进行分解) 层低频小波系数分数阶傅立叶变换的参数  $\alpha_j$ , 并计算分数阶傅立叶变换。对于不同的信号,最佳分数阶傅立叶变换的参

数  $\alpha_j$  也不同。本文通过大量实验仿真,为每一层低频小波系数选取了最佳参数  $\alpha_j$ 。

(3) 根据第  $j$  层低频小波系数的分数阶傅立叶变换值  $F_j$ , 采用循环相关估计器得到一个 TOA 估计值  $\hat{\tau}_j$ 。 $\hat{\tau}_j$  可按如下步骤计算:

首先,求接收信号的  $|F_j|$  与高信噪比脉冲轮廓模板的  $|F_j^m|$  循环相关值。根据式(2)可知,时间延迟为  $\tau$  时,  $|F_a|$  的延迟为  $\tau\cos\alpha$ 。因此,本文采用如式(3)所示的循环相关估计器。

$$C(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |F_j^m(n)| |F_j(n+\tau\cos\alpha)| \quad (3)$$

其中,  $|\cdot|$  表示取绝对值。

然后,求 TOA 的估计值  $\tau_m$ 。

$$\tau_m = \underset{\tau}{\operatorname{argmax}} C(\tau) \quad (4)$$

最后,采用抛物插值法对 TOA 进行超分辨率估计<sup>[12]</sup>。

$$\hat{\tau}_j = \tau_m - 0.5 \frac{C(\tau_m+1) - C(\tau_m-1)}{C(\tau_m+1) - 2C(\tau_m) + C(\tau_m-1)} \quad (5)$$

(4) 综合这些估计值,得到一个较为准确、稳定的估计值。如果对脉冲信号分解层数较高,损失的高频信息较多,得到的 TOA 估计值误差较大。因此,在复合估计时,相应的 TOA 权值应较小。本文按照下式对脉冲星 TOA 复合估计。

$$\hat{\tau} = \frac{\sum_{j=0}^J (j+1)^{-2} \hat{\tau}_j}{\sum_{j=0}^J (j+1)^{-2}} \quad (6)$$

## 4 仿真结果

为测试算法性能,采用 PSR J2235+1506(采样间隔  $\Delta T$  为  $5.836\ 660\ 42 \times 10^{-5}$  s) 和 B1821-24(采样间隔  $\Delta T$  为  $1.193\ 091\ 61 \times 10^{-5}$  s) 辐射脉冲信号进行仿真实验,时间延迟均为  $31.9\Delta T$ 。脉冲星数据来自于 EPN 数据库(the European Pulsar Network Data Archive)。

由于 Haar 小波具有简单、正交、对称等优点,本文将脉冲星信号用 Haar 小波作两级分解。各层低频小波系数分数阶傅立叶变换的参数  $\alpha_0, \alpha_1$  和  $\alpha_2$  分别为 0, 0.4, 0.5。信道均为值为 0 的 AGWN 信道。将本文算法与 FRFTC 算法进行 1 000 次仿真。在不同信噪比的情况下,误差幅度的均值和方差如图 2~图 5 所示。从图 2 和图 4 可以看出,本文算法误差幅度均值比 FRFTC 提高了约 0.1 个采样间隔以上,在低信噪比时,可提高 0.15~0.4 个采样间隔。从图 3 和图 5 可以看出,本文算法误差幅度方差比 FRFTC 小,在低信噪比时,效果更为明显。

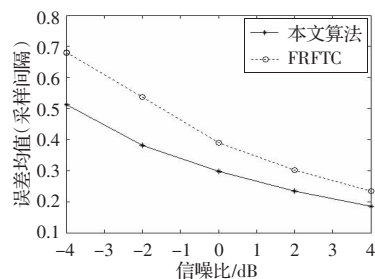


图 2 本文算法与 FRFTC 误差幅度的均值比较(J2235+1506)

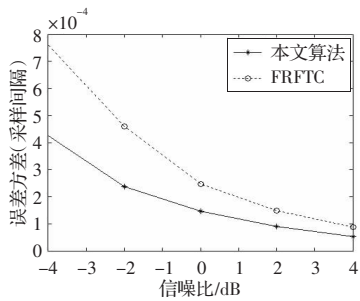


图3 本文算法与FRFTC误差幅度的方差比较(J2235+1506)

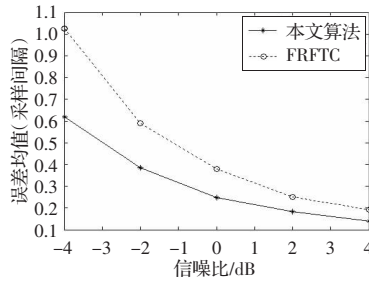


图4 本文算法与FRFTC误差幅度的均值比较(B1821-24)

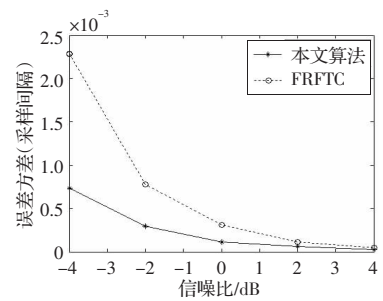


图5 本文算法与FRFTC误差幅度的方差比较(B1821-24)

## 5 结论

脉冲星信号具有以下两个特点:(1)脉冲星信号是周期信号;(2)信号能量集中在低频部分。根据这两个特点,本文提出了一种基于平稳小波变换和分数阶傅立叶变换的脉冲星超分辨率TOA估计算法。该算法根据每一层低频小波系数得出一个脉冲星信号到达时间估计值,再融合这些信息得到一个稳定、准确的TOA估计值。进一步的研究工作包括整理更多的脉冲星数据并进行TOA估计,及研究基于独立分量分析的脉冲星去噪技术以提高估计精度。

## 参考文献:

- [1] Sheikh S I, Pines D J, Ray R P S, et al. Spacecraft navigation using x-ray pulsars[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(1):49-63.
- [2] 毛永毅,李明远,张保军.基于BP神经网络的蜂窝无线定位算法[J].计算机工程与应用,2008,44(3):60-63.
- [3] Liu Wen-hong, Qiu Tian-shuang, Hu Ting-ting, et al. High resolution multipath time delay estimation based on FLOCCS-ESPRIT[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2007, 17(1):30-34.
- [4] Vanderveen A J, Vanderveen M C, Paulraj A. Joint angle and delay estimation using shift-invariance techniques[J]. IEEE Trans Signal

(上接12页)

- [5] 刘齐宏,唐常杰,李川,等.基于属性归纳的中药方剂数据挖掘[J].计算机应用,2007,27(2):449-452.
- [6] 曾令明,唐常杰,阴小雄,等.基于位图矩阵和双支持度的中药配伍挖掘技术[J].四川大学学报:自然科学版,2005,42(1):57-62.
- [7] 戴汝为.我国中医药创新发展的机遇——从发达国家迈向“概念时代”谈起[J].世界科学技术-中医药现代化,2007,9(3):1-6.
- [8] 戴汝为.模式的识别分析与集成技术——中医智能系统发展的探讨[J].世界科学技术-中医药现代化,2007,9(5):7-11.
- [9] Small H. Co-citation in the scientific literature: a new measure of

(上接23页)

- [13] 齐林,陶然,周思永,等.基于分数阶Fourier变换的多分量LFM信号检测与参数估计[J].中国科学E辑,2004,47(2):184-198.
- [14] 陶然,邓兵,王越.分数阶Fourier变换在信号处理领域的研究进展[J].中国科学E辑,2006,36(2):113-136.
- [15] 赵兴浩,邓兵,陶然.分数阶傅里叶变换数值计算中的量纲归一化研究[J].北京理工大学学报,2005,25(4):360-364.
- [16] Stankovic S, Djurovic I, Pitas I. Watermarking in the space/spatial-frequency domain using two-dimensional radon-wigner distribution[J]. IEEE Trans Image Processing, 2001, 10(4):650-658.
- [17] Zhang Feng, Mu Xiao-min, Yang Shou-yi. Multiple-Chirp typed

Processing, 1998, 46(2):405-418.

- [5] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood and cramer-rao bound[J]. IEEE Trans Acous, Speech, Signal Processing, 1989, 37(5):720-741.
- [6] Li J, Wu R B. An efficient algorithm for time delay estimation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(8):2231-2235.
- [7] Su Z G, Wu R B. Delay and doppler scale estimation of multiple moving targets via DS-WRELAX[J]. IEE Electronics Letters, 2000, 36(9):827-828.
- [8] Yi M, Wei P, Xiao X C, et al. Efficient initialization method for time delay estimation[J]. IEE Electronics Letters, 2003, 39(12):935-936.
- [9] Kutay M A, Ozaktas H M, Arikan O, et al. Optimal filtering in fractional Fourier domains[J]. IEEE Trans Signal Process, 1997, 45(5):2141-2150.
- [10] Kamalesh Kumar Sharma, Shiv Dutt Joshi. Time delay estimation using fractional Fourier transform[J]. Signal Processing, 2007, 87(5):853-865.
- [11] Nason G P, Silverman B W. The stationary wavelet transform and some statistical applications[C]// Antoniadis, Oppenheim G. Wavelets and Statistics. New York: Springer Verlag, 1995:281-299.
- [12] Maskell D L, Woods G S. The estimation of subsample time delay of arrival in the discrete-time measurement of phase delay[J]. IEEE Trans Instrum Meas, 1999, 48(6):1227-1231.

the relationship between two documents[J]. Journal of the American Society for Information Science, 1973, 24:265-269.

- [10] Kleinberg J M. Authoritative sources in a hyperlinked environment[C]// Proc of the 9th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, 1998:668-677.
- [11] Fruchterman T M J, Reingold E M. Graph drawing by force-directed placement[J]. Software-Practice and Experience, 1991, 21(11):1129-1164.
- [12] Noack A. Energy-based clustering of graphs with nonuniform degrees[C]// Proc of Graph Drawing, 2005:309-320.

blind watermarking algorithm based on fractional Fourier transform[C]// Proc IEEE, ISPACS2005, 2005:141-144.

- [18] 陶然,齐林,王越.分数阶Fourier变换的原理与应用[M].北京:清华大学出版社,2004.
- [19] Mendlovic D, Ozaktas H M. Fractional Fourier transform and their optical implementation[J]. J Opt Soc AM A, 1993, 10(10):1875-1881.
- [20] 张贤达. 矩阵分析与应用[M].北京:清华大学出版社,2004.
- [21] Haldum M O, Arikan O, Kutay M A, et al. Digital computation of the fractional Fourier transform[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1996, 9:2141-2150.