◎图形、图像、模式识别◎

分块 PCA 与最大散度差鉴别分析结合的人脸识别

崔美琳，陈才扣
CUI Mei-lin，CHEN Cai-kou

扬州大学 信息科学与工程学院，江苏 扬州 225009
Department of Computer Science and Engineering，Yangzhou University，Yangzhou，Jiangsu 225009，China
E-mail：1983mickey@163.com

CUI Mei-lin，CHEN Cai-kou.Combination of modular PCA and maximum scatter difference discriminate analysis for face recognition.Computer Engineering and Applications，2008，44（34）：155-157.

Abstract： In this paper，a new method of combination of modular PCA and Maximum Scatter Difference Discriminate Analysis（MSDDA） is developed.In the proposed method，the original face images are divided into smaller sub-images.Then the PCA approach is applied to each of these sub-images，and the new lower dimensionality patterns take the place of the original patterns. Because the MSDDA eliminates the redundant information within the features，in the end，the MSDDA is performed for the pattern classification.Finally，extensive experiments performed on both ORL face database and Yale face database verify the effectiveness of the proposed method.
Key words： modular PCA；Maximum Scatter Difference Discriminate Analysis（MSDDA）；face recognition

摘　要：提出了一种将分块 PCA 与最大散度差鉴别分析相结合的人脸识别方法。该方法是先对原始的人脸图像进行分块，然后对分块得到的子图像矩阵采用 PCA 方法进行特征抽取，从而把原始模式从高维空间映射到较低维空间。接下来再对新模式采用最大散度差线性鉴别分析，这样就避免了对新模式的类内散布矩阵非奇异的要求。在 ORL 人脸库和 Yale 人脸库上分别检验了分块 PCA 与最大散度差鉴别分析相结合的人脸识别方法的识别性能，实验结果表明该方法抽取的鉴别特征有较强的鉴别能力。
关键词：分块 PCA；最大散度差鉴别分析；人脸识别
DOI：10.3778/j.issn.1002-8331.2008.34.048　**文章编号：**1002-8331（2008）34-0155-03　**文献标识码：**A　**中图分类号：**TP391.4

1　引言

目前，在人脸识别问题中，通常采用的是传统的 PCA 方法[1-3]，即首先将原始图像矩阵转化为图像向量，然后以这些图像向量作为原始特征进行特征抽取。该方法本质上是在最小均方意义下寻找最能够代表原始数据的投影。由于传统的 PCA 方法是将整幅人脸图像作为一个整体来考虑的，而实际上当人脸的表情和光照条件变化时，仅部分人脸区域变化明显，而其它部分变化不大，甚至无变化。针对这一特性，文献[4]中提出了分块 PCA，即 Modular PCA。之后，陈[5]等人提出了将分块 PCA 与 Fisher 鉴别分析相结合的人脸识别方法，称为 M2PCA+FDA 方法，该方法对划分后的子图像进行鉴别分析，捕捉人脸的局部信息特征，从而有利于识别，实验证明该方法的识别性能优于传统的 PCA 方法。但是由于 Fisher 鉴别分析是选择类间散布与类内散布的比作为准则函数，使得在处理问题时不得不面临着类内散布矩阵奇异的问题。为了解决这一问题，刘[6]等人提出了最大散度差鉴别分析（MSDDA），该方法是利用类间散布与类内散布之差作为鉴别准则，这样不仅从根本上避免了由于类内散布矩阵奇异带来的计算困难，同时保持了与 Fisher 准则相似的物理意义[6]。基于分块 PCA 和最大散度差鉴别分析各自的优点，本文秉承了传统的 PCA 方法，在分块 PCA 的基础上，提出了将分块 PCA 与最大散度差鉴别分析相结合的方法。该方法首先采用分块 PCA，即先将原始图像分成大小相等的子图像，然后对分块得到的子图像矩阵采用 PCA 方法进行特征抽取，把原始图像从高维空间映射到较低维空间，之后利用最大散度差鉴别分析对较低维空间中的图像进行分类识别。在 ORL 标准人脸库和 Yale 人脸库上的实验结果验证了本文方法的有效性。

2　主分量分析

假设原始训练样本 $\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\cdots,\boldsymbol{X}_N$ 是一组 n 维列向量（$\boldsymbol{X}_i\in\boldsymbol{R}^n,i=1,2,\cdots,N$），则训练样本集所估计的协方差矩阵为：$\boldsymbol{\Sigma}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\boldsymbol{X}_i-\bar{\boldsymbol{X}})(\boldsymbol{X}_i-\bar{\boldsymbol{X}})^{\mathrm{T}}$，其中 $\bar{\boldsymbol{X}}$ 为所有训练样本的均值，即 $\bar{\boldsymbol{X}}=$

基金项目：江苏省高校自然科学基金（No.05KJB520152，No.07KJB520133）。
作者简介：崔美琳（1983-），女，硕士研究生，主要研究方向：模式识别与智能系统；陈才扣（1967-），男，博士后，副教授，硕士生导师，主要从事模式识别理论与应用、生物特征识别等研究。
收稿日期：2008-05-26　**修回日期：**2008-09-05

$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{X}_i$。下面选取一组标准正交且使得式(1)达到极值的向量 $\boldsymbol{V}_1,\boldsymbol{V}_2,\cdots,\boldsymbol{V}_d$ 作为投影轴。

$$\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{\Sigma}}(\boldsymbol{V})=\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V} \tag{1}$$

其物理意义是使得投影后所得特征的总体散布量(类间散布量与类内散布量之和)最大。事实上,这一组最佳投影轴应取为$\boldsymbol{\Sigma}$的 d 个最大特征值所对应的标准正交的特征向量。然而,在人脸识别中,由于图像向量的维数通常很高,使得训练样本总数 N 远远小于训练样本维数 n,产生小样本问题,因此常借助奇异值分解定理间接求解$\boldsymbol{\Sigma}$的特征向量,具体如下:

令 $\boldsymbol{Q}=(\boldsymbol{X}_1-\bar{\boldsymbol{X}},\boldsymbol{X}_2-\bar{\boldsymbol{X}},\cdots,\boldsymbol{X}_N-\bar{\boldsymbol{X}})$,则 $\boldsymbol{\Sigma}=\frac{1}{N}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}$。构造矩阵 $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\in\boldsymbol{R}^{N\times N}$,易求得其特征值 $\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_N$ 及其相对应的标准正交的特征向量 $\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\cdots,\boldsymbol{u}_N$,所以$\boldsymbol{\Sigma}$的前 d 个最大特征值为 $\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_d$,且相应的标准正交的特征向量 $\boldsymbol{V}_1,\boldsymbol{V}_2,\cdots,\boldsymbol{V}_d$,其中 $\boldsymbol{V}_i=\frac{1}{\sqrt{\lambda_i}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{u}_i,i=1,2,\cdots,d,$。故对于任意一个样本 $\boldsymbol{X}$,$\boldsymbol{Y}=(\boldsymbol{V}_1\ \ \boldsymbol{V}_2\ \ \cdots\ \ \boldsymbol{V}_d)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}$[7-8]。

3 分块 PCA

与线性代数中矩阵的分块类似,分块 PCA 是先将一个 $m\times n$ 的图像矩阵 $\boldsymbol{A}$ 分成 T 个子图像,每个子图像的大小为 $m_1\times n_1$,即

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} & \cdots & \boldsymbol{A}_{1q}\\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} & \cdots & \boldsymbol{A}_{2q}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \boldsymbol{A}_{p1} & \boldsymbol{A}_{p2} & \cdots & \boldsymbol{A}_{pq}\end{bmatrix}$$

其中 $T=p\times q$,$p\times m_1=m$,$q\times n_1=n$,然后将所有训练样本的子图像矩阵看作训练样本施行 PCA 方法。

训练样本图像 $\boldsymbol{A}_{ij}$ 的 pq 分块矩阵表示为:

$$\boldsymbol{A}_{ij}=\begin{bmatrix}(\boldsymbol{A}_{ij})_{11} & (\boldsymbol{A}_{ij})_{12} & \cdots & (\boldsymbol{A}_{ij})_{1q}\\ (\boldsymbol{A}_{ij})_{21} & (\boldsymbol{A}_{ij})_{22} & \cdots & (\boldsymbol{A}_{ij})_{2q}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ (\boldsymbol{A}_{ij})_{p1} & (\boldsymbol{A}_{ij})_{p2} & \cdots & (\boldsymbol{A}_{ij})_{pq}\end{bmatrix} \tag{2}$$

令 $(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{kl}=Vec(\boldsymbol{A}_{ij})_{kl},k=1,2,\cdots,p,l=1,2,\cdots,q$,则 $(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{kl}\in\boldsymbol{R}^{m_1\times n_1}$,则所有训练样本的子图像矩阵的总体散布矩阵为:

$$\boldsymbol{S}=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{k=1}^{p}\sum_{l=1}^{q}((\boldsymbol{\eta}_{ij})_{kl}-\boldsymbol{\eta})((\boldsymbol{\eta}_{ij})_{kl}-\boldsymbol{\eta})^{\mathrm{T}}$$

其中 $M=(\sum_{i=1}^{C}n_i)pq=Npq$ 表示训练样本子图像矩阵总数,$\boldsymbol{\eta}=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{k=1}^{p}\sum_{l=1}^{q}(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{kl}$ 为所有训练样本子矩阵均值。容易证明 $\boldsymbol{S}$ 为 $m_1n_1\times m_1n_1$ 非负定矩阵。单一的最优投影方向是不够的,需要寻找一组满足标准正交的最优投影向量组 $\boldsymbol{Z}_1,\boldsymbol{Z}_2,\cdots,\boldsymbol{Z}_r$[5]。

定理 1[9] 最优投影向量组 $\boldsymbol{Z}_1,\boldsymbol{Z}_2,\cdots,\boldsymbol{Z}_r$ 可取为 $\boldsymbol{S}$ 的 r 个最大本征值所对应的标准正交的本征向量。

令 $\boldsymbol{Q}=[\boldsymbol{Z}_1,\boldsymbol{Z}_2,\cdots,\boldsymbol{Z}_r]$,$\boldsymbol{Q}\in\boldsymbol{R}^{(m_1\times n_1)\times r}$ 称为最优投影矩阵。最优投影矩阵 $\boldsymbol{Q}=[\boldsymbol{Z}_1,\boldsymbol{Z}_2,\cdots,\boldsymbol{Z}_r]$用于特征抽取。训练样本 $\boldsymbol{A}_{ij}$ 的特征矩阵为:

$$\boldsymbol{B}_{ij}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{11} & \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{12} & \cdots & \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{1q}\\ \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{21} & \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{22} & \cdots & \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{2q}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{p1} & \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{p2} & \cdots & \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}_{ij})_{pq}\end{bmatrix} \tag{3}$$

其大小为 $pr\times q$。

4 分块 PCA+MSDDA 的算法

根据上面给出的分块 PCA 的理论,当对训练样本 $\boldsymbol{A}_{ij}$ 进行具体分块之后,它对应着唯一的特征矩阵 $\boldsymbol{B}_{ij}$。其中第 i 类有图像矩阵 n_i 个:$\boldsymbol{B}_{i1},\boldsymbol{B}_{i2},\cdots,\boldsymbol{B}_{in_i}$,$N=\sum_{i=1}^{C}n_i$ 为特征矩阵 $\boldsymbol{B}_{ij}$ 的样本图像总数,每个特征矩阵 $\boldsymbol{B}_{ij}$ 是 $pr\times q$ 矩阵。通过对 r 的适当的选取,使特征矩阵 $\boldsymbol{B}_{ij}$ 的维数较之原始图像有明显减少。但是即使如此,对这样维数的特征图像进行模式识别仍然是小样本问题。而最大散度差鉴别准则在解决小样本问题时避免了对类内散布矩阵的非奇异性的限制,因此下一步对特征矩阵 $\boldsymbol{B}_{ij}$ 采用 MSDDA 方法来实现模式分类。

传统的 Fisher 线性鉴别分析是选择使得 Fisher 准则达到最大值的方向作为最优投影方向,样本模式在该方向投影后的类间散度达到最大的同时类内散度达到最小。为了实现这一目的,Fisher 鉴别分析选择类间散布与类内散布的比作为准则函数。而最大散度差鉴别准则是利用类间散布与类内散布之差作为鉴别准则,这样不仅从根本上避免了高维小样本问题中由于类内散布矩阵奇异带来的计算困难,同时保持了与 Fisher 准则相似的物理意义。

散度差准则函数定义为:

$$\begin{cases}J_s(\boldsymbol{\varphi})=\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_b\boldsymbol{\varphi}-\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_w\boldsymbol{\varphi}=\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w)\boldsymbol{\varphi}\\ \boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}=1\end{cases} \tag{4}$$

最大散度差鉴别分析的目标同 Fisher 线性鉴别分析一样,也是找到一组有效的最优投影轴,使得所有的训练样本在这组投影轴上投影后的类间散度最大,类内散度最小。与 Fisher 线性鉴别分析不同的是,该鉴别函数不是广义 Rayleigh 商,而是投影后样本向量的类间散度与类内散度的散度差[6]。

定理 2 设 $J_s(\boldsymbol{\varphi})=\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w)\boldsymbol{\varphi}$,则使 $J_s(\boldsymbol{\varphi})$达到最大值的单位向量即为 $\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w$ 的最大特征值对应的单位特征向量。

证明 求使 $J_s(\boldsymbol{\varphi})$达到最大值的单位向量等价于求解下面的问题

$$\underset{\boldsymbol{\alpha}}{\mathrm{Max}}\ J_s(\boldsymbol{\alpha})=\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w)\beta=\underset{\boldsymbol{\alpha}}{\mathrm{Max}}\ \frac{\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w)\boldsymbol{\alpha}}{\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}}$$

由于 $\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}\boldsymbol{\alpha}$,所以 $\frac{\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w)\boldsymbol{\alpha}}{\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}}=\frac{\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w)\boldsymbol{\alpha}}{\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}\boldsymbol{\alpha}}$,其中 $\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵。

由广义 Rayleigh 商的极值性质可知,$\boldsymbol{\varphi}$ 为 $\boldsymbol{I}^{-1}(\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w)=\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w$ 的最大特征值对应的单位特征向量。

通常,在样本类别数较多的情况下,单一的最优投影方向是不够的,希望寻找一组极大化散度差准则函数式的最优投影轴 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_d$。从上面的定理可以很容易地得到下面的推论:

推论 设 $J_s(\boldsymbol{\alpha})=\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w)\boldsymbol{\alpha}$,最大化散度差准则函数 $J_s(\boldsymbol{\alpha})$ 的一组最优鉴别矢量通常取为特征方程$(\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w)\boldsymbol{\alpha}=\lambda\boldsymbol{\alpha}$ 的 d 个最大的本征值所对应的本征向量。即 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_d$ 满足下面的条件

$$(\boldsymbol{S}_b-\boldsymbol{S}_w)\boldsymbol{\alpha}_j=\lambda\boldsymbol{\alpha}_j,j=1,\cdots,d$$

与Fisher鉴别准则的特征分解相比，在进行上式的特征分解的时候，把在Fisher鉴别准则中对S_w这样一个庞大矩阵的求逆过程变为了求一个散度差矩阵(S_b-S_w)，从而大大降低了计算的复杂程度。由定义知S_b，S_w均为n阶实对称矩阵，所以散度差矩阵(S_b-S_w)仍是一个$n\times n$(n为样本向量的维数)的实对称矩阵。因此，避免了对S_w的非奇异性的限制，总能够对(S_b-S_w)进行特征分解求得所需的一组最优投影轴。这也是最大散度差线性鉴别分析较Fisher线性鉴别分析最大的优势所在。

分块PCA+MSDDA的具体算法如下：

步骤1　对原始图像施行分块PCA，训练样本$\boldsymbol{A}_{ij}$的特征矩阵为$\boldsymbol{B}_{ij}$，于是得到原始样本图像矩阵的特征图像，其中每个特征图像是大小为$pr\times q$的矩阵。

步骤2　对步骤1所得到的特征图像矩阵施行PCA方法得到新的特征图像，其中每幅图像的大小为$d_1\times 1$。

步骤3　对步骤2所得到的特征图像矩阵施行MSDDA方法得到新的特征图像，其中每幅图像的大小为$d_2\times 1$，$d_2\leqslant C-1$。

步骤4　将最近邻分类器用于步骤3所得到的特征图像进行模式分类。

5　实验结果与分析

5.1　实验1

本实验采用ORL标准人脸数据库。该人脸数据库由40个人，每个人10幅，分辨率为112×92的图像组成的。其中有些图像是拍摄于不同的时期；人的脸部表情和脸部细节有着不同程度的变化，比如，微笑或大笑或不笑，眼睛或睁或闭，戴眼镜或不戴眼镜；人脸姿态也有相当程度的变化，深度旋转和平面旋转可达20°；人脸的尺度也有多达10%的变化。图1就是其中一个人的10幅图像。

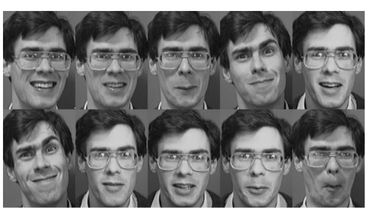

图1　ORL标准人脸数据库中的10幅图像

在ORL标准人脸数据库中取每个人的前5幅图像作为训练样本，后5幅图像作为测试样本，也就是共有200幅训练样本图像，200幅测试样本图像。表1中给出了对原始图像矩阵进行24、44和84三种分块后分别采用本文方法得到的结果。三种情况下分块得到的子矩阵的大小分别为56×23、28×23、14×23。

表1是运用最近邻分类器得到的识别结果及与分块PCA+FDA方法的效果比较。

表1　两种方法在最近邻分类器下的识别率对照表

投影轴数	分块PCA+FDA			分块PCA+MSDDA		
	2×4	4×4	8×4	2×4	4×4	8×4
35	0.858	0.874	0.859	0.880	0.855	0.871
37	0.861	0.880	0.879	0.878	0.896	0.880
39	0.894	0.907	0.900	0.883	0.910	0.907
41	0.871	0.894	0.891	0.880	0.887	0.897

由上面给出的实验结果可看出本文方法识别率明显优于分块PCA+FDA方法。这是由于本文方法是采用了最大散度差鉴别准则来取代原来的Fisher鉴别准则，避免了对S_w的求逆的过程，彻底地解决Fisher鉴别准则中的因类内散布矩阵奇异带来的困难，在类内散布矩阵非奇异时具有与Fisher鉴别准则相当的识别效果。

5.2　实验2

本实验采用的是Yale人脸库。Yale人脸库是由耶鲁大学制作的一个人脸图像库，该人脸库中包含15个人的共165张图像，每人11幅图像，分别代表不同表情、遮掩和光照条件下的正面像，其分辨率为100×80。图2就是Yale人脸库中的一个人的6幅图像。

图2　Yale人脸图像数据库中的6幅图像

与前面的在ORL标准人脸数据库上的实验相类似，在Yale人脸库中取每个人的前6幅图像作为训练样本，后5幅图像作为测试样本。表2中给出了对原始图像矩阵进行24，44和104三种分块后分别用于本文方法得到的结果。3种情况下分块得到的子矩阵的大小分别为50×20、25×20、10×20。

在Yale人脸数据库上采用与在ORL人脸数据库上一致的实验步骤，得到的实验结果如表2。

表2　两种方法在最近邻分类器下的识别率对照表

投影轴数	分块PCA+FDA			分块PCA+MSDDA		
	2×4	4×4	10×4	2×4	4×4	10×4
35	0.826	0.922	0.920	0.920	0.958	0.959
37	0.880	0.959	0.967	0.907	0.962	0.963
39	0.880	0.953	0.922	0.906	0.967	0.967
41	0.867	0.956	0.955	0.919	0.966	0.967

表2的实验数据表明，在识别率方面，本文提出的分块PCA与最大散度差鉴别分析相结合的人脸识别方法性能优于分块PCA+FDA方法。这是由于本文提出的方法用最大散度差鉴别分析来取代了原来的传统的Fisher鉴别准则，避免了对类内散布矩阵非奇异性的限制，在取不同的投影轴数时识别率更具有稳定性。

6　结束语

本文提出了一种将分块PCA与最大散度差鉴别分析相结合的人脸识别的方法。首先通过利用分块PCA将原始图像从高维空间映射到较低维空间，然后采用最大散度差鉴别分析方法进行特征抽取，最后采用最近邻分类器进行分类。尽管分块PCA可以解决小样本的问题，但是并不能从根本上彻底解决，很容易出现类内散布矩阵奇异的问题。采用最大散度差鉴别分析来取代传统的Fisher鉴别分析方法，就避免了对类内散布矩阵非奇异性的限制。

参考文献：

[1] Turk M，Pentland A.Eigenfaces for recognition[J].Journal of Cognitive Neuroscience，1991，3(1)：71-86.

（下转162页）