关于 Vague 值向 Fuzzy 值转化方法的一些思考

王鸿绪
WANG Hong-xu

琼州学院 计算机科学技术系,海南 五指山 572200
Department of Computer Science and Technology,Qiongzhou University,Wuzhishan,Hainan 572200,China
E-mail:whx16233@yahoo.cn

WANG Hong-xu.Considerations on transforming method from Vague value to Fuzzy value.Computer Engineering and Applications,2009,45(19):43-44.

Abstract: A series of methods of mean value modification about the transforming method from Vague value to Fuzzy value is presented,and this paper proves that these methods satisfy the rule of transforming method from Vague value to Fuzzy value.
Key words: Vague value;Fuzzy value;transforming methods;a series of methods of mean value modification

摘 要:提出 Vague 值向 Fuzzy 值转化的系列均值修正法。证明了这些方法满足 Vague 值向 Fuzzy 值的转化准则。
关键词:Vague 值;Fuzzy 值;转化方法;系列均值修正法
DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2009.19.012 **文章编号**:1002-8331(2009)19-0043-02 **文献标识码**:A **中图分类号**:TP18

Fuzzy 集和 Vague 集理论已经成为研究和处理涉及模糊信息的问题的有力工具。在诸如模式识别、决策分析、自动控制等许多领域,有着广泛地应用。在研究和处理模糊信息时,有时需要从 Fuzzy 集转化为 Vague 集[1],也有时需要从 Vague 集转化为 Fuzzy 集。因此 Fuzzy 集和 Vague 集的互相转化问题就成为一个需要研究的课题。给出两个系列的 Vague 集转化 Fuzzy 集的方法——系列均值修正法。

1 预备知识

1.1 Vague 集概念

定义 1 设 X 是论域,X 上的一个 Vague 集 A 可用一个真隶属函数 t_A 和一个假隶属函数 f_A 表示:t_A:$X\to[0,1]$,f_A:$X\to[0,1]$。对于 $x\in X$,$t_A(x)$表示从支持 x 的证据所导出的 x 肯定隶属度的下界,而 $f_A(x)$则表示从反对 x 的证据所导出的否定隶属度的下界,并要求 $t_A(x)+f_A(x)\leqslant 1$。Vague 集 x 的踌躇度 $\pi_A(x)$ 定义为 $\forall x\in X$,$\pi_A(x)=1-f_A(x)-t_A(x)$。一个 Vague 集 A 可表示成为 $A(x)=[t_A(x),1-f_A(x)]$,或简记为 $x=[t_x,1-f_x]$。也称之为点 x 在 A 中的 Vague 值。它们是 Vague 值的二维表示。也可用三元数组表示为 $A(x)=(t_A(x),f_A(x),\pi_A(x))$或 $x=(t_x,f_x,\pi_x)$。分别称 t_x、f_x、π_x 为点 x 对 Vague 集 A 的赞成度、反对度、踌躇度。

用三元数组来表示 Vague 集,可把模糊信息更全面、完整、直接地呈现在人们的面前。

1.2 Vague 集的两种转化方法

在文献[4]中提出 Vague 值的两种转化方法。本文以定义的形式介绍它们。

定义 2[4] 设论域为 X,$x\in X$。对于 Vague 值 $x=[t_x,1-f_x]$,x 的(t_x,f_x)转化定义为:

$$t_x^{(1)}=t_x+t_x\pi_x,\ f_x^{(1)}=f_x+f_x\pi_x,\ \pi_x^{(1)}=\pi_x^2$$

$$t_x^{(m)}=t_x+t_x\pi_x+\cdots+t_x\pi_x^m,\ f_x^{(m)}=f_x+f_x\pi_x+\cdots+f_x\pi_x^m,\ \pi_x^{(m)}=\pi_x^{m+1}$$

$(m=1,2,\cdots)$

定理 1[4] 对 $m=1,2,\cdots$,则:(1)$x^{(m)}=[t_x^{(m)},1-f_x^{(m)}]$$(m=1,2,\cdots)$是 Vague 值,其踌躇度为 $\pi_x^{(m)}$,其三元数组表示为 $x^{(m)}=(t_x^{(m)},f_x^{(m)},\pi_x^{(m)})$。称 $x^{(m)}$为 Vague 值 x 的(t_x,f_x)转化的 m 次 Vague 值。

(2)当 $x=[t_x,1-f_x]\neq[0,1]$时,则在二维表示下,有

$$x^{(m)}<\cdots<x^{(2)}<x^{(1)}<x<[0,1]$$

其中"$<$"表示区间套。例如 $x^{(1)}<x$表示 $t_x^{(1)}\leqslant t_x$,$1-f_x^{(1)}\leqslant 1-f_x$。

定义 3[4] 设 $\alpha,\beta\in[0,1]$且 $\alpha+\beta\leqslant 1$,并设论域为 X,$x\in X$。对于 Vague 值 $x=[t_x,1-f_x]$,x 的(α,β)转化定义为:

$$t_x^{<1>}=t_x+\alpha\pi_x,\ f_x^{<1>}\leqslant f_x+\beta\pi_x,\ \pi_x^{<1>}=(1-\alpha-\beta)\pi_x$$

$$t_x^{<m>}=t_x+\alpha\pi_x[1+(1-\alpha-\beta)+(1-\alpha-\beta)^2+\cdots+(1-\alpha-\beta)^{m-1}]$$

$$f_x^{<m>}=f_x+\beta\pi_x[1+(1-\alpha-\beta)+(1-\alpha-\beta)^2+\cdots+(1-\alpha-\beta)^{m-1}]$$

$$\pi_x^{<m>}=(1-\alpha-\beta)^m\pi_x$$

其中 $m=1,2,\cdots$。

定理 2[4] 对 $m=1,2,\cdots$,则:(1)$x^{\langle m\rangle}=[t_x^{\langle m\rangle},1-f_x^{\langle m\rangle}]$是 Vague 值$(m=1,2,\cdots)$。其踌躇度为$\pi_x^{\langle m\rangle}$,其三元数组表示为 $x^{\langle m\rangle}=(t_x^{\langle m\rangle}$,

基金项目:海南省教育厅资助项目(the Project of Department of Education of Hainan Province of China under Grant No.HJKJ200732,No.HJKJ2008-46)。
作者简介:王鸿绪(1946-),男,教授,主要研究方向为模糊控制和模糊信息处理等。
收稿日期:2008-11-27 **修回日期**:2009-02-02

$f_x^{<m>}, \pi_x^{<m>}$]。称 $x^{<m>}$ 为 Vague 值 x 的(α,β)转化的 m 次 Vague 值；

(2)当 $\alpha+\beta\neq 0$ 时，在二维表示下有：

$$x^{<m>} < \cdots < x^{<2>} < x^{<1>} < x < [0,1]$$

1.3 Vague 值转化为 Fuzzy 集的转化准则

例 1 Vague 值 $x=[t_x, 1-f_x]$转化为 Fuzzy 值 $\mu_{A^F}(x)$，文献[5]提出一种方法，称之为分段比例法：

$$\mu_{A^F}(x)=\begin{cases} t_x+\pi_x * \dfrac{1-f_x}{t_x+f_x}, t_x=0 \\ t_x+\pi_x * \dfrac{t_x}{t_x+f_x}, 0\leqslant t_x\leqslant 0.5 \\ t_x+\pi_x *(0.5+\dfrac{t_x-0.5}{t_x+f_x}), 0.5\leqslant t_x\leqslant 1 \end{cases} \quad (1)$$

设 Vague 值 $x=[0,0.9]$。则 $t_x=0, f_x=0.1, \pi_x=0.9$，代入分段比例法公式(1)中，得 $\mu_{A^F}(x)=8.1$。这违背了人们的约定：模糊值 $\mu_{A^F}(x)$必须是闭区间[0,1]中的数。

例 2 Vague 值 $x=[t_x, 1-f_x]$转化为 Fuzzy 值 $\mu_{A^F}(x)$，文献[3]提出了三个方法，分别称之为转化方法 1、转化方法 2、转化方法 3：

转化方法 1：

$$\mu_{A^F}(x)=1-f_x-\alpha\pi_x \quad (2)$$

其中参数 $\alpha\in[0,1]$；

转化方法 2：

$$\mu_{A^F}(x)=t_x+\alpha[1-t_x-\beta f_x] \quad (3)$$

其中参数 $\alpha,\beta\in[0,1]$。

转化方法 3：

$$\mu_{A^F}(x)=1-f_x-\beta[1-\alpha t_x-f_x] \quad (4)$$

其中参数 $\alpha,\beta\in[0,1]$。

当取 Vague 值 $x=[0.2,0.6]$，$\alpha=1,\beta=0$ 时，公式(3)便得到 $\mu_{A^F}(x)=1\notin[0.2,0.6]$。这也有悖于人们的认识：$\mu_{A^F}(x)$应在[0.2,0.6]这个闭区间上。

取同样的 Vague 值 $x=[0.2,0.6]$，$\alpha=0,\beta=1$ 时，公式(4)便得到 $\mu_{A^F}(x)=0\notin[0.2,0.6]$。同样有悖于人们的认识：$\mu_{A^F}(x)$应在[0.2,0.6]这个闭区间上。

从例 1 和例 2 可见，Vague 值转化为 Fuzzy 值的转化方法，可以应用现有的公式，也可以构造新公式。但关键是这些公式要满足一些合理的客观标准。文献[6]便提出一个这样的标准。

定义 4[6] Vague 值 $x=[t_x, 1-f_x]$转化为 Fuzzy 值 $\mu_{A^F}(x)$应遵循如下的准则：

准则 1 $t_x\leqslant\mu_{A^F}(x)\leqslant 1-f_x$；

准则 2 当 $t_x=1-f_x$ 时，应有 $\mu_{A^F}(x)=t_x=1-f_x$。

称这两个准则为 Vague 值向 Fuzzy 值的转化准则。

不难看出，这样的准则是符合人们的认识的。公式(1)、(3)、(4)都不满足定义 4。

2 新的 Vague 值向 Fuzzy 值的转化方法

定义 5 Vague 值 $x=[t_x, 1-f_x]$转化为 Fuzzy 值 $\mu_{A^F}(x)$的第(m)次均值修正法为：

$$\mu_{A^F}(x)=t_x^{(m)}+\frac{\pi_x^{(m)}(1+t_x^{(m)}-f_x^{(m)})}{2} \quad (5)$$

其中 $x^{(m)}=[t_x^{(m)}, 1-f_x^{(m)}]$为 Vague 值 x 的(t_x, f_x)转化的 m 次 Vague 值($m=1,2,\cdots$)。

定理 3 Vague 值向 Fuzzy 值的转化方法中的第(m)次均值修正法满足 Vague 值向 Fuzzy 值的转化准则。

定义 6 Vague 值 $x=[t_x, 1-f_x]$转化为 Fuzzy 值 $\mu_{A^F}(x)$的第$<m>$次均值修正法为：

$$\mu_{A^F}(x)=t_x^{<m>}+\frac{\pi_x^{<m>}(1+t_x^{<m>}-f_x^{<m>})}{2} \quad (6)$$

其中 $x^{<m>}=[t_x^{<m>}, 1-f_x^{<m>}]$为 Vague 值 x 的(α,β)转化的 m 次 Vague 值($m=1,2,\cdots$)。

定理 4 Vague 值向 Fuzzy 值的转化方法中的第$<m>$次均值修正法满足 Vague 值向 Fuzzy 值的转化准则。

3 例题分析

例 3 设有 Vague 值 $x=[0.6,0.8]$，$x=[0.8,0.9]$。则把它们按公式(5)和公式(6)所示的第(m)次均值修正法、第(m)次均值修正法转化为 Fuzzy 值 $\mu_{A^F}(x)$，结果如表 1 所示。

表 1 按不同的方法把 Vague 值转化为 Fuzzy 值

x	[0.6,0.8]	[0.8,0.9]
第(m)次均值修正法($m=2$)	0.750 0	0.888 9
第$<m>$次均值修正法($m=2,\alpha=0.4,\beta=0.2$)	0.735 4	0.869 8

此例表明，对于这两个不同 Vague 值，应用这两个不同的转化方法，可得到不同的 Fuzzy 值。而且这两种转化方法都满足 Vague 值转化为 Fuzzy 集的转化准则。所以这两个转化方法皆是实用的、有效的。

4 结束语

如果说例 1 指出的分段比例法(公式(1))构造得不理想是情有可原的，原因是 2004 年提出分段比例法[5]，那时人们还没有注意到“转化方法”需要满足一定的条件的话，那么在文献[6]之后，在文献[3]却又出现了例 2 指出的问题。这接二连三出现的问题表明：对于构建的新 Vague 值向 Fuzzy 值的转化方法(或公式)，一定首先要验证该方法是否满足“Vague 值向 Fuzzy 值的转化准则”(即定义 4)。如果不满足，则该方法需要调整或修改。

参考文献：

[1] 彭安华.Vague 集的相似度量分析在材料选择中的应用[J].煤矿机械,2006,27(5):891-893.

[2] 李凡.基于 Fuzzy 集的 Vague 集的模糊熵[J].华中科技大学学报:自然科学版,2003,31(1):1-3.

[3] 吴慧,辛小龙.Vague 集向 Fuzzy 集的转换函数[J].计算机应用与软件,2007,24(7):63-65.

[4] 刘华文,王凤英.Vague 值的转化与相似度量[J].计算机工程与应用,2004,40(32):79-81.

[5] 林志贵,刘英平,徐立中,等.模糊信息处理中 Vague 集向模糊集转化的一种方法[J].计算机工程与应用,2004,40(9):24-25.

[6] 石玉强,王鸿绪.Vague 值向 Fuzzy 隶属度转化方法的准则[J].计算机工程与应用,2005,41(24):169-171.