

# 关于“Vague 集向 Fuzzy 集 的转换函数”的注记

徐凤生, 巩建闽

XU Feng-sheng, GONG Jian-min

德州学院 计算机系, 山东 德州 253023

Department of Computer Science and Technology, Dezhou University, Dezhou, Shandong 253023, China

XU Feng-sheng, GONG Jian-min. Notes on translation function from Vague sets to Fuzzy sets. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(10): 38-39.

**Abstract:** Based on theory of Vague sets and voting model, functions for transforming Vague sets into Fuzzy sets are analyzed, and problems of these functions that have existed are pointed out, two new method for transforming Vague sets into Fuzzy sets is presented, and validity of those methods are improve.

**Key words:** Vague sets; Fuzzy sets; membership function; transformation method

**摘 要:** 结合 Vague 集理论及投票模型下的解释, 对“Vague 集向 Fuzzy 集的转化函数”进行了分析, 指出了其存在的不足之处, 提出了两种 Vague 集转化为 Fuzzy 集的新方法, 并证明了其有效性。

**关键词:** Vague 集; Fuzzy 集; 隶属函数; 转化方法

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.10.012 文章编号: 1002-8331(2009)10-0038-02 文献标识码: A 中图分类号: TP301

## 1 引言

Zadeh 于 1965 年提出了 Fuzzy 集理论<sup>[1]</sup>, 它的核心是利用隶属度的概念来描述支持和反对两种信息, 即对于论域  $U$  中的一个 Fuzzy 集, 隶属函数  $\mu_V$  给每个对象  $u$  指定  $[0, 1]$  中的一个值  $\mu_V(u)$ ,  $\mu_V(u)$  包含了支持  $u$  的证据,  $1-\mu_V(u)$  包含了反对  $u$  的证据。但现实情况中往往不仅出现元素对模糊概念的支持与反对两个方面, 而且还体现出介于支持与反对之间的踌躇性。如投票模型中有支持与反对两个方面, 且有弃权情况发生。这类问题用 Fuzzy 集是无法处理的。Gau 等<sup>[2]</sup>在 1993 年提出 Vague 集, 给解决投票模型这类问题提出了一个崭新的思路。在一个 Vague 集中, 用一个真隶属函数  $t_V(u)$  和一个假隶属函数  $f_V(u)$  来描述其隶属度的边界, 这两个边界就构成  $[0, 1]$  的一个子区间  $[t_V(u), 1-f_V(u)]$ , 其中一个对象的支持度、反对度和未知度分别为  $t_V(u)$ 、 $f_V(u)$  和  $1-t_V(u)-f_V(u)$ 。

与 Fuzzy 集相比, Vague 集能更好、更准确地表达模糊信息, 但是 Vague 集的未知度理论还不是很成熟<sup>[3-4]</sup>, 并且处理信息有一定的难度。若能将 Vague 集转化为 Fuzzy 集, 则可以借助 Fuzzy 集的成熟理论来计算 Vague 集的未知度。因此, 对 Vague 集转化为 Fuzzy 集的研究具有重要意义。文献[5-8]分别给出了 Vague 集转化为 Fuzzy 集的方法。结合 Vague 集理论及投票模型下的解释, 对文献[8]中提出的两种 Vague 集向 Fuzzy 集的转换函数进行了分析, 指出了其存在的不足之处, 提出了两种 Vague 集转化为 Fuzzy 集的新方法, 并证明了其

有效性。

## 2 Vague 集基本理论

**定义 1** 设  $U$  是一个论域, 对  $U$  的任一元素  $u$ ,  $U$  中的一个 Vague 集  $V$  用一个真隶属函数  $t_V(u)$  和一个假隶属函数  $f_V(u)$  表示。  $t_V(u)$  是从支持  $u$  的证据所导出的  $u$  的真隶属度下界,  $f_V(u)$  则是从反对  $u$  的证据所导出的  $u$  的否定隶属度下界,  $t_V(u)$  和  $f_V(u)$  将区间  $[0, 1]$  中的实数与  $U$  中每一元素联系起来, 即:

$$t_V(u): U \rightarrow [0, 1]$$

$$f_V(u): U \rightarrow [0, 1]$$

其中,  $t_V(u) + f_V(u) \leq 1$ 。

由 Vague 集的定义可知, Vague 集  $V$  中任一元素  $u$  的隶属函数被限制在  $[0, 1]$  上的一个子区间  $[t_V(u), 1-f_V(u)]$  内, 其中  $t_V(u)$  是 Vague 集的真隶属函数, 它表示支持  $u \in U$  证据的必要程度;  $f_V(u)$  是 Vague 集的假隶属函数, 它表示反对  $u \in U$  证据的必要程度;  $1-f_V(u)$  则表示支持  $u \in U$  的证据的可能程度。

设 Vague 值为  $[0.6, 0.9]$ , 即  $t_V(u) = 0.6$ ,  $f_V(u) = 0.1$ 。用投票模型可解释为: 赞成票为 6 票, 反对票为 1 票, 弃权票为 3 票。

为了叙述方便, 下面用  $[t_x, 1-f_x]$  表示  $[t_V(x), 1-f_V(x)]$ , 用  $\pi_x$  表示  $1-t_x-f_x$ 。

## 3 文献[8]中 Vague 集向 Fuzzy 集的转换函数的不足方法<sup>[8]</sup> 对 $U$ 上的任意 Vague 集 $V$ , Vague 值 $x = [t_x, 1-f_x]$ 对

基金项目: 山东省教育厅科技项目 (No. J03p52); 德州市科技攻关项目。

作者简介: 徐凤生 (1965-), 男, 教授, 主要研究方向为数据挖掘、Rough 集理论、数据结构与算法。

收稿日期: 2008-01-11 修回日期: 2008-04-17

应的 Fuzzy 集的隶属度为  $\mu_1(x) = 1 - f_x - \alpha\pi_x$ , 其中  $\alpha \in [0, 1]$ 。

方法 2<sup>[8]</sup> 对  $U$  上的任意 Vague 集  $V$ , Vague 值  $x = [t_x, 1 - f_x]$  对应的 Fuzzy 集的隶属度为  $\mu_2(x) = t_x + \alpha(1 - t_x - \beta f_x)$ , 其中  $\alpha \in [0, 1]$ ,  $\beta \in [0, 1]$ 。

在文献[8]中只是给出了  $\alpha, \beta$  的取值范围, 并没有给出确定  $\alpha, \beta$  的方法。下面通过实例说明上面两种方法存在的不足。

例 1 设  $x = [0.2, 0.8]$ , 令  $\alpha = 0.1$ , 则  $\mu_1(x) = 0.74$ ; 令  $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = \frac{2}{3}$ , 则  $\mu_2(x) = 0.42$ 。

例 2 设  $x = [0.4, 0.7]$ , 令  $\alpha = \frac{2}{3}$ , 则  $\mu_1(x) = 0.5$ ; 令  $\alpha = 1, \beta = \frac{2}{3}$ , 则  $\mu_2(x) = 0.8$ 。

例 3 设  $x = [0.3, 0.6]$ , 令  $\alpha = \frac{1}{3}$ , 则  $\mu_1(x) = 0.5$ ; 令  $\alpha = \frac{2}{3}, \beta = \frac{1}{3}$ , 则  $\mu_2(x) = 0.68$ 。

显然, 以上的结果不符合客观实际。

总之, 文献[8]中 Vague 集向 Fuzzy 集的转换函数中的  $\alpha, \beta$  并不是任意确定的, 它们必须满足一定的条件才能使转换后的 Fuzzy 集(或值)有意义。下面给出确定参数  $\alpha, \beta$  的方法, 并给出两种 Vague 集向 Fuzzy 集转化的方法。

#### 4 Vague 集向 Fuzzy 集转化的新方法

为了实现 Vague 集向 Fuzzy 集的合理转化, 首先, 给出转换时应满足的约束条件:

(1) 当  $t_x = f_x$  时, 中立者倾向支持的比例和倾向反对的比例应该相同。

(2) 当  $t_x > f_x$  时, 中立者倾向支持的比例大于倾向反对的比例。

(3) 当  $t_x < f_x$  时, 中立者倾向支持的比例小于倾向反对的比例。

这些约束条件是符合人们直觉和客观实际的。因此, 这些约束条件的建立, 为研究 Vague 集向 Fuzzy 集的转化提供了理论依据。

鉴于上述约束条件, 可以证明以下两个定理成立。

定理 1 设  $\mu_1(x) = 1 - f_x - \alpha\pi_x$ , 且满足约束条件(1)~(3), 则:

(1) 若  $t_x = f_x$  时, 则  $\alpha = \frac{1}{2}$ 。

(2) 若  $t_x > f_x$  时, 则  $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ 。

(3) 若  $t_x < f_x$  时, 则  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ 。

定理 2 设  $\mu_2(x) = t_x + \alpha(1 - t_x - \beta f_x)$ , 且满足约束条件(1)~(3), 则:

(1) 若  $t_x = f_x$  时, 则  $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 1$ 。

(2) 若  $t_x > f_x$  时, 则  $\frac{1}{2} < \alpha < 1, 0 < \beta < \frac{1}{2}$ 。

(3) 若  $t_x < f_x$  时, 则  $0 < \alpha < \frac{1}{2}, \frac{1}{2} < \beta < 1$ 。

于是, 得到 Vague 集向 Fuzzy 集转化的两种新方法如下:

方法 3 对  $U$  上的任意 Vague 集  $V$ , Vague 值  $x = [t_x, 1 - f_x]$  对应的 Fuzzy 集的隶属度为  $\mu_1(x) = 1 - f_x - \alpha\pi_x$ , 其中:  $t_x = f_x$  时,  $\alpha = \frac{1}{2}$ ;  $t_x > f_x$  时,  $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ ;  $t_x < f_x$  时,  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ 。

方法 4 对  $U$  上的任意 Vague 集  $V$ , Vague 值  $x = [t_x, 1 - f_x]$  对应的 Fuzzy 集的隶属度为  $\mu_2(x) = t_x + \alpha(1 - t_x - \beta f_x)$ , 其中:  $t_x = f_x$  时,  $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 1$ ;  $t_x > f_x$  时,  $\frac{1}{2} < \alpha < 1, 0 < \beta < \frac{1}{2}$ ;  $t_x < f_x$  时,  $0 < \alpha < \frac{1}{2}, \frac{1}{2} < \beta < 1$ 。

给出的 Vague 集向 Fuzzy 集转化的两种方法完全克服了文献[8]中转换函数存在的不足。

#### 5 结论

结合 Vague 集理论及投票模型下的解释, 给出了 Vague 集转化为 Fuzzy 集应满足的若干约束条件, 为进行 Vague 集向 Fuzzy 集转化的研究提供了理论依据。对文献[8]中提出的两种 Vague 集向 Fuzzy 集的转换函数进行了分析, 指出了其存在的不足之处, 提出了两种 Vague 集转化为 Fuzzy 集的新方法, 并证明了其有效性。

#### 参考文献:

- [1] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Inform and Control, 1965(8): 338-356.
- [2] Gau Wen-Lung, Buehrer D J. Vague sets[J]. IEEE Transaction on System, Man and Cybernetics, 1993, 23(2): 610-614.
- [3] Burillo P, Bustince H. Entropy on intuitionistic fuzzy sets and on interval\_valued fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and System, 1996, 78: 305-316.
- [4] Szmidt E, Kacprzyk J. Entropy for intuitionistic Fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 118: 467-477.
- [5] 李凡, 吕泽华, 蔡立晶. 基于 Fuzzy 集的 Vague 集的模糊熵[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2003, 31(1).
- [6] 林志贵, 刘英平, 徐立中, 等. 模糊信息处理中 Vague 集向 Fuzzy 集转化的一种方法[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(9): 24-25.
- [7] 范平, 梁家荣, 李天志, 等. 关于 Vague 集向 Fuzzy 集转化的一种新方法[J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(3): 50-52.
- [8] 吴慧, 辛小龙. Vague 集向 Fuzzy 集的转换函数[J]. 计算机应用与软件, 2007, 24(7): 63-65.
- [9] 徐凤生. Vague 集向 Fuzzy 集转化的一种新方法[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(4): 63-64.