Vague 值向 Fuzzy 值转化方法新探

王鸿绪
WANG Hong-xu

琼州学院 计算机科学技术系，海南 五指山 572200
Department of Computer Science and Technology, Qiongzhou University, Wuzhishan, Hainan 572200, China
E-mail: whx16233@yahoo.cn

WANG Hong-xu. New study of transformation methods for transforming Vague value into Fuzzy value. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(2): 66-67.

Abstract: By counter example it is proved that the two transformation methods (for transforming Vague value into Fuzzy value) given in reference[1] do not satisfy the rule 1[2] and the rule 2[2]. But if replenish the constraint condition of the parameter in these methods, then these methods are the practical methods. The new transformation methods for transforming Vague value into Fuzzy value are presented, and it is proved that these methods are practical methods.
Key words: Vague value; Fuzzy value; transformation methods; rule

摘 要：用反例证明文献[1]提出的两种 Vague 值向 Fuzzy 值的转化方法是不满足准则 1[2]和准则 2[2]的。但是如果在这两个方法中补充参数的约束条件，则这两种方法皆是实用方法。提出两种 Vague 值向 Fuzzy 值新的转化方法，证明了它们是实用方法。
关键词：Vague 值；Fuzzy 值；转化方法；准则
DOI：10.3778/j.issn.1002-8331.2009.02.018 **文章编号**：1002-8331(2009)02-0066-02 **文献标识码**：A **中图分类号**：TP18

Zadeh 于 1965 年创立了Fuzzy 集[3]理论，用精确的数学语言来刻画模糊概念，用多值逻辑的思想巧妙地处理模糊信息，已经在包括模糊控制、数据库、模式识别、人工智能、决策分析在内的众多领域得到广泛应用，方法日臻成熟。Gao 和 Buehrer 于 1993 年提出 Vague 集[4]理论，它是 Fuzzy 集理论的一种推广。Vague 集理论有比 Fuzzy 集理论更为强大的表示功能。故而虽然 Vague 集理论仅提出十几年，就在包括模式识别、近似推理、决策分析及其它智能系统中得到广泛的应用。注意两个都以“模糊”冠名的理论，由于在研究和处理模糊信息时，各有所长，都有用武之地。那么在理论和应用方法上相互渗透、相互借鉴、相互补充就是不可避免的。文献[1,5]不仅分别给出 Vague 集向 Fuzzy 集的转化公式，而且给出这种转化公式的应用，正是上述思想的一种反映。将基于 Vague 值的三维表示而提出两类广义三参数转换法。

1 预备知识

1.1 Vague 集定义

设 X 是论域，x 是 X 的元素。设论域 X 中的一个 Vague 集 A 可以用一个真隶属函数 t_A 和一个假隶属函数 f_A 表示：$t_A:X\to[0,1]$，$f_A:X\to[0,1]$。$A(x)=[t_A(x),1-f_A(x)]$（简记为 $x=[t_x,1-f_x]$）表示元素 x 对 Vague 集 A 的 Vague 值。其中 t_x 是从支持 x 的证据所导出的肯定隶属度的下界，f_x 则是从反对 x 的证据所导出的否定隶属度的下界。并且满足 $t_x\leqslant 1-f_x$。分别称 $t_x,f_x,\pi_x(=1-t_x-f_x)$为 x 对 A 的赞成度、反对度、踌躇度。Vague 值 $A(x)=[t_A(x),1-f_A(x)]$的三维表示为 $A(x)=(t_A(x),f_A(x),\pi_A(x))$，简记为 $x=(t_x,f_x,\pi_x)$。

1.2 Vague 值的(t_x,f_x)扩展

定义 1[6] 对于论域 X 上的三维表示的 Vague 值为 $x=(t_x,f_x,\pi_x)$，定义 x 的(t_x,f_x)扩展为：

$$t_x^{(0)}=t_x,f_x^{(0)}=f_x,\pi_x^{(0)}=\pi_x$$

$$t_x^{(n+1)}=t_x^{(n)}+t_x\pi_x^{(n)},f_x^{(n+1)}=f_x^{(n)}+f_x\pi_x^{(n)},\pi_x^{(n+1)}=\pi_x\pi_x^{(n)},n=0,1,2,3,\cdots$$

文献[6]并证明了 $x^{(n)}=[t_x^{(n)},1-f_x^{(n)}]$是论域 X 上的 Vague 值，称为 Vague 值 x 的(t_x,f_x)扩展的 n 次 Vague 值，其三维表示为 $x^{(n)}=(t_x^{n},f_x^{(n)},\pi_x^{(n)})$。这种思想源于文献[7]。

综合文献[6]的内容可得到下述

定理 1 对 $n=0,1,2,\cdots$，Vague 值 x 的(t_x,f_x)扩展的 n 次 Vague 值 $x^{(n)}=[t_x^{(n)},1-f_x^{(n)}]$具有下述性质：

(1) $\cdots\subseteq x^{(n+1)}\subseteq x^{(n)}\subseteq\cdots\subseteq x^{(1)}\subseteq x^{(0)}=[t_x,1-f_x]\subseteq[0,1]$

$$\cdots\geqslant t_x^{(n+1)}\geqslant t_x^{(n)}\geqslant\cdots\geqslant t_x^{(1)}\geqslant t_x^{(0)}=t_x\geqslant 0$$

$$\cdots\leqslant 1-f_x^{(n+1)}\leqslant 1-f_x^{(n)}\leqslant\cdots\leqslant 1-f_x^{(0)}=1-f_x\leqslant 1$$

基金项目：海南省教育厅资助项目(the Project of Department of Education of Province of China under Grant No.HJKJ200732; No.HJKJ2008-46)。
作者简介：王鸿绪(1946-)，男，教授，主要研究方向为模糊控制和模糊信息处理等。
收稿日期：2008-09-17 **修回日期**：2008-11-19

(2)当 $t_x=1-f_x$ 时，则 $\pi_x=0$

$t_x=t_x^{(1)}=\cdots=t_x^{(n)}=t_x^{(n+1)}=\cdots$

$f_x=f_x^{(0)}=\cdots=f_x^{(n)}=f_x^{(n+1)}=\cdots$

$\pi_x=\pi_x^{(0)}=\pi_x^{(1)}=\cdots=\pi_x^{(n+1)}=\cdots=0$

此时，x 的(t_x,f_x)扩展的 n 次($n=0,1,2,\cdots$)Vague 值相同。

1.3 Vague 值向 Fuzzy 值转化方法的约束条件

首先，当 Vague 值 $x=[t_x,1-f_x]$转化 Fuzzy 值$\mu_{A^F}(x)$时，应遵循如下的准则。

准则 1[2] $t_x\leqslant\mu_{A^F}(x)\leqslant 1-f_x$。

准则 2[2] 若 $t_x=1-f_x$，则$\mu_{A^F}(x)=t_x=1-f_x$。

其次，针对已经提出来的某些 Vague 值向 Fuzzy 值的转化方法容易出现的与人们的认识相悖的情况发生，文献[8]给出转化方法不可分辨的定义。

定义 2[8] 对于 Vague 值 $x=[t_x,1-f_x]$转化为 Fuzzy 值$\mu_{A^F}(x)$的某个方法称为是不可分辨的，如果至少满足下列条件之一：

(1)对任意 $a\in[0,1)$，若 $x=[0,a]$，$x\in X$，有$\mu_{A^F}(x)=0$。

(2)对任意 $a\in(0,1]$，若 $x=[a,1]$，$x\in X$，有$\mu_{A^F}(x)=1$。

定义 3[9] 一个 Vague 值转化为 Fuzzy 值的方法，如果不是不可分辨的，并且满足准则 1 和准则 2，则称此方法为实用方法，否则称为不适用方法。

2 Vague 值向 Fuzzy 值转化的广义三参数法

定义 4 对于 Vague 值 $x=[t_x,1-f_x]$或者 $A(x)=[t_A(x),1-f_A(x)]$，定义下列公式为 Vague 值 $A(x)$向 Fuzzy 值$\mu_{A^F}(x)$转化的广义三参数法 1：

$$\mu_{A^F}(x)=t_x^{(n)}+b[1-ct_x^{(n)}-df_x^{(n)}] \tag{1}$$

其中参数 b、c、d 满足下列条件：

(1)$b,c,d\in[0,1]$；

(2)$0\leqslant b[1-ct_x^{(n)}-df_x^{(n)}]\leqslant 1-f_x-t_x^{(n)}$。

和 Vague 值 $A(x)$向 Fuzzy 值$\mu_{A^F}(x)$转化的广义三参数法 2：

$$\mu_{A^F}(x)=1-f_x^{(n)}-e[1-ht_x^{(n)}-kf_x^{(n)}] \tag{2}$$

其中参数 e、h、k 满足约束条件：

(1)$e,h,k\in[0,1]$；

(2)$0\leqslant e[1-ht_x^{(n)}-kf_x^{(n)}]\leqslant 1-t_x+f_x^{(n)}$。

定理 2 广义三参数法 1(即公式(1))和广义三参数法 2(即公式(2))有如下结论：

(1)这两个方法都满足准则 1 和准则 2；

(2)这两个方法都不是不可分辨的；

(3)这两个方法都是 Vague 值向 Fuzzy 值转化的实用方法。

3 与现有的一些方法的比较

设 Vague 值 $A(x)=[t_x,1-f_x]$，其转化为 Fuzzy 值为$\mu_{A^F}(x)$。则现有的一些 Vague 值向 Fuzzy 值的转化法是本文提出的广义三参数法 1 和广义三参数法 2 的特例。

取参数 $e=\alpha$，$h=k=1$，$n=0$。则本文的广义三参数法 2 即是文献[1]中提出的一个转化方法：

$$\mu_{A^F}(x)=1-f_x-\alpha[1-t_x-f_x]$$

取参数 $b=\alpha$，$c=1$，$d=\beta$，$n=0$。则本文的广义参数法 1 即是文献[1]提出的另一个转化方法：

$$\mu_{A^F}(x)=t_x+\alpha(1-t_x-\beta f_x) \tag{3}$$

要注意，公式(1)其实既不满足准则 1，又不满足准则 2。反例如下：

设 $x=[0.2,0.7]$，取 $\alpha=1$，$\beta=0$。则由公式(3)得$\mu_{A^F}(x)=1$。显然它不可能满足不等式

$$t_x=0.2\leqslant\mu_{A^F}(x)\leqslant 0.7=1-f_x$$

即公式(3)不满足准则 1。这种转化的结果是违背人们的认识的。

又如，设 $x=[0.6,0.6]$，这是 Fuzzy 集情况。应对任何转化方法，都有$\mu_{A^F}(x)=0.6$ 才符合人们的认识。但是取 $\alpha=1$，$\beta=0$。则由公式(3)得$\mu_{A^F}(x)=1\neq 0.6$。即公式(3)不满足准则 2。

但是，给公式(3)补充参数的约束条件：

(1)$\alpha,\beta\in[0,1]$；

(2)$0\leqslant\alpha(1-t_x-\beta f_x)\leqslant 1-t_x-f_x$。

则公式(3)就是 Vague 值向 Fuzzy 值转化的实用方法。

取参数 $e=\beta$，$h=\alpha$，$k=1$，$n=0$。则本文的广义三参数法 2 即是文献[1]中提出的第三个转化方法：

$$\mu_{A^F}(x)=1-f_x-\beta(1-\alpha t_x-f_x) \tag{4}$$

与公式(3)同样地需补充对参数 α、β 的约束条件：

(1)$\alpha,\beta\in[0,1]$ ；

(2)$0\leqslant\beta(1-\alpha t_x-f_x)\leqslant 1-t_x-f_x$。

这样公式(4)才是 Vague 值向 Fuzzy 值转化的实用方法。若不增添条件(1)和(2)，则公式(4)不满足准则 1 和准则 2。

取 $b=0.5$，$c=d=1$，$n=0$ 。则本文的广义三参数法 1 即是文献[5]提出的一个转化方法：

$$\mu_{A^F}(x)=[t_x+1-f_x]/2=t_x+0.5(1-t_x-f_x)$$

取 $e=0.5$，$h=k=1$，$n=0$。则本文的广义三参数法 2 也是文献[5]提出的一个转化方法：

$$\mu_{A^F}(x)=[t_x+1-f_x]/2=1-f_x-0.5(1-t_x-f_x)$$

4 结束语

随着 Vague 集的应用范围越来越广泛，Vague 集和 Fuzzy 集的应用方法互相借鉴已是必然，Vague 集和 Fuzzy 集的互相转化也会时有发生。但 Vague 集向 Fuzzy 集转化时，转化方法要遵循准则 1 和准则 2，回避“不可分辨”是需要的。文献[1]和文献[5]提出的一些转化方法是本文提出的转化方法特例。但文献[1]中的转化方法公式(3)和(4)必须如文中那样补充对参数的约束条件，否则此二公式是不满足准则 1 和准则 2 的，从而是不实用的。

参考文献：

[1] 吴慧，辛小龙.Vague 集向 Fuzzy 集的转换函数[J].计算机应用与软件，2007，24(7)：63-65.

[2] 石玉强，王鸿绪.Vague 值向 Fuzzy 隶属度转化方法的准则[J].计算机工程与应用，2005，41(24)：169-171.

[3] Zadeh L A.Fuzzy sets[J].Information and Control，1965，8(3)：338-353.

[4] Gao W L，Buehrer D J.Vague sets[J].IEEE Transaction of Systems，Man and Cybernetics，1993，23(2)：610-614.

(下转 84 页)