

# OFDM 水声通信载波频偏估计 LS 拟合算法

刘晓涛, 黄建国

LIU Xiao-tao, HUANG Jian-guo

西北工业大学 航海学院, 西安 710072

College of Marine, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

E-mail: lxtdawn001@gmail.com

**LIU Xiao-tao, HUANG Jian-guo.** LS fitting algorithm for carrier frequency offset estimation in OFDM underwater acoustic communication. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(9): 129–131.

**Abstract:** OFDM underwater acoustic communication system is very sensitive to the carrier offset. System performance will degrade dramatically with little carrier offset. In this paper, the interference among the multi-carrier is analyzed and regarded as degradation of SNR. To eliminate the imprecision of carrier frequency offset estimation using the cyclic prefix, a fitting method based on LS algorithm (CPLS) is proposed, which can dramatically improve the estimation precision. Simulation results show that compared with the method using cyclic prefix, OFDM underwater acoustic communication system using CPLS can work well under an even lower SNR.

**Key words:** cyclic prefix; LS fitting; estimation precision

**摘要:** OFDM 水声通信系统对载波频率偏移非常敏感, 很小的频率偏移就会使系统的性能显著下降。首先分析了由载波引起的载波间干扰, 将其等效为系统信噪比的降低。针对 OFDM 系统利用循环前缀的频率偏移估计精度不高的问题, 提出了一种基于循环前缀的频偏估计 LS 拟合算法(CPLS), 该算法可显著提高频率偏移的估计精度。研究结果表明, 同利用循环前缀的频率偏移估计方法相比, 基于循环前缀频率偏移 LS 拟合算法的 OFDM 水声通信系统能够工作在更低的信噪比情况下。

**关键词:** 循环前缀; LS 拟合; 估计精度

文章编号: 1002-8331(2008)09-0129-03 文献标识码:A 中图分类号: TN911.7

## 1 前言

OFDM 水声通信系统是一种多载波调制方案, 它将原来的高速数据流通过串并转换成较低的数据速率, 并在多个子载波上并行传输, 其各个子载波之间的正交性保证了在接收端能够完好的解调出信号。

OFDM 水声通信技术具有频谱利用率高, 抗多径能力强, 而且由于离散傅立叶变换的使用, OFDM 通信系统可以很方便地得以实现。OFDM 通信技术良好的特性已使得它被越来越多的无线通信系统采纳为核心技术。例如 DAB, DVB-T, HIPER-LAN2, 802.11a 等。在后 3G 移动通信系统中, OFDM 也受到广泛关注。一般认为, OFDM 技术将很有可能成为后 3G 系统的核心技术之一。

但是 OFDM 也存在对载波频率偏移敏感的缺点, 一般来说, 在 AWGN 信道频率偏移误差要小于 OFDM 子载波间隔的 4%<sup>[3]</sup>; 在多径环境下频率偏移误差要小于 OFDM 子载波间隔的 2%<sup>[4]</sup>。

Jan-Jaap Van de Beek 等人<sup>[4]</sup>利用循环前缀来进行载波频率偏移估计, 估计精度不高; Moose 等采用插入特殊导频的方法, 提高了估计精度, 却使信息传输的效率变低<sup>[3]</sup>。为了不降低

信息的传输效率, 并且使得估计值能够反映频率偏移的时间变化, 本文在水声通信环境下, 基于循环前缀的频率偏移估计方法, 对连续符号的多个估计值采用 LS 拟合。研究发现, 该方法能够有效的消除附加噪声的影响。仿真结果表明, 该方法能够显著提高载波频率偏移的估计精度。

## 2 OFDM 水声通信系统的基本原理

OFDM 水声通信系统如图 1、2 所示。

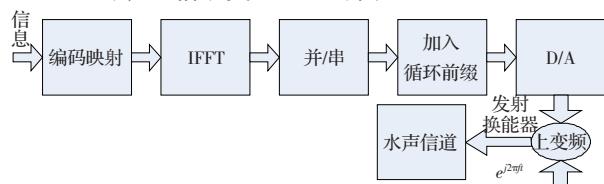


图 1 OFDM 水声通信发射系统框图

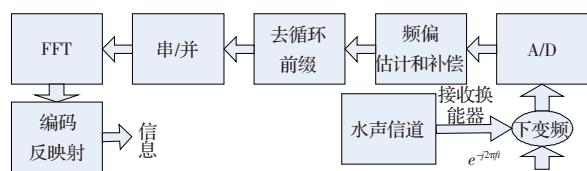


图 2 OFDM 水声通信接收系统框图

基金项目: 国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60572098)。

作者简介: 刘晓涛(1982-), 男, 硕士研究生, 研究方向为 OFDM 水声通信技术; 黄建国(1945-), 男, 教授, 博士生导师, IEEE 西安分会主席。

收稿日期: 2007-07-16 修回日期: 2007-09-17

基带 OFDM 信号是通过对映射后的信号作 IFFT 变换得到的。一个完整的 OFDM 符号包含周期为  $T$  的一个符号和一个用作保护间隔的循环前缀。该循环前缀的长度应该比信道冲击响应持续时间要长, 这样才能起到抑制 ISI 的作用。假设经过映射之后的信号为  $x(k)$ , 那么经过 IFFT 之后的信号可以表示为

$$y(n)=\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{\frac{j2\pi nk}{N}} \quad (1)$$

然后信号再经过 D/A, 变为基带连续信号, 调制到一个合适的载波频率上, 经由信道传输。接收端进行去载频之后, 再通过 FFT 变换, 恢复原来的数据流。

在这个过程中, 由于振荡器的振荡频率的偏移以及移动通信中的不可避免的多普勒频移, 会导致载波频率偏移, 进而造成接收信号的解调错误。下面讨论载波偏移对系统的影响。

### 3 载波偏移所带来影响的数学模型

发射端发射的时域离散信号模型可以用式(1)描述。其中  $n, k=0, 1, 2, \dots, N-1$  存在载波偏移时, 接收到的信号经过去载波调制后得到

$$y(n)=\frac{1}{N} \left[ \sum_{k=-K}^K x(k) e^{\frac{j2\pi n(k+\xi)}{N}} \right] + \omega_n, n=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2)$$

$\omega_n$  表示的是信道的加性噪声。经过 FFT 之后的结果为

$$Y_k=\sum_{n=0}^{N-1} y(n) e^{\frac{-j2\pi kn}{N}}, k=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3)$$

重写第  $k$  个分量

$$Y_k=x_k A_k + I_k + W_k \quad (4)$$

$$A_k=\left\{ \frac{\sin \pi \xi}{N} \sin \left( \frac{\pi \xi}{N} \right) \right\} e^{\frac{j\pi \xi(N-D)}{N}} \quad (5)$$

$$I_k=\sum_{\substack{l=-K \\ l \neq k}}^K x_l \left\{ \frac{\sin \pi \xi}{N \sin(\pi(l-k+\xi)/N)} \right\} e^{\frac{j\pi \xi(N-1)}{N}} e^{\frac{-j\pi(l-k)}{N}} \quad (6)$$

$$E[I_k^2]=|x|^2 (\sin \pi \xi)^2 \sum_{\substack{p=-K-k \\ p \neq 0}}^{K-k} \frac{1}{\{N \sin(\pi(p+\xi)/N)\}^2} \quad (7)$$

此时, 系统子信道上实际的信噪比可以表示为

$$SNR=\frac{E|x_k A_k|^2}{E(|I_k|^2)+E(|W_k|^2)} \quad (8)$$

由式(4)~(8)可以看出, 频率偏移造成了接收信号幅度的衰减和相位的旋转, 同时引入了载波间干扰。

图 3 中  $E_0/N_0=E(|x_k|^2)/E(|W_k|^2)$ , ICI 引起的系统性能的下降, 可以认为是由于 ICI 引入了附加噪声, 使得系统的实际信噪比下降。

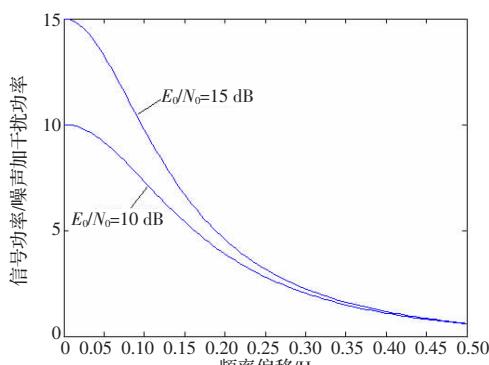


图 3 频率偏移等效为信噪比降低

### 4 循环前缀频率偏移估计(CP)的原理以及估计性能

假定在某一个完整的时域 OFDM 符号循环前缀中的一个符号可以如式(2)所示, 那么很容易得出

$$y(n+N)=\frac{1}{N} \left[ \sum_{k=-K}^K x(k) e^{\frac{j2\pi n(k+\xi)}{N}} \right] e^{\frac{j2\pi \xi}{N}} + \omega_n \quad (9)$$

$$\text{令 } r'(n)=\frac{1}{N} \left[ \sum_{k=-K}^K x(k) e^{\frac{j2\pi n(k+\xi)}{N}} \right], \text{那么有}$$

$$y(n)=r'(n)+\omega_n, n=k, k+1, \dots, k+L \quad (10)$$

$L$  为保护间隔长度,  $k$  为该 OFDM 符号的起始点,

$$y(n+N)=r'(n)e^{\frac{j2\pi \xi}{N}}+\omega_n \quad (11)$$

$N$  为 OFDM 符号的有效长度(FFT/IFFT 长度)。

此时, 频率偏移估计量可以用下式计算:

$$\xi=\frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{\sum_{n=k}^{K+L} \operatorname{Im}(y(n)y'(n+N))}{\sum_{n=k}^{K+L} \operatorname{Re}(y(n)y'(n+N))} \right\} \quad (12)$$

由文献[3], 频偏估计值的方差为

$$Var(\xi)=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \frac{N_0}{E_0} \quad (13)$$

$$\text{其中, } E_0=\frac{T_0}{N} \sum_{n=0}^{T_0} |y(n)|^2.$$

### 5 基于循环前缀的频偏估计 LS 拟合算法(CPLS)

离线处理情况下, 在接收端同时出现多个 OFDM 符号, 利用循环前缀频偏估计的方法可以分别得出多个估计量。若使用 LS 算法对这么多的估计结果进行拟合, 用拟合之后的值作为频率偏移的估计值, 再对这些 OFDM 符号进行频率补偿, 可以有效的降低估计量的均方根误差。同时, 还可以有效的跟踪频偏变化。

应用 CPLS 算法需要构建如下矛盾方程组:

$$\begin{cases} a_0+a_1 x_1+a_2 x_1^2+\cdots+a_m x_1^m=y_1 \\ a_0+a_1 x_2+a_2 x_2^2+\cdots+a_m x_2^m=y_2 \\ \vdots \\ a_0+a_1 x_N+a_2 x_N^2+\cdots+a_m x_N^m=y_N \end{cases} \quad (14)$$

$$\text{即 } AX=Y, \text{ 其中 } A=\begin{bmatrix} 1 & x_1 & \cdots & x_1^m \\ 1 & x_2 & \cdots & x_2^m \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_N & \cdots & x_N^m \end{bmatrix}, X=\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}, Y=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}, Y \text{ 为对}$$

应多个使用 OFDM 循环前缀的估计值,  $X$  为待定权系数, 观测时间间隔为  $\frac{T_{\text{IFFT}}}{N}$ ,  $A$  为估计值所对应的时刻点,  $x_n=n \cdot \frac{T_{\text{IFFT}}}{N}$ 。

对应矛盾方程的 LS 解为  $X=[A^T A]^{-1} A^T Y$ , 那么拟合之后的值为  $Y'=AX=A[A^T A]^{-1} A^T Y$ 。

结合基于循环前缀(CP)所估计的频率偏移值式(14), 可以得出基于循环前缀的频偏估计 LS 拟合(CPLS)估计值为

$$\xi^{\text{CPLS}}=A[A^T A]^{-1} A^T \xi \quad (15)$$

### 6 性能分析

为了评价循环前缀的频偏估计方法(CP)和基于循环前缀

的频偏估计 LS 拟合算法(CPLS)对频率偏移估计的性能。这里采用计算机仿真对这两种方法进行了分析。仿真时 OFDM 系统的参数选择按照水声通信环境设定为:子载波数目为 512;保护间隔为 85;IFFT/FFT 时间为 0.1 s;带宽为 3 kHz~8.2 kHz。信道为 AWGN 信道。此时引入频偏为 0.05 Hz。

由图 4 可以看出,在信噪比较小的时候,噪声的影响使得频偏估计值偏离真实值较大;使用 LS 方法拟合之后,可以很明显的看出,拟合之后的值更接近真实值,从而减小了噪声引入的估计误差。图 5 可以更加明显地看出使用 LS 拟合之后估计值的方差显著降低。

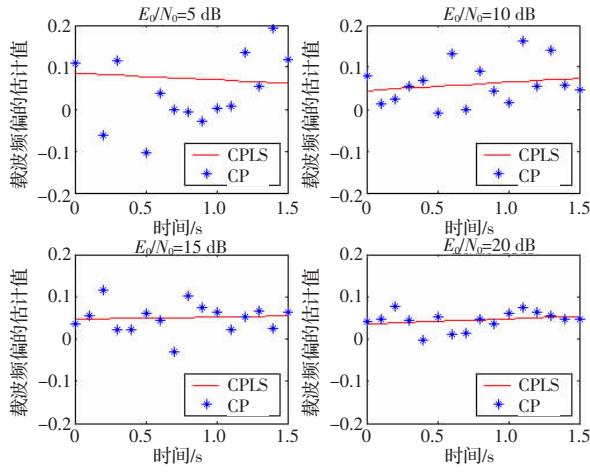


图 4 LS 拟合前后估计值的比较

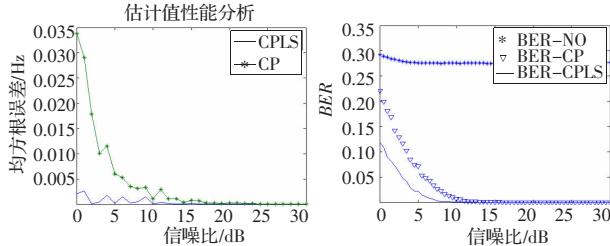


图 5 LS 拟合前后估计值的方差比较

图 6 OFDM 水声通信系统误码率比较

对于整个 OFDM 系统来说,估计值更加准确意味着系统在低信噪比下的性能提高,图 6 仿真结果证实了这一点(仿真时取载波频偏为 0.23 Hz)。

## 7 结论

OFDM 水声通信系统对载波频率偏移非常敏感,对频率偏移的精确估计就变得特别重要。本文提出的 CPLS(基于循环前缀的频偏估计 LS 拟合算法)算法能够大大减小频偏估计量的方差,使频率偏移估计值更加精确。将该方法应用于 OFDM 通信系统,研究表明,同使用循环前缀频偏估计算法(CP)的 OFDM 通信系统相比,信噪比下降 4 dB~5 dB,使用基于循环前缀的频偏估计 LS 拟合算法的 OFDM 通信系统仍能够正常地工作。

## 参考文献:

- [1] 尹长川.多载波宽带无线通信技术[M].北京:北京邮电大学出版社, 2004:35~121.
- [2] Schmidl T M,Cox D C.Robust frequency and timing synchronization for OFDM[J].IEEE Transaction on Communications,1997,45(2): 1613~1621.
- [3] Moose P H.A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction[J].IEEE Transaction on Communications,1994,42(10):2908~2914.
- [4] Jan-Jaap,Sandell M,Borjesson P O. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems[J].IEEE Transaction on Signal Processing,1997,45(7):1800~1805.
- [5] Noels N,Steemdam H,Moenenlaey M.The impact of the observation model on the Cramer-Rao Bound for carrier phase and frequency synchronization[C]//IEEE International Conference on Communications,2003,4:2562~2566.
- [6] Liu Tongfeng.Frequency hopping underwater data communication system's synchronization processing[C]//Neural Networks & Signal Processing, Nanjing China,2003:960~964.
- [7] Salberg Arnt-borre,Swami A.Doppler and frequency-offset synchronization in Wideband OFDM[J].IEEE Transaction on Wireless Communications,2005,4(6):2870~2881.
- [8] 严春林.正交频分复用系统中的同步技术研究[D].成都:电子科技大学,2004.
- [9] 秦长平,尹长川.一种新的 OFDM 系统载波频率偏移估计和跟踪方案[J].电子与信息学报,2004,26(10):1569~1574.

(上接 124 页)

## 参考文献:

- [1] Casetti C,Gerla M.TCP westwood:end to end bandwidth estimation for enhanced transport over wireless links [M].Rome,Italy:ACM Mobile com,2001:287~297.
- [2] Katabi D,Handley M,Rohrs C.Internet congestion control for future high bandwidth-delay product environments [DB/OL].http://www.ana.lcs.mit.edu/dina/XCP/2002-5/2004-3-10.
- [3] Xia Y,Subramanian L,Stoica I,et al.One more bit is enough[C]//

SIGCOMM 2005,2005.

- [4] Jain R,Kalyanaraman S,Viswanathan R.The OSU Scheme for congestion avoidance in ATM networks:lessons learnt and extensions[J]. Performance Evaluation,1997,31(1):67~88.
- [5] Floyd S.TCP and explicit congestion notification[J].ACM Computer Communication Rev,1994,24(10):10~23.
- [6] Jain R,Chiu D,Hawe W.A quantitative measure of fairness and discrimination for resource allocation in shared computer systems. DEC,Res Rep TR-301[R].1984.