General 模型辅助变量辨识方法的研究

刘淑霞,黄 敏
LIU Shu-xia,HUANG Min

江南大学 通信与控制工程学院,江苏 无锡 214122
School of Communication and Control Engineering,Jiangnan University,Wuxi,Jiangsu 214122,China
E-mail:lsx184212792@163.com

LIU Shu-xia,HUANG Min. Research of instrumental variable identification method for general models. Computer Engineering and Applications,2008,44(14):54-56.

Abstract: For General model system of existing correlated interferential noise, this paper researches on a new method of identification, first of all system model is approximated by using to FIR model , and to obtain a Box-Jenkins model which can be identified by the Instrumental Variable method, and finally to determine the parameters of the original systems by means of the model equivalence principle. The simulation results indicate that Recursive Instrumental Variable (RIV) method has better parameter estimation than Recursive Generalized Extended Least Squares(RGELS) in this approximation.
Key words: General model; recursive generalized extended least squares; Instrumental Variable; parameter estimation

摘 要:对于存在相关噪声干扰的 General 系统,研究了一种新的辨识方法。首先系统模型用一个有限的脉冲响应(FIR)模型逼近,得到一个 Box-Jenkins 模型,再使用辅助变量法辨识系统参数,最后根据模型等价原理确定原系统的参数估计。仿真结果表明:在这种近似下递推辅助变量法(RIV)比递推广义增广最小二乘法(RGELS)可以得到更好的参数估计。
关键词:General 模型;递推广义增广最小二乘;辅助变量法;参数估计
DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2008.14.014 **文章编号**:1002-8331(2008)14-0054-03 **文献标识码**:A **中图分类号**:TP273

1 引言

对于有色噪声干扰的系统,有许多方法可以估计其参数[1,2]。最小二乘法是最基本最常用的方法,因其算法简单、理论成熟和通用性强而广泛应用于系统参数辨识中,但是当系统噪声为有色噪声时,最小二乘法不能给出无偏一致估计,并且在使用该计算法时,要预先假定噪声模型。估计 CARMA 模型参数的递推增广最小二乘(RELS)算法和估计 Box-Jenkins 模型参数的递推广义增广最小二乘(RGELS)算法,不仅能给出系统模型参数估计,而且能产生噪声模型参数估计[3,4]。然而,理论分析表明 RELS 算法的收敛性要求噪声模型是严格正实传递函数;RGELS 算法是否收敛以及在什么条件下收敛的理论证明还是很有挑战性的研究课题,至今还未解决,丁锋等仅给出了 RGELS 算法的一个近似[5]。

工程上人们一般不太关心噪声模型,更期望得到系统模型参数的良好估计。在这种情况下,对于有色噪声干扰的系统模型杨慧中、张勇等人提出了偏差补偿法[6],采用一个校正项补偿有偏的最小二乘,从而获得系统参数的无偏估计。本文在上述方法的基础上采用辅助变量法来对 General 模型进行参数估计,并与 RGELS 算法进行比较研究,仿真结果表明,辅助变量法可以得到更好的参数估计。

2 问题构成

有色噪声干扰的随机系统可表述为:

$$A(z)y(t) = \frac{B(z)}{C(z)}u(t) + \frac{D(z)}{E(z)}v(t) \tag{1}$$

其中 $y(t)$ 为系统输出,$u(t)$ 为系统输入,$v(t)$ 为零均值白噪声,$A(z)$,$B(z)$,$C(z)$,$D(z)$ 和 $E(z)$ 均为单位后移算子 z^{-1} 的多项式,且

$$A(z) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \cdots + a_{n_a}z^{-n_a}$$
$$B(z) = b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \cdots + b_{n_b}z^{-n_b}$$
$$C(z) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \cdots + c_{n_c}z^{-n_c}$$
$$D(z) = 1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} + \cdots + d_{n_d}z^{-n_d}$$
$$E(z) = 1 + e_1z^{-1} + e_2z^{-2} + \cdots + e_{n_e}z^{-n_e}$$

设 $t\leqslant 0$ 时,$u(t)=0$,$y(t)=0$,$v(t)=0$,对于某些实际系统,人们不太关心噪声模型的形式,而更关心系统传递函数模型

$$G(z) = \frac{B(z)}{C(z)}$$

的参数辨识问题,但常规的方法辨识困难。

假定系统稳定,参考文献[7,8]首先将系统模型 $G(z)=B(z)/C(z)$ 展开为级数形式:

$$B(z)/C(z) = g_1z^{-1} + g_2z^{-2} + \cdots + g_{n_g}z^{-n_g} + \cdots$$

作者简介:刘淑霞(1981-),女,硕士研究生,主要从事系统辨识方面关于有色噪声的研究;黄敏(1974-),女,副教授,博士,硕士生导师。
收稿日期:2007-08-28 **修回日期**:2007-11-26

因为系统稳定,那么当 $i\to\infty$ 时,$g_i\to 0$ 等价于这个多项式收敛。取其有限次项近似,定义系统模型 $G(z)$ 阶次为 n_g,即

$$G(z)=g_1z^{-1}+g_2z^{-2}+\cdots+g_{n_g}z^{-n_g}$$

只要 n_g 足够大,$G(z)$ 就能任意精度逼近系统模型 $B(z)/C(z)$,而模型(1)就等价成了一个 Box-Jenkins 模型:

$$A(z)y(t)=G(z)u(t)+\frac{D(z)}{E(z)}v(t) \tag{2}$$

这样模型(2)就可以用辅助变量法来辨识了,通过辅助变量法得到 n_g 的参数估计,然后再应用模型等价原理确定原系统的参数。

3 基本算法

首先假定噪声模型为:

$$e(t)=\frac{D(z)}{E(z)}v(t)$$

这样模型(2)就等价于

$$A(z)y(t)=G(z)u(t)+e(t) \tag{3}$$

$e(t)$ 为有色噪声,这样模型(3)可以写成

$$y(t)=\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(t)\theta+e(t)$$

$$\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(t)=[-y(t-1),\cdots,-y(t-n_a);u(t-1),\cdots,u(t-n_g)]$$

$$\theta=[a_1,a_2,\cdots,a_{n_a};g_1,g_2,\cdots,g_{n_g}]$$

根据辅助变量的选择规则[1],取

$$\boldsymbol{\varphi}_I^{\mathrm T}=[-u(t-n_g-1),\cdots,-u(t-n_g-n_a);u(t-1),\cdots,u(t-n_g)]$$

记 $L(t)=P(t)\boldsymbol{\varphi}_I(t)$,则递推辅助变量法(RIV):

$$\hat\theta=\hat\theta(t-1)+L(t)[y(t)-\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(t)\hat\theta(t-1)]$$

$$L(t)=P(t-1)\varphi_I(t)[1+\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(t)P(t-1)\varphi_I(t)]^{-1}$$

$$P(t)=[I-L(t)\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(t)]P(t-1)$$

这样可以得到 $\hat\theta$ 的参数估计,也就是说辨识方程(3)的近似的参数估计。在实际应用中一般不考虑噪声模型的参数估计,主要是想得到系统模型的参数估计,所以借助文献[7]来确定原系统参数。通过系统模型 $G(z)=B(z)/C(z)$ 可得

$$g_1z^{-1}+g_2z^{-2}+\cdots+g_{n_g}z^{-n_g}=\frac{b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+\cdots+b_{n_b}z^{-nb}}{1+c_1z^{-1}+c_2z^{-2}+\cdots+c_{n_c}z^{-n_c}}$$

将上式转换为多项式方程为:

$$\begin{aligned}&b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+\cdots+b_{n_b}z^{-nb}=\\&[g_1z^{-1}+g_2z^{-2}+\cdots+g_{n_g}z^{-n_g}][1+c_1z^{-1}+c_2z^{-2}+\cdots+c_{n_c}z^{-n_c}]\end{aligned} \tag{4}$$

通过比较式(4)两边 z 幂的系数,可以得到

$$\begin{aligned}&z^{-1}:b_1=g_1\\&z^{-1}:b_2=g_2+g_1c_1\\&z^{-1}:b_3=g_3+g_1c_2+g_2c_1\\&\qquad\vdots\\&z^{-n_b-1}:0=g_{n_b+1}+g_1c_{n_b}+g_2c_{n_b-1}+\cdots+g_{n_b}c_1\\&\qquad\vdots\\&z^{-n_c-n_b}:0=g_{n_b+n_c}c_1+g_1c_{n_b+n_c-1}+\cdots+g_{n_b+n_c-1}c_1\end{aligned} \tag{5}$$

定义

$$\boldsymbol{c}=[c_1,c_2,\cdots,c_{n_c}]^{\mathrm T},\ \boldsymbol{b}=[b_1,b_2,\cdots,b_{n_b}]^{\mathrm T}$$

$$\boldsymbol{g}_b=[g_1,g_2,\cdots,g_{n_b}]^{\mathrm T}$$

$$\boldsymbol{g}_c=[g_{n_b+1},g_{n_b+2},\cdots,g_{n_b+n_c}]^{\mathrm T}$$

$$\boldsymbol{P}_1=\begin{bmatrix}0&0&0&0&\cdots&0\\-g_1&0&0&0&\cdots&0\\\vdots&&\vdots&\vdots&&\vdots\\-g_{n_b-1}&\cdots&-g_1&0&\cdots&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_2=\begin{bmatrix}-g_{n_b}&\cdots&0&\cdots&0\\\vdots&&\vdots&&\vdots\\-g_{n_c-1}&\cdots&-g_2&-g_1&0\\\vdots&&\vdots&&\vdots\\-g_{n_b+n_c-1}&\cdots&-g_{n_b+2}&-g_{n_b+1}&-g_{n_b}\end{bmatrix}$$

其中 $\boldsymbol{P}_1$ 为 $n_b\times n_c$ 的矩阵,$\boldsymbol{P}_2$ 为 $n_c\times n_c$ 的方阵,方程(5)就可以写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix}I_{n_b}&\boldsymbol{P}_1\\0&\boldsymbol{P}_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{b}\\\boldsymbol{c}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{g}_b\\\boldsymbol{g}_c\end{bmatrix}$$

其中 I_{n_b} 为单位矩阵,可求得系统模型参数:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{b}\\\boldsymbol{c}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{n_b}&\boldsymbol{P}_1\\0&\boldsymbol{P}_2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\boldsymbol{g}_b\\\boldsymbol{g}_c\end{bmatrix}$$

4 RGEL 算法

为了方便比较根据文献[1]下面直接给出辨识 Box-Jenkins 模型(2)参数的递推广义增广最小二乘算法。

$$\hat\theta(t)=\hat\theta(t-1)+L(t)[y(t)-\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(t)\hat\theta(t-1)]$$

$$L(t)=\frac{P(t-1)\varphi(t)}{1+\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(t)P(t-1)\varphi(t)}$$

$$P(t)=[I-L(t)\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(t)]P(t-1)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)=\begin{bmatrix}\hat\theta_s(t)\\\hat\theta_n(t)\end{bmatrix}\qquad\boldsymbol{\varphi}(t)=\begin{bmatrix}\varphi_s(t)\\\varphi_n(t)\end{bmatrix}\in R^{n_a+n_g+n_d+n_e}$$

$$\boldsymbol{\varphi}_s^{\mathrm T}(t)=[-y(t-1),\cdots,-y(t-n_a);u(t-1),\cdots,u(t-n_g)]$$

$$\boldsymbol{\varphi}_n^{\mathrm T}(t)=[-\hat x(t-1),\cdots,-\hat x(t-n_e);\hat v(t-1),\cdots,\hat v(t-n_d)]$$

$$\hat x(t)=y(t)-\boldsymbol{\varphi}_s^{\mathrm T}(t)\hat\theta_s(t)$$

$$\hat v(t)=y(t)-\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm T}(t)\hat\theta(t)\qquad 或$$

$$\hat v(t)=\hat x(t)-\boldsymbol{\varphi}_n^{\mathrm T}(t)\hat\theta_n(t)$$

$$\boldsymbol{\theta}=[\boldsymbol{\theta}_s^{\mathrm T},\boldsymbol{\theta}_n^{\mathrm T}]^{\mathrm T}$$

$$\boldsymbol{\theta}_s=[a_1,a_2,\cdots,a_{n_a};g_1,g_2,\cdots,g_{n_g}]^{\mathrm T}$$

$$\boldsymbol{\theta}_n=[e_1,e_2,\cdots,e_{n_e};d_1,d_2,\cdots,d_{n_d}]^{\mathrm T}$$

5 仿真例子

例 1 考虑 Box-Jenkins 模型描述的仿真对象

$$A(z)y(t)=G(z)u(t)+\frac{D(z)}{E(z)}v(t)$$

$$A(z)=1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}=1-1.60z^{-1}+0.80z^{-2}$$

$$B(z)=b_1z^{-1}=0.412z^{-1}$$

$$C(z)=1+c_1z^{-1}=1-0.750z^{-1}$$

$$D(z)=1+d_1z^{-1}=1+0.80z^{-1}$$

$$E(z)=1+e_1z^{-1}=1+0.64z^{-1}$$

输入 $\{u(t)\}$ 采用零均值单位方差($\boldsymbol{\sigma}_u^2=1.00^2$)不相关可测随机变量序列,$\{v(t)\}$ 采用零均值方差为 σ_v^2 白噪声序列,

改变 σ_v^2 可以控制信噪比 δ_{ns}。

当噪声方差 $\sigma_v^2=0.40^2$ 时，信噪比为 $\delta_{ns}=21.601\%$。应用RIV,RGELS算法分别估计这个系统的参数，结果如表1，表2所示，系统模型参数估计误差 δ_s 曲线如图1所示，其中 $n_g=2$。

表1　RIV估计值

k	a_1	a_2	b_1	c_1	δ_s/%
100	−1.552 89	0.785 42	0.603 35	−0.391 86	11.309 30
200	−1.616 48	0.938 69	0.409 27	−0.512 30	9.207 92
300	−1.642 06	0.829 10	0.386 28	−0.858 00	3.303 05
500	−1.597 58	0.797 86	0.406 05	−0.772 07	0.436 58
1 000	−1.599 91	0.799 86	0.409 41	−0.759 51	0.174 62
1 500	−1.599 93	0.799 90	0.410 38	−0.755 91	0.108 81
2 000	−1.600 07	0.800 04	0.410 84	−0.754 18	0.077 28
2 500	−1.600 06	0.800 06	0.411 10	−0.753 22	0.059 86
3 000	−1.600 03	0.800 03	0.411 27	−0.752 95	0.048 43
真值	−1.600 00	0.800 00	0.412 00	−0.750 00	

表2　RGELS估计值

k	a_1	a_2	b_1	c_1	δ_s/%
100	−1.581 35	0.780 24	0.372 89	−1.114 87	6.278 37
200	−1.553 82	0.757 22	0.377 02	−1.120 02	7.210 53
300	−1.572 82	0.775 79	0.390 45	−0.994 49	4.828 19
500	−1.577 35	0.785 74	0.405 93	−0.888 38	3.140 63
1 000	−1.572 20	0.775 38	0.410 75	−0.860 62	3.114 24
1 500	−1.577 85	0.782 36	0.422 42	−0.782 14	1.986 81
2 000	−1.582 29	0.782 47	0.417 08	−0.776 59	1.583 15
2 500	−1.583 91	0.784 27	0.418 75	−0.763 87	1.390 50
3 000	−1.587 71	0.787 43	0.420 57	−0.756 59	1.160 80
真值	−1.600 00	0.800 00	0.412 00	−0.750 00	

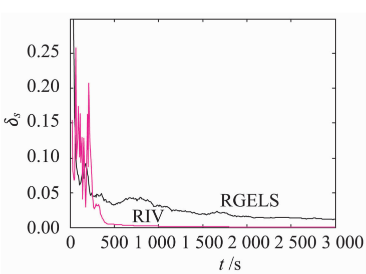

图1　例1 δ_s 随 t 的变化曲线($\sigma_v^2=0.40^2$, $n_g=2$)

当 $n_g=10$ 时系统模型参数估计误差 δ_s 曲线如图2所示，系统参数如表3所示。

由图1、图2可知，对于有色噪声干扰的General模型，RGELS算法平稳性较好，但需要噪声模型阶次的知识，且RGELS算法对参数估计初值和协方差初值的选择要求比较严格；与RGELS算法相比，RIV算法不需要噪声模型的相关信息，当 n_g 较小时，RIV估计波动大、平稳性差，n_g 较大数据序列较长时，RIV算法平稳性较好，估计精度比较高。因此RIV算法在数据取适当时可以得到比RGELS算法更好的参数估计，易于实现。

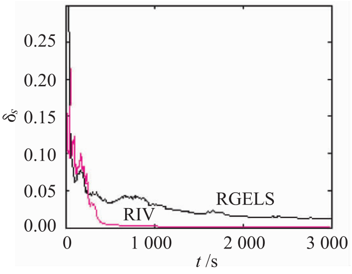

图2　例1 δ_s 随 t 的变化曲线($\sigma_v^2=0.40^2$, $n_g=10$)

表3　n_g 取不同值时 δ_s 的值

k	$n_g=2\delta_s$/%	$n_g=10\delta_s$/%
100	11.309 43	10.157 90
200	9.207 92	8.394 50
300	3.303 05	3.226 70
500	0.436 58	0.354 10
1 000	0.174 62	0.149 28
1 500	0.108 81	0.107 31
2 000	0.077 28	0.074 52
2 500	0.059 86	0.052 11
3 000	0.048 43	0.043 21

6　结语

本文利用辅助变量法和模型等价原理确定原系统的参数方法来对General模型进行辨识研究，并与RGELS算法进行比较。仿真表明，辅助变量法可以得到更好的参数估计。将该方法进一步推广应用于时变和多变量General模型系统是进一步值得研究的。

参考文献：

[1] 谢新民，丁锋．自适应控制系统[M]．北京：清华大学出版社，2002.

[2] 方崇智，肖德云．过程辨识[M]．北京：清华大学出版社，1988.

[3] 丁锋，谢新民．多变量系统递推广义最小二乘法收敛性分析[J]．控制与决策，1992，7(6)：443-447.

[4] 丁锋．辨识Box-Jenkins模型参数的递推广义增广最小二乘法[J]．控制与决策，1990，5(6)：53-56.

[5] 丁锋，谢新民．线性多变量系统的联合辨识算法[J]．控制理论与应用，1992，9(5)：545-550.

[6] 杨慧中，张勇．Box-Jenkins模型偏差补偿辨识方法与其它辨识方法的比较研究[J]．控制理论与应用，2007，24(1).

[7] 张勇，杨慧中，丁锋．有色噪声干扰下的一种系统辨识方法[J]．南京航空航天大学学报，2006，38(sup)：167-171.

[8] 黄祖毅，陈建清．基于脉冲响应德输出误差模型德辨识[J]．控制理论与应用，2003，20(5)：793-796.