

## ◎图形、图像、模式识别◎

# CT 图像的分形特征和 Facet 边缘检测

蒲云<sup>1,2</sup>, 曾理<sup>1,2</sup>, 马睿<sup>1,2</sup>PU Yun<sup>1,2</sup>, ZENG Li<sup>1,2</sup>, MA Rui<sup>1,2</sup>

1.重庆大学 光电技术及系统教育部重点实验室 ICT 研究中心, 重庆 400030

2.重庆大学 数理学院, 重庆 400030

1.ICT Research Center, Key Laboratory of Optoelectronic Technology and System of the Education Ministry of China, Chongqing University, Chongqing 400030, China

2.College of Mathematics and Physics, Chongqing University, Chongqing 400030, China

E-mail: drlizeng@hotmail.com

PU Yun, ZENG Li, MA Rui. Fractal feature of CT image and facet edge detection. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(3): 165-167.

**Abstract:** Facet model can obtain accurate image edge, but the time complexity is greatly high while be used to segment target. Against this question, from the perspective of target feature in CT images, fractal dimension characteristics are introduced into Facet model in this paper. Firstly rough candidate point set is obtained on the basis of truth the fractal dimension on the edges is larger than other part, and then obtains the exact edges by using Facet model in the candidate point set. Furthermore, the experimentation results indicate that this method can not only be accurate on the edge, but also improve the processing speed.

**Key words:** fractal dimension; Facet model; edge localization; edge detection; CT image

**摘要:** Facet 模型能够获得准确的图像边缘信息, 但运用 Facet 模型对目标进行分割时, 时间复杂度比较高。针对该问题, 从 CT 图像目标特征的角度, 将分形维数特征引入 Facet 模型。首先利用图像边缘分形维数较大的特点, 获得大致的边缘候选点, 然后对边缘候选点集运用 Facet 模型进行分割, 得到边缘点的准确位置。实验结果表明, 该方法不仅能获得准确的边缘, 而且提高了处理速度。

**关键词:** 分形维数; Facet 模型; 边缘定位; 边缘检测; CT 图像

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.03.049 文章编号: 1002-8331(2009)03-0165-03 文献标识码: A 中图分类号: TP391

## 1 引言

Facet 模型作为目标分割和边缘提取的一种重要方法, 自 Robert M Haralick<sup>[1]</sup>于 1984 年提出以来, 在图像分割领域得到了广泛的应用。Facet 模型的基本原理是通过对离散图像的灰度分布进行曲面拟合精确重建, 利用连续图像特性确定边缘位置。用曲面片拟合图像, 实质上对图像起到了低通滤波的作用, 减少了噪声的影响。该模型另一个显著的优点是能够定位到亚像素级, 提高了边缘检测精度。

用 Facet 模型对目标进行分割时, 由于要在每个像素点的邻域内作曲面拟合, 因而时间复杂度比较高, 但是相对于背景, 目标区域所占比例一般都比较小, 而且背景区域的运算对最终的边缘检测几乎没有影响。针对该问题, 文献[2]提出了 Otsu 阈值分割获得初始边缘点集, 然后运用 Facet 模型对初始边缘点集精细分割的加速方法。

从 CT 图像目标特征的角度出发, 将分形维数特征引入

Facet 模型, 分两步实现边缘的快速准确定位。首先, 采用 Blanket 算法<sup>[3]</sup>计算出图像分形维数, 通过自适应阈值判断, 获得大概的边缘候选点集; 而后, 在精定位环节对前一步获得的候选点集运用 Facet 模型分割, 最终得到边缘点的准确位置。

## 2 分形维数特征

分形是 Mandelbrot<sup>[4]</sup>在研究了大量不规则自然形体后提出的一个概念, 目前已成为研究自然和工程领域不规则和不光滑几何形体的有力工具。其中, 分形维数是分形技术中的一个重要特征, 它可作为图像灰度曲面粗糙程度的一种度量。图像域内变化平缓的区域, 对应的灰度曲面表现光滑, 分形维数较小; 图像域内灰度跳变剧烈的边缘, 对应的灰度曲面起伏剧烈, 分形维数往往出现较大值。利用分形维数这一性质可以实现对图像的边缘进行定位。

下面给出采用 Blanket 方法计算分形维数的过程<sup>[5-6]</sup>: 设

**基金项目:** 国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60672098); 国家高技术研究发展计划(863)(the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2006AA04Z104)。

**作者简介:** 蒲云(1983-), 男, 硕士研究生, 研究方向: 计算机图像处理算法与软件; 曾理(1959-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 图像处理; 马睿(1982-), 女, 硕士, 研究方向: 图像处理。

**收稿日期:** 2008-07-09 **修回日期:** 2008-10-06

$f(i, j)$  为图像的灰度函数, 它在二维图像空间深度方向上构成一个数字的纹理曲面,  $U_\varepsilon(i, j)$  和  $B_\varepsilon(i, j)$  分别为覆盖灰度曲面的上下表面。取一组尺度  $\{\varepsilon_i | \varepsilon_i = i, i=1, 2, \dots, N\}$ , 定义上下表面如下:

$$\begin{aligned} U_0(i, j) &= B_0(i, j) = f(i, j) \\ U_\varepsilon(i, j) &= \max\{U_{\varepsilon-1}(i, j) + 1, \max_{(k, l) \in \text{area}} U_{\varepsilon-1}(k, l)\} \\ B_\varepsilon(i, j) &= \min\{B_{\varepsilon-1}(i, j) - 1, \min_{(k, l) \in \text{area}} B_{\varepsilon-1}(k, l)\} \end{aligned}$$

式中  $\text{area} = \{(m, n) | |(m, n) - (i, j)| \leq d\}$ , 当  $d=1$  时, 表示 4 邻域; 当  $d=2$  时, 表示 8 邻域。若令  $R$  为图像上以  $(i, j)$  为中心的矩形区域, 得到分形面积:

$$A_\varepsilon = \frac{\text{Vol}_\varepsilon}{2\varepsilon} = \frac{\sum_{(i, j) \in R} (U_\varepsilon(i, j) - B_\varepsilon(i, j))}{2\varepsilon} \quad (1)$$

利用分形面积和分形维数的近似关系  $A_\varepsilon \approx \beta \varepsilon^{2-FD}$ , 计算出维数  $FD$  ( $\beta$  是常数)。两边取对数, 得到:

$$\log A_\varepsilon \approx (2-FD) \log \varepsilon + \log \beta \quad (2)$$

计算不同尺度下的  $A_\varepsilon$ , 得到一组点对  $(\log \varepsilon_i, \log A_\varepsilon)$ , 用最小二乘法拟合公式(2), 从而获得分形维数  $FD$ :

$$FD = 2 - \frac{N \sum_i \log \varepsilon_i \log A_{\varepsilon_i} - \sum_i \log \varepsilon_i \log A_{\varepsilon_i}}{N \sum_i (\log \varepsilon_i)^2 - (\sum_i \log \varepsilon_i)^2} \quad (3)$$

定义自适应阈值  $T_{FD}$ :

$$T_{FD} = k \cdot \max FD(i, j) \quad (4)$$

其中,  $k$  是自适应阈值系数, 一般根据实验确定。

### 3 基于分形和 Facet 模型的图像边缘检测

#### 3.1 Haralick 的 Facet 模型

Haralick<sup>[1]</sup> 提出的 Facet 模型边缘检测是对整幅图像作正交多项式最佳曲面拟合, 然后根据多项式的一、二、三阶导数确定边缘点位置。在二维空间中, 用一个二元三次多项式函数建立的 2D Facet 模型如下:

$$f(x, y) = k_1 + k_2x + k_3y + k_4x^2 + k_5xy + k_6y^2 + k_7xy^2 + k_8x^2y + k_9x^3 + k_{10}x^3y \quad (5)$$

写成极坐标形式为:

$$\begin{aligned} f_\alpha(\rho) &= k_1 + (k_2 \sin \alpha + k_3 \cos \alpha) \rho + (k_4 \sin^2 \alpha + k_5 \sin \alpha \cos \alpha + \\ & k_6 \cos^2 \alpha) \rho^2 + (k_7 \sin \alpha \cos^2 \alpha + k_8 \sin^2 \alpha \cos \alpha + \\ & k_9 \sin^3 \alpha + k_{10} \cos^3 \alpha) \rho^3 \end{aligned} \quad (6)$$

前三阶导数分别为:

$$\begin{aligned} f'_\alpha(\rho) &= (k_2 \sin \alpha + k_3 \cos \alpha) + A\rho + B\rho^2 \\ f''_\alpha(\rho) &= A + B\rho \\ f'''_\alpha(\rho) &= B \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $A = 2(k_4 \sin^2 \alpha + k_5 \sin \alpha \cos \alpha + k_6 \cos^2 \alpha) \rho$ ,  $B = 3(k_7 \sin \alpha \cos^2 \alpha + k_8 \sin^2 \alpha \cos \alpha + k_9 \sin^3 \alpha + k_{10} \cos^3 \alpha) \rho^2$ 。

通过求  $f'_\alpha(\rho)|_{\rho=0}$  的最大值, 可得  $f'_\alpha(\rho)$  的梯度方向:  $\sin \alpha =$

$$\frac{k_2}{\sqrt{k_2^2 + k_3^2}}, \cos \alpha = \frac{k_3}{\sqrt{k_2^2 + k_3^2}}, \text{梯度模值为 } |f'_\alpha| = \sqrt{k_2^2 + k_3^2}。$$

根据以上分析计算, 若像素点同时满足下面三个准则, 则判断为边缘点:

$$(1) f'_\alpha(\rho) \neq 0 \text{ 且大于阈值 } T。$$

(2)  $f''_\alpha(\rho) < 0$ , 即定义边缘点沿梯度方向二阶方向导数零交叉处为负斜坡。

$$(3) \text{ 令 } f''_\alpha(\rho) = 0, \text{ 求得 } \rho = -\frac{A}{B}, |\rho| \text{ 小于 } 0.5, \text{ 即半个像素。}$$

实现该算法需要大量的数学运算, 算法的空间复杂度和时间复杂度都比较高, 难以达到实际所需的实时性要求。

#### 3.2 基于分形和 Facet 模型的图像边缘检测

针对基于 Facet 模型的边缘检测算法的时间复杂度高的缺点, 我们先采用基于 Blanket 算法的分维数特征定位并提取初始边缘点集, 然后在初始边缘点集内逐点运用 2D Facet 模型进一步处理, 确定边缘点的准确位置。改进的方法与原算法相比, 速度提高了一倍左右。算法步骤如下:

(1) 将图像分成大小相等的小块, 块与块之间可以重叠, 实际上就相当于用一个固定尺寸大小的窗口在图像内移动。

(2) 选取一定的尺度范围, 按照式(3)计算出各块的分形维数  $FD$ 。

(3) 标记并定位边缘像素。对每一块, 将其分形维数与式(4)计算所得的自适应阈值  $T_{FD}$  进行比较, 如果大于阈值, 则认为该块内含有边缘, 框出所有含边缘块的外边界。实验中, 给原图一个标记数组 mark, 初始化为 0。对含边缘的块, 边界加 1, 内部加 10。

(4) 对于步骤(3) mark 值大于等于 10 的像素点, 读取其在原始图像中  $5 \times 5$  邻域的灰度值拟合式(5)所示的二元三次多项式函数, 求出系数。

(5) 根据 3.1 所述的准则(1)、(2)、(3)判断该初始边缘点是否为边缘点:

① 计算一阶方向导数  $f'_\alpha(\rho)$ , 求出梯度模值  $f'_\alpha$ , 如果  $f'_\alpha$  小于阈值  $T$ , 选择下一个初始点, 转步骤④。否则, 继续;

② 计算三阶方向导数  $f'''_\alpha(\rho)$ , 如果该值不小于零, 选择下一个初始点, 转步骤④。否则, 继续;

③ 计算距离  $\rho$ , 如果  $|\rho| > 0.5$ , 选择下一个初始点, 转步骤④。否则, 继续。

(6) 对于满足上面三条准则的像素, 标记为边缘像素点。算法结束。

### 4 实验及结果分析

针对仿真头骨 CT 图像、发动机 CT 切片序列<sup>[7]</sup>中第 28 张切片图像数据, 采用 2D Fractal Facet 算法(2-FF, 即本文算法)、2D Haralick Facet 算法(2-HF, 即原算法)进行实验, 并对实验结果采用最终测量精度、误分类误差和时间复杂度三个评价准则进行了分析。算法均采用窗口, 2-FF 中计算分形维数时取尺度 40, 自适应阈值系数  $k=0.886$ , 判断准则(1)中阈值  $T=10$ , 采用像素级 Facet 模型检测边缘。在处理器 AMD Athlon(TM)XP 1800+, 主频 1.53 GHz, 内存 512 MB 的 PC 机上, 采用 VC++6.0 编程实现。

#### 4.1 边缘检测的实验结果

图 1 是仿真头骨 CT 图像采用 2-FF、2-HF 的实验结果, 仿真参数见表 1 所示。为了便于绘制, 将数据规整到 -1 到 1 之间, 采用浮点类型表示。需要说明的是, 之所以列出参数数值是为了后面部分分析准则的需要。图 2 是发动机 CT 切片第 28 张图像采用 2-FF、2-HF 的实验结果。

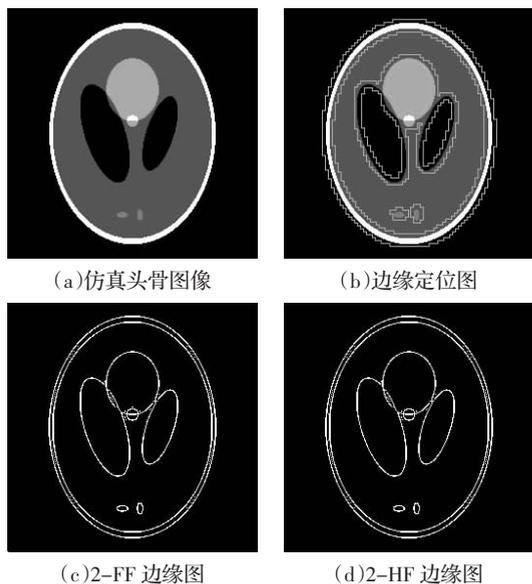


图1 仿真头骨CT图像采用2-FF、2-HF的实验结果

表1 仿真头骨图像的参数

区域标号	中心坐标	X向极径	Y向极径	偏转角	吸收系数
1	(0,0)	0.690 0	0.920	0	2.00
2	(0,-0.018 4)	0.662 4	0.874	0	-0.98
3	(0.22,0)	0.310 0	0.110	72	-0.02
4	(-0.22,0)	0.410 0	0.160	100	-0.02
5	(0,0.35)	0.210 0	0.250	0	0.01
6	(0,0.1)	0.046 0	0.046	0	0.01
7	(-0.08,-0.605)	0.046 0	0.023	0	0.01
8	(-0.06,-0.605)	0.023 0	0.046	0	0.01

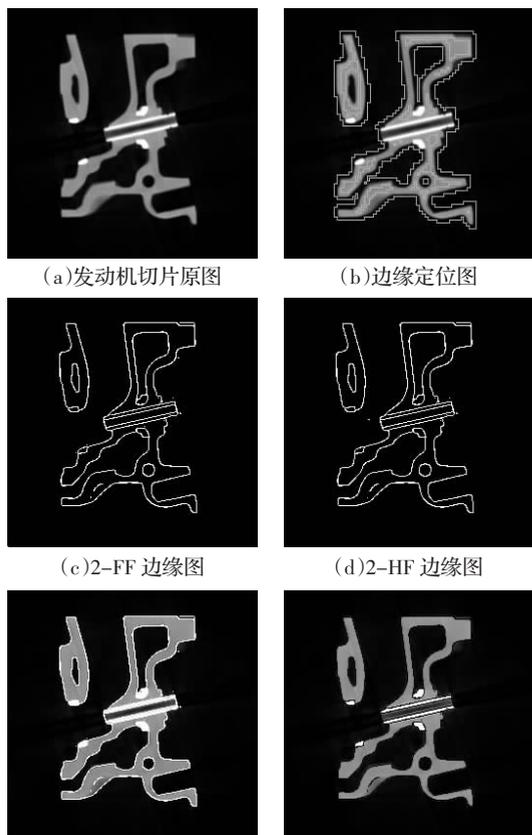


图2 发动机CT切片第28张图像采用2-FF、2-HF的实验结果

### 4.2 实验结果分析

对上述实验结果采用最终测量精度、误分类误差和时间复杂度三个评价准则进行分析。这三个准则具有客观、适用于所有算法和复杂度低的优点。

(1)最终测量精度(Ultimate Measurement Accuracy,UMA)分析

设  $A_\sigma$  代表参考图像的原始特征量,  $A_\tau$  代表测试图像的实际特征量,则它们的绝对误差和相对误差可以表示为<sup>[8-9]</sup>:

$$AUMA = |A_\sigma - A_\tau|$$

$$RUMA = \frac{|A_\sigma - A_\tau|}{A_\sigma} \times 100\%$$

该准则参数反比于分割质量,数值越小说明分割质量越好。实验中,以头骨仿真参数作为参考图像相应数值,选择目标面积作为特征量,以典型目标为例计算AUMA和RUMA,计算结果见表2。从计算结果来看,2-FF算法与2-HF算法精度相当,能较准确地检测出边缘,大区域较小区域精度更高。同时算法对图像目标区域的旋转不敏感。

表2 最终测量精度分析结果(换算成0~256像素级计算)

区域标号	理论值	2-HF		2-FF	
		实测值	AUMA RUMA/(%)	实测值	AUMA RUMA/(%)
3	1 755.2	1 745.5	9.7 0.553	1 745.5	9.7 0.553
4	3 376.5	3 365.0	11 0.326	3 365.0	11 0.326
7	54.5	46.5	8 14.679	46.5	8 14.679
8	54.5	46.5	8 14.679	46.5	8 14.679

(2)误分率(Misclassification Error)分析<sup>[10]</sup>

$$ME = 1 - \frac{|B_0 \cap B_T| + |F_0 \cap F_T|}{|B_0| + |B_T|}$$

其中,  $|B_0 \cap B_T|$  代表背景被正确分割的像素数,  $|F_0 \cap F_T|$  表示目标被正确分割的像素数,  $|B_0| + |B_T|$  为总像素个数。实际上是把分割所得图与理想分割图做逻辑“与”运算,将不同的像素记录下来。针对头骨仿真图像,采用2-FF和2-HF计算出的误分率分别为4.2953%和4.2923%。

(3)时间复杂度分析

这里选择算法开始与算法结束的时间差作为时间复杂度的度量。实验结果见表3。从表中可以看出,文中算法2-FF较原算法2-HF在速度上提高了1倍左右。

表3 时间比较表

	2-HF	2-FF		
		Fractal	Facet	总计
头骨模型	8.0	1.985	1.938	3.923
发动机切片	8.3	2.094	2.219	4.313

从以上的分析可以看出,2-FF图像边缘检测的效果与2-HF的相当,但相对于2-HF,文中算法2-FF在速度上提高了1倍左右。

### 5 结论

针对CT图像的特点,将分形维数特征引入Facet模型,有效地解决了Facet模型时间复杂度高和分形定位粗糙的问题,弥补了各自的不足,发挥了它们的优点。首先计算图像边缘分

(下转 171 页)