

一种新型永磁直线周期系统的性能分析

徐建铭 徐清

(中国科学院高能物理研究所, 北京)

摘 要

本文对一种新型永磁直线周期系统(宽度调变型)的性能进行了分析. 在理想的二维情况下,产生的磁场分布为纯正弦曲线. 这种磁体还可采用软铁屏蔽来加强磁场. 在某些情况下,增强因子可大于2.

本文给出了理想情况和实际情况的场分布和软铁屏蔽的增强因子的表达式,并讨论了实际情况下削弱磁场中不需要的谐波分量的方法.

一、磁体结构

永磁周期磁体——扭摆磁体、波荡器等广泛应用于光子工厂及自由电子激光装置. 目前通用的是调变磁化方向型(MMD)永磁周期磁体^[1,2]. 这种磁体由磁化方向不同的永磁块组成,制造工艺复杂,又不能采用软铁屏蔽来增强磁场及屏蔽外界磁场的干扰.

作者在文献[3—5]中讨论了利用宽度调变径向磁化的永磁块形成环形多极磁场的方案,这一设计思想同样可用于直线周期永磁体的设计. 在文献[6]中已进行了初步分析,本文将作进一步的研究.

图1是这种磁体的断面示意图. 图中每个周期内有 $2n + 1 = 9$ 个永磁块. 箭头表示各永磁块的磁化方向. xz -平面是上下磁极对称平面,需要产生的磁场为 y 方向. 一个周期的长度为 λ , 每个周期等分成 $(2n + 1)$ 段. 因此,每段的长度 δ 为:

$$\delta = \frac{\lambda}{2n + 1}. \quad (1)$$

每段的中心装有一个永磁块,各永磁块的宽度随它的中心线的 x 坐标调变. 如果某一永磁块中心线的坐标为 $j\delta$, 则它的宽度 δ_j 由下式表示:

$$\delta_j = \delta \left| \cos j \frac{2\pi}{2n + 1} \right|. \quad (2)$$

各永磁块的磁化方向都是沿 y 方向的,磁化强度按下述规律安排:

$$M_{y,j} = |M|, \quad \text{如果 } \cos j \frac{2\pi}{2n + 1} \geq 0; \quad (3a)$$

are
160.
imp-

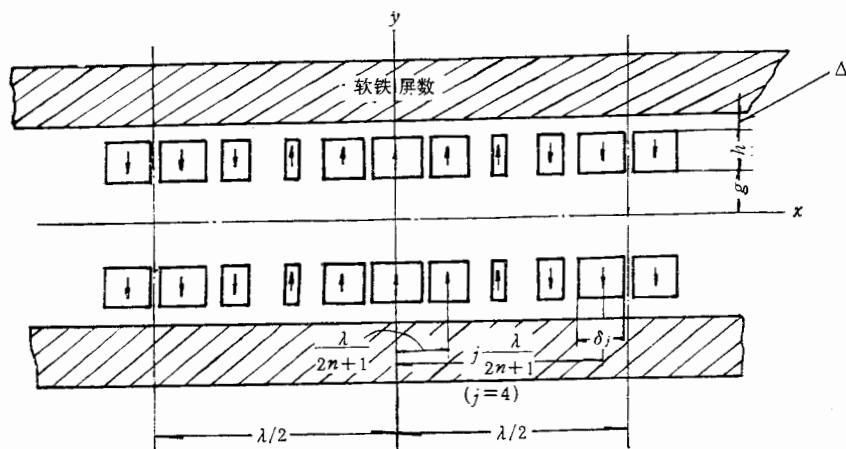


图1 磁体的断面示意图

$$M_{y'j} = -|M|, \text{ 如果 } \cos j \frac{2\pi}{2n+1} \leq 0. \quad (3b)$$

二、二维情况下磁场分布的表示式

通常情况下,磁体在 z 方向的长度远大于磁极间隙。因此,可以近似地认为磁体在 z 方向为无限长,把问题简化成二维问题处理。在二维情况下,磁体在 $P(x, y)$ 点所产生的磁势为^[6]:

$$\phi(x, y) = 2 \int M_{y'} \frac{y - y'}{(x - x')^2 + (y - y')^2} dx' dy',$$

而

$$H_y = - \frac{\partial}{\partial y} \phi(x, y),$$

因此

$$H_y = 2 \int M_{y'} \left[\frac{y - h - g}{(x - x')^2 + (y - h - g)^2} + \frac{y + g}{(x - x')^2 + (y + g)^2} - \frac{y + h + g}{(x - x')^2 + (y + h + g)^2} - \frac{y - g}{(x - x')^2 + (y - g)^2} \right] dx', \quad (4)$$

积分区域是整个磁体的所有永磁块。如果磁体以 y 轴为对称轴,共有 $2p + 1$ 个周期,每个周期里有 $2n + 1$ 个永磁块如图1所示,则 H_y 为:

$$H_y = \sum_{q=-p}^p \sum_{j=-n}^n \int_{j\delta - \frac{1}{2}\delta_j}^{j\delta + \frac{1}{2}\delta_j} I dx', \quad (5)$$

式中 I 由下式表示:

$$I = 2M_{y'} \left[\frac{y - h - g}{(x - x' + q\lambda)^2 + (y - h - g)^2} - \frac{y + h + g}{(x - x' + q\lambda)^2 + (y + h + g)^2} \right]$$

$$-\frac{y-g}{(x-x'+q\lambda)^2+(y-g)^2} + \frac{y+g}{(x-x'+q\lambda)^2+(y+g)^2} \Big]. \quad (6)$$

通常 $P \gg 1$, 因此可以令 $P \rightarrow \infty$, 以得到磁体中央部分的磁场分布[边缘地区的磁场, 则须从式(5)求得], 在此情况下,

$$H_y = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-n}^n \int_{j\delta-\frac{1}{2}\delta_j}^{j\delta+\frac{1}{2}\delta_j} I dx'. \quad (7)$$

为了计算式(7), 可利用下述展开式:

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{r}{(\alpha+q\lambda)^2+r^2} = \frac{r\pi}{|r|\lambda} \left[1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\frac{2m\pi|r|}{\lambda}} \cos m \frac{2\pi}{\lambda} \alpha \right], \quad (8)$$

得到:

$$H_y = 4 \sum_{j=-n}^n \int_{j\delta-\frac{1}{2}\delta_j}^{j\delta+\frac{1}{2}\delta_j} \frac{\pi}{\lambda} M_{y'j} \sum_{m=1}^{\infty} [-e^{-2m\pi(h+g-y)/\lambda} - e^{-2m\pi(h+g+y)/\lambda} + e^{-2m\pi(g+y)/\lambda} + e^{-2m\pi(g-y)/\lambda}] \cos m \frac{2\pi}{\lambda} (x-x') dx', \quad (9)$$

或者

$$H_y = 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \operatorname{ch} m \frac{2\pi}{\lambda} y e^{-2m\pi g/\lambda} (1 - e^{-2m\pi h/\lambda}) \sum_{j=-n}^n M_{y'j} \cdot \left[\sin m \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{j\lambda}{2n+1} + \frac{1}{2} \delta_j - x \right) - \sin m \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{j\lambda}{2n+1} - \frac{1}{2} \delta_j - x \right) \right]. \quad (10)$$

将式(2)代入上式, 得到:

$$H_y = 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \operatorname{ch} m \frac{2\pi}{\lambda} y e^{-2m\pi g/\lambda} (1 - e^{-2m\pi h/\lambda}) \sum_{j=-n}^n 2M_{y'j} \cdot \cos m \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{j\lambda}{2n+1} - x \right) \cdot \sin m \left(\frac{\pi}{2n+1} \left| \cos j \frac{2\pi}{2n+1} \right| \right), \quad (11)$$

把式(3a)及(3b)代入上式, 最后得到:

$$H_y = 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \operatorname{ch} m \frac{2\pi}{\lambda} y e^{-2m\pi g/\lambda} (1 - e^{-2m\pi h/\lambda}) \sum_{j=-n}^n 2|M| \cos m \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left(\frac{j\lambda}{2n+1} - x \right) \sin m \left[\frac{\pi}{2n+1} \cos \frac{2\pi j}{2n+1} \right]. \quad (12)$$

在理想情况下, 由无穷多无限薄的永磁块组成一个磁体周期, 或者说 $n = \infty$, 以使得永磁块宽度 δ_j 平滑地连续调变(对 MMD 型磁体, 理想情况也要求同样条件, 以使得磁化方向平滑地连续调变)。在此情况下得到:

$$H_y = 4|M|\pi \operatorname{ch} \frac{2\pi}{\lambda} y e^{-2\pi g/\lambda} (1 - e^{-2\pi h/\lambda}) \cos \frac{2\pi}{\lambda} x. \quad (13)$$

所以, 在二维理想情况下, 调变宽度永磁体所产生的磁场分布沿 x 轴为纯正弦曲线。

三、实际情况下的磁场分布

实际上不能用无穷多个薄永磁块组成磁体, 即 $n \neq \infty$. 在此情况下, 为了计算式(12)可利用下列几个表达式:

$$\sin \left[\frac{m\pi}{2n+1} \cos \frac{2\pi j}{2n+1} \right] = \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \frac{1}{(2l+1)!} \left(\frac{m\pi}{2n+1} \right)^{2l+1} \left(\cos \frac{2\pi j}{2n+1} \right)^{2l+1}, \quad (14)$$

$$\left(\cos \frac{2\pi j}{2n+1} \right)^{2l+1} = \frac{1}{2^{2l}} \sum_{k=0}^l \binom{2l+1}{k} \cos \left[(2l+1-2k) \frac{2\pi j}{2n+1} \right], \quad (15)$$

及

$$\binom{2l+1}{k} = \frac{(2l+1)(2l)(2l-1)\cdots(2l+1-k+1)}{k!}. \quad (16)$$

最后式(12)可化为:

$$\begin{aligned} H_y = 4|M| \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \operatorname{ch} m \frac{2\pi y}{\lambda} e^{-2m\pi g/\lambda} (1 - e^{-2m\pi h/\lambda}) \\ \cdot \sum_{j=-n}^n 2 \cos \left[m \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{j\lambda}{2n+1} - x \right) \right] \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \frac{1}{(2l+1)!} \left(\frac{m\pi}{2n+1} \right)^{2l+1} \\ \cdot \frac{1}{2^{2l}} \sum_{k=0}^l \binom{2l+1}{k} \cos \left[(2l+1-2k) \frac{2\pi j}{2n+1} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

当 $m = T(2n+1) \pm (2l+1-2k) \geq 1$ 时(式中 T 为整数), (18)

$$\begin{aligned} \sum_{j=-n}^n \cos \left[m \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{j\lambda}{2n+1} - x \right) \right] \cos \left[(2l+1-2k) \frac{2\pi j}{2n+1} \right] \\ = \frac{2n+1}{2} \cos \frac{2\pi mx}{\lambda}. \end{aligned} \quad (19)$$

如果式(18)不能满足, 则

$$\sum_{j=-n}^n \cos \left[\frac{m2\pi}{\lambda} \left(\frac{j\lambda}{2n+1} - x \right) \right] \cos \left[(2l+1-2k) \frac{2\pi j}{2n+1} \right] = 0. \quad (20)$$

把上述结果代入式(17), 化简后, 得到:

$$\begin{aligned} H_y = 4\pi|M| \operatorname{ch} \frac{2\pi y}{\lambda} e^{-2\pi g/\lambda} (1 - e^{-2\pi h/\lambda}) \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \frac{1}{(2l+1)!} \left(\frac{\pi}{2n+1} \right)^{2l} \\ \cdot \frac{1}{2^{2l}} \binom{2l+1}{l} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} + 4\pi|M| \sum_{m=2}^{\infty} \operatorname{ch} \frac{2\pi my}{\lambda} e^{-2\pi mg/\lambda} (1 - e^{-2\pi mh/\lambda}) \\ \cdot \sum_l (-1)^l \frac{1}{(2l+1)!} \left(\frac{m\pi}{2n+1} \right)^{2l} \frac{1}{2^{2l}} \sum_k \binom{2l+1}{k} \cos \frac{2\pi mx}{\lambda}. \end{aligned} \quad (21)$$

在上式中, k, m, l 应满足式(18), 并且

$$m \geq 2, \quad (22)$$

$$l \geq k \geq 0. \quad (23)$$

* 轴
的磁
h +
的间
3, ..

式(5)

把式

当 Δ

关系
变宽

式(21)中的第一项是要求建立的磁场,或者称它为基波。后面的各项是高次谐波,它们是由于选用 $(2n + 1)$ 个有限的永磁块组成一个周期,各永磁块宽度只能阶跃式调变,不能连续平滑调变所引起的。MMD 型磁体也有类似的情况。

四、软铁屏蔽的增强作用

在本文所讨论的磁体里,所有永磁块的磁化方向都沿 y 方向。因此,可以采用平行于 x 轴的软铁屏蔽来提高磁场强度,如图 1 所示。

软铁的相对导磁系数远大于 1。因此永磁块在软铁中的镜象具有和永磁块本身相同的磁化强度。各镜象的上下端面的 y 坐标是 $\pm(g + 2tG)$ 、 $\pm(g + h + 2tG)$ 、 $\pm(g + h + 2\Delta + 2sG)$ 和 $\pm(g + 2h + 2\Delta + 2sG)$ 。这些表示式里, $2G$ 是上下软铁屏蔽间的间隙高度, $G = \Delta + h + g$ 。 t 和 s 都是正整数, $t = 1, 2, 3, \dots, \infty$, $s = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty$ 。

当考虑软铁屏蔽的增强作用时,式(4)的积分区域应包括所有永磁块及其镜象。于是式(9)化为:

$$\begin{aligned}
 H_y = & 4 \sum_{j=-n}^n \int_{j\delta-\frac{1}{2}\delta_j}^{j\delta+\frac{1}{2}\delta_j} \frac{\pi}{\lambda} M_{y'j} \sum_{m=1}^{\infty} [1 + e^{-2m\pi(h+2\Delta)/\lambda}] \\
 & \cdot \sum_{b=0}^{\infty} [-e^{-2m\pi(h+g+2bG-y)/\lambda} - e^{-2m\pi(h+g+2bG+y)/\lambda} \\
 & + e^{-2m\pi(g+2bG+y)/\lambda} + e^{-2m\pi(g+2bG-y)/\lambda}] \\
 & \cdot \cos \frac{2\pi m}{\lambda} (x - x') dx'. \quad (24)
 \end{aligned}$$

把式(24)化简,得到:

$$\begin{aligned}
 H_y = & 4 \frac{1 + e^{-2m\pi(h+2\Delta)/\lambda}}{1 - e^{-2m\pi G/\lambda}} \sum_{j=-n}^n \int_{j\delta-\frac{1}{2}\delta_j}^{j\delta+\frac{1}{2}\delta_j} \frac{\pi}{\lambda} M_{y'j} \\
 & \cdot \sum_{m=1}^{\infty} [-e^{-2m\pi(g+h-y)/\lambda} - e^{-2m\pi(g+h+y)/\lambda} \\
 & + e^{-2m\pi(g+y)/\lambda} + e^{-2m\pi(g-y)/\lambda}] \cos \frac{2m\pi}{\lambda} (x - x') dx'. \quad (25)
 \end{aligned}$$

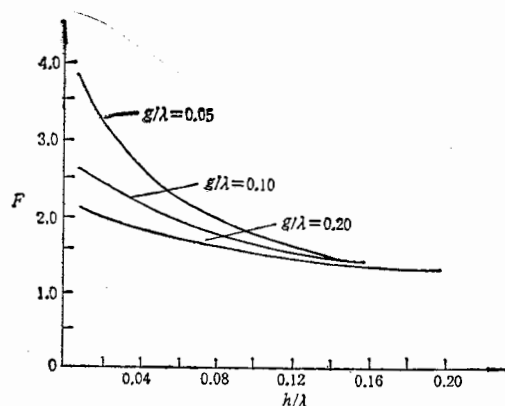
比较式(25)和式(9),便得到软铁屏蔽的增强因子 F , 它等于:

$$F = \frac{1 + e^{-2m\pi(h+2\Delta)/\lambda}}{1 - e^{-4m\pi G/\lambda}}. \quad (26)$$

当 $\Delta = 0$ 时, F 的表示式为:

$$F_{\Delta=0} = \frac{1 + e^{-2m\pi h/\lambda}}{1 - e^{-4m\pi(g+h)/\lambda}}. \quad (27)$$

图 2 表示当 g/λ 等于 0.05、0.10 和 0.20 时,对基波 ($m = 1$) 增强因子 F 和 h/λ 的关系。从图可知,当 h/λ 比较小时,增强因子大于 2。因此,在某些情况下,本文讨论的调变宽度型磁体所需要的永磁材料的净重会比目前通用的 MMD 型少。

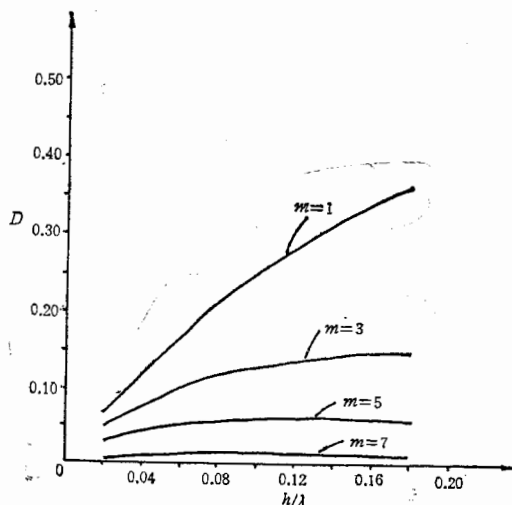
图 2 增强因子 F 和 h/λ 的关系曲线 ($m=1, \Delta=0$)

当采用软铁屏蔽时, 磁场分布为:

$$\begin{aligned}
 H_y = & 4\pi |M| F_{m=1} \operatorname{ch} \frac{2\pi y}{\lambda} e^{-2\pi g/\lambda} (1 - e^{-2\pi h/\lambda}) \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \\
 & \cdot \frac{1}{(2l+1)!} \left(\frac{\pi}{2n+1}\right)^{2l} \frac{1}{2^{2l}} \binom{2l+1}{l} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} + 4\pi |M| F_m \\
 & \cdot \sum_{m=2}^{\infty} \operatorname{ch} \frac{2\pi m y}{\lambda} e^{-2\pi m g/\lambda} (1 - e^{-2\pi m h/\lambda}) \sum_l (-1)^l \frac{1}{(2l+1)!} \\
 & \cdot \left(\frac{m\pi}{2n+1}\right)^{2l} \frac{1}{2^{2l}} \sum_k \binom{2l+1}{k} \cos \frac{2m\pi x}{\lambda}. \quad (28)
 \end{aligned}$$

五、削弱磁场中高次谐波的方法

从式(28)可知磁场分布表示式中的指数项 D 随着谐波次数 m 的增大而迅速减小。 D

图 3 不同的 m 值 D 和 h/λ 的关系曲线 ($g/\lambda = 0.10$)

的表

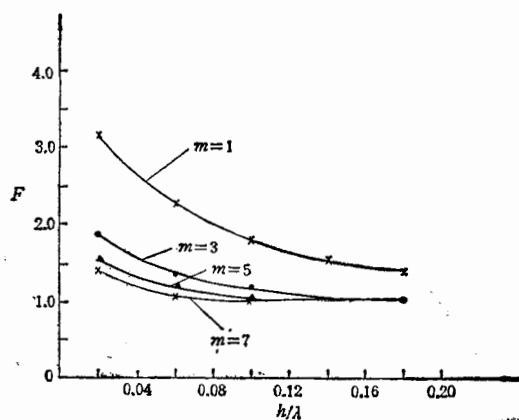
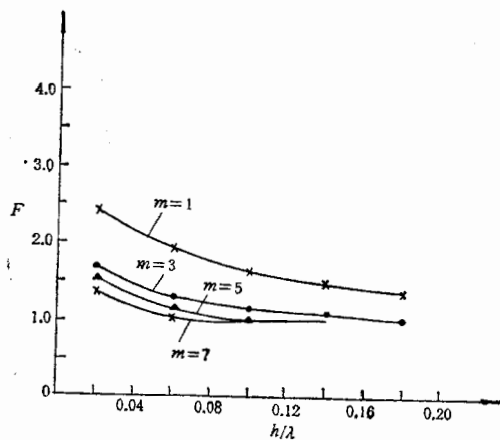
图 3

因子
 F 和

考虑

$l=1$,
主要

下式:

图4 不同 m 值增强因子 F 和 h/λ 的关系曲线 ($g/\lambda = 0.05$)图5 不同 m 值增强因子 F 和 h/λ 的关系曲线 ($g/\lambda = 0.10$)

的表示式是:

$$D = e^{-2m\pi g/\lambda} (1 - e^{-2m\pi h/\lambda}). \quad (29)$$

图3给出当 $g/\lambda = 0.10$ 时,对不同的 m 值, D 和 h/λ 的关系曲线.

另外,软铁屏蔽的增强因子对不同的谐波也不相同.谐波的级数 (m 值)愈高,增强因子愈小.图4和图5分别给出在 $g/\lambda = 0.05$ 和 $g/\lambda = 0.10$ 时,对不同谐波增强因子 F 和 h/λ 的关系曲线.

由于上述两个因素,高次谐波的幅值随着它的级数的增高而迅速减小.所以,要着重考虑的是级数低的谐波.另外,由于偶次谐波表示式中的 l 值比较大,例如, $m=2$ 时, $l = n + k - 1$, 从式(21)或式(28)可以看出它们的幅值比相邻的奇次谐波要小.因此,主要的高次谐波是三次及五次.

为了进一步减弱主要的高次谐波,可以对式(2)进行一些修正.例如,把式(2)修正为下式:

$$\delta_j = \delta \left[\left| \cos \frac{2\pi j}{2n+1} \right| + \frac{1}{3!} \left(\frac{3\pi}{2n+1} \right)^2 \left| \cos \frac{2\pi j}{2n+1} \right|^3 \right], \quad (30)$$

则 $m = 3$ 的三次谐波的幅值将会减小。对于 $2n + 1 = 9$ 的情况, 约可削减一半。在式(30)的右侧再增加一些项, 还能进一步削弱高次谐波, 可以根据需要和磁体的具体参数决定式(30)右侧的项。

参 考 文 献

- [1] K. Halbach et al., *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, NS-28(1981), 3136.
- [2] 刘茂三等, 高能物理与核物理, **6**(1982), 764.
- [3] 徐建铭等, 中国专利局专利申请号 85106663.
- [4] 徐清等, 原子能科学技术, **20**(1986), 6 期.
- [5] Xu Qing, *Nucl. Instr. and Meth.*, **A253**(1987), 173.
- [6] Xu Qing et al., *Nucl. Instr. and Meth.*, **A251**(1986), 172.

ANALYSIS OF THE PERFORMANCE OF A NEW TYPE OF LINEAR PERIODIC MAGNETS

XU JIANMING XU QING

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing*)

ABSTRACT

In this paper the performance of a new type (modulating widths type) of linear periodic magnets is analysed. In ideal 2-dimensional case the field produced by this type of magnet is pure sinusoidal. Soft iron shield can be used to strengthen the magnetic field and in some cases the strengthening factor is larger than two.

The expressions of the field distributions in ideal case and in real case and the expression of strengthening factor are given. Methods for reducing undesirable harmonics in the magnetic field are also discussed in this paper.

种
么
熔
的
Me
约
加
进
量
对
作
质
与
度