

# 采样正弦信号的时延估计

王华山<sup>1</sup>, 朱义君<sup>1</sup>, 王映民<sup>1</sup>, 赵磊<sup>2</sup>

WANG Hua-shan<sup>1</sup>, ZHU Yi-jun<sup>1</sup>, WANG Ying-min<sup>1</sup>, ZHAO Lei<sup>2</sup>

1.解放军信息工程大学 信息工程学院 通信工程系, 郑州 450002

2.兰州理工大学, 兰州 730050

1.Department of Communication, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China

2.Lanzhou University of Science and Technology, Lanzhou 730050, China

E-mail: whs\_908@yahoo.com.cn

WANG Hua-shan, ZHU Yi-jun, WANG Ying-min, et al. Time-delay estimation for sub-sampling sinusoidal signals. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(28): 73-75.

**Abstract:** To the problem of time-delay estimation for sub-sampling sinusoidal signals, this paper proposes a novel method composed of multi-period sampling and multi-layer correlation. This method can reduce the complexity of estimation and improve the range of time-delay estimation and its stability. It also has an excellent performance to reduce the effect of noise and interference. The important contribution of this new method is that it adapts to high frequency signal processing such as in radar, electronic warfare, etc. It will accelerate the digital receiver realization of HF system. Simulations presented in this paper show that the performance and advantage of the new method is obvious.

**Key words:** time-delay estimation; the range of estimation; sub-sampling sinusoidal signals

**摘要:**提出了一种正弦信号的时延估计算法, 它涉及采样和多重相关。该方法可以大大降低时延估计的复杂程度, 提高估计的范围和估计的灵活性。并且它可以减小噪声干扰, 适用于高频信号, 有利于高频数字接收机的实现。仿真显示该算法的性能和优势非常明显。

**关键词:**时延估计; 估计范围; 采样正弦信号量

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2008.28.026 文章编号: 1002-8331(2008)28-0073-03 文献标识码: A 中图分类号: TN914

## 1 引言

时延估计是由到各接收机的信号传输距离不一致引起的。时延估计的主要任务是算出目标信号间的时间差, 在雷达、声纳、生物医学和通信等方面有着广泛的应用。基本的估计方法有GCC和自适应估计的方法, 最近几年又出现了一些新方法。

在电子战和雷达系统, 数字时延定向是将来要大力发展的定向方法, 它的关键就是时延估计。信号频率在收发端很高, 有的甚至超过几兆赫兹, 它给我们在数据采集方面提出了更高的要求。在这一应用领域, 数据采集非常重要, 在应用中碰到了许多问题如混淆现象、波形失真和结论不明确等。怎样选择采集频率可以完全地还原高频正弦信号是一个现实问题。这个问题也可以引入到采样正弦信号的时延估计中来。本文提出了一种新方法, 它包括两个步骤: 数据采集(MPS)和多重相关(MLC)。首先是恢复采样的正弦信号, 然后进行时延估计。新算法的具体实现将在下面详细讲解。

## 2 问题描述

两路接收信号的时延问题可以表示如图1。

假设接收天线间的距离为 $l$ , 接收信号的方向为 $\theta_i$ , 基本的时延估计模型可表述如下:

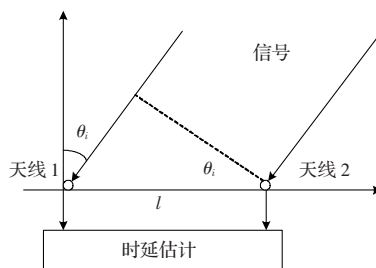


图1 信号接收模型

$$\begin{cases} r_1(k) = s(k) + n_1(k) \\ r_2(k) = s(k-D) + n_2(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中 $r_1(k)$ 和 $r_2(k)$ 为时间离散接收信号,  $D$ 为两路信号的时延,  $n_1(k)$ 和 $n_2(k)$ 为噪声, 它们与 $s(k)$ 是完全独立的。时延估计的关键问题是如何估计或减小噪声、混淆和信号不确定等问题的影响。

## 3 时延估计算法分析

### 3.1 信号恢复

一般的雷达信号可表述为:

$$s(t) = a(t) \cos(\omega t + \phi) = a(t) \cos[2\pi f_c(t) + \phi] \quad (2)$$

忽略最初的相位  $\phi$  和振幅  $a(t)$ , 公式(2)可以简化为:  $s(t) = \cos(2\pi f_c t)$ ,  $f_c$  为已知的载波频率。如果采样频率为  $f_s$ , 则离散时间信号可以表示为:

$$s(k) = \cos\left(\frac{2\pi k f_c}{f_s}\right) \quad (3)$$

理论上讲, 只要采样频率  $f_s \geq 2f_c$ , 则原信号可以由采样后的离散信号完全恢复。这时进行数据处理将获得精确的时间延迟估计, 现实中要获得这样的性能还相当困难。

如果真正的时延是周期的整数倍, 为了准确地恢复原信号必须选择恰当的采样频率。本文称它为多周期采样。

考虑到正弦信号可以由过采样信号恢复, 挑出在一个周期是过采样的采样点, 正弦信号可以通过这种方法恢复, 要恢复的周期数越多, 采样频率越低。

这种方法采样间隔为:

$$T_s = nT + \tau_s \quad (4)$$

当  $n$  是确定整数时,  $T = 1/f_s$ ,  $\tau_s = 1/f_{os}$  是采样精度,  $f_{os}$  是过采样频率, 则采样频率

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{nT + \tau_s} = \frac{f_c}{n + \Delta\tau_s} \quad (5)$$

其中  $\Delta\tau_s = \tau_s/f_{os}$ ,  $n$  越大采样频率越低。时延估计的精度由  $f_s$  和  $\Delta\tau_s$  共同决定。

此外还有两个问题需要考虑: 一个是可估计的最大时延是有限的, 其由采样频率决定。正弦信号的相关函数仍是周期函数, 当通过对相关函数取极值得到时延时, 相关函数的对称性是必须考虑的。假设最大时延是  $D_{max}$ , 则

$$D_{max} \leq \frac{1}{4\Delta\tau_s} \quad (6)$$

换句话说时延估计的范围由  $\tau_s: D \in [0, 1/(4\Delta\tau_s)]$  决定。考虑时延是采样间隔的  $D$  倍, 则过采样信号可描述为:

$$s_{os}[k-D] = \cos\left[\frac{2\pi(k-D)f_c}{f_{os}}\right] \quad (7)$$

当采样信号为:

$$s_{ss}[k-D] = \cos\left[\frac{2\pi(k-D)f_c}{f_s}\right] = \cos\left[\frac{2\pi(k-D)f_c}{f_c(n + \Delta\tau_s)}\right] = \cos\left[\frac{2\pi(k-D)f_c}{f_{os}} + 2\pi(k-D)\frac{\Delta\tau_s}{n}\right] \quad (8)$$

为了获得相同的时延估计值, 则需有:

$$s_{ss}[k-D] = s_{os}[k-D], (k-D)n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

当  $D$  是采样周期的整数倍时, 可以得到相同的估计值; 当  $D$  不是采样周期的整数倍时, 则估计精度由  $n$  决定。

### 3.2 时延估计

为了减小噪声和干扰的影响, 本文提出了多重相关的方法。它包括两个步骤: 首先计算接收信号的自相关和交叉相关函数, 然后由以前结论得出另一个交叉相关函数。

在不同位置接收同一发射器信号的接收时间不同。传统的估计时延的算法是通过确定  $R_{r_1 r_2}(\tau)$  取极值的横坐标值, 这种方法在低信噪比时性能较差。本文的算法可以取得更好的时延估计, 依靠以下方程组:

$$\begin{cases} R_{r_1 r_1}(\tau) = R_{ss}(\tau) + \sigma_n^2 \delta(\tau) \\ R_{r_1 r_2}(\tau) = R_{ss}(\tau + D) \end{cases} \quad (9)$$

其中  $R_{ss}(\tau)$  是接收信号  $s(n)$  的自相关函数,  $\sigma_n^2$  是噪声方差,  $R_{r_1 r_1}(\tau)$  可以通过平移  $R_{r_1 r_2}(\tau)$  得到, 除了  $R_{r_1 r_1}(0)$ 。在观测时间  $T$

内假设总的采样点数是  $N$ , 则相关函数表示如下:

$$\begin{cases} \hat{R}_{r_1 r_1}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{k=\tau}^{N-1} r_1(k) r_1(k-\tau) \\ \hat{R}_{r_1 r_2}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{k=\tau}^{N-1} r_1(k) r_2(k-\tau) \end{cases} \quad (10)$$

$R_{r_1 r_1}(\tau)$  的交叉相关函数  $\hat{R}_{MLC}(\tau)$  和  $R_{r_1 r_2}(\tau)$  可表示为:

$$\hat{R}_{MLC}(\tau) = \langle \hat{R}_{r_1 r_1}(k) \hat{R}_{r_1 r_2}(k-\tau) \rangle \quad (11)$$

其中  $\langle \cdot \rangle$  是时间平均运算。这样得到最初的估计结果:

$$\tau_m = \arg[\max_{\tau} [\hat{R}_{MLC}(\tau)]] \quad (12)$$

为了提高估计的精度, 需要做一些修改。真正的时延由两部分组成, 就是  $D = (i + \delta)$ , 其中  $i$  为整数,  $\delta$  为小数。整数部分可以由式(12)得到, 下面主要任务就是估计小数部分。可以估计抛物线的顶点作为改进的估计结果。一个抛物线可表示为:

$$\hat{R}_{MLC}(\tau) = a\tau^2 + b\tau + c, \text{ 则其顶点在 } -b/2a \text{ 处, 这样得到时延估计 } \hat{D}: \quad (13)$$

$$\hat{D} = \tau_m - 0.5 \frac{\hat{R}_{MLC}(\tau_m + 1) - \hat{R}_{MLC}(\tau_m - 1)}{\hat{R}_{MLC}(\tau_m + 1) - 2\hat{R}_{MLC}(\tau_m) + \hat{R}_{MLC}(\tau_m - 1)}$$

## 4 性能分析

MLC 的性能到底怎么样呢? 可以利用 CRLB 原理, 一般的 CRLB 的表达式为:

$$\sigma_{CRLB}^2 \geq \frac{1}{E[d^2 \ln p(r|\tau)/d\tau^2]} \Big|_{\tau=D} \quad (14)$$

其中  $\ln p(r|\tau)$  为概率密度函数的对数,  $r$  是接收信号的向量,  $\tau$  是未知的时延参数,  $D$  是时延值。

由于有噪声并且观测时间是有限的, CRLB 值和真实值有差距。被动的时延估计还有一个局限, 它和信噪比有关。这里有 3 个划分点,  $SNR_1, SNR_2, SNR_3$ , 其可以表示为:

$$SNR_1 = \frac{18}{\pi^2 (BT/2\pi)} \left(\frac{f_c}{B}\right)^2 \frac{1}{f_c D} \quad (15)$$

$$SNR_2 = \frac{2.76}{\pi^2 (BT/2\pi)} \left(\frac{f_c}{B}\right)^2 \quad (16)$$

$$SNR_3 = \frac{6}{\pi^2 (BT/2\pi)} \left(\frac{f_c}{B}\right)^2 \left[\phi^{-1}\left(-\frac{B^2}{24f_c^2}\right)\right]^2 \quad (17)$$

其中  $B$  是带宽,  $T$  是观测时间,  $\phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_y^{\infty} e^{-t^2/2} dt$ 。如果

$SNR < SNR_1$ , 则接收到的信号被噪声完全覆盖, 估计方差与  $SNR$  不相关; 如果  $SNR_1 < SNR < SNR_2$ , 估计结果有失真; 如果  $SNR_2 < SNR < SNR_3$ , 时延估计将出现门限现象; 如果  $SNR > SNR_3$ , 方差下限等于 CRLB 值。在文献[7-8]还有  $SNR_1, SNR_2, SNR_3$  的深入研究, 在文献[9]给出简化的 CRLB 为:

$$\sigma_D^2 = \frac{K}{TBf_c^2 (1 + B^2/12f_c^2)} \quad (18)$$

其中  $K$  是常量, 其取决于  $SNR, B$  是信号带宽,  $f_c$  是载波频率。

## 5 仿真

仿真显示本文提出的时延估计算法的性能和当初设想的一样。假定以下仿真条件: 正弦信号载波频率为 250 MHz, 时延是 22.5 倍的采样周期,  $n=2, \Delta\tau_s=1/160, f_c=124.6$  MHz, 则采样频率由式(5)给出, 并且存在噪声。经过数据采集过程后, 接收信号可恢复为图 2。

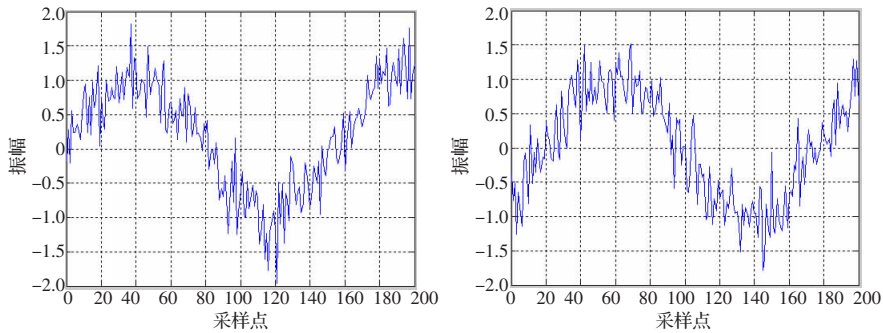


图2 信号恢复结果

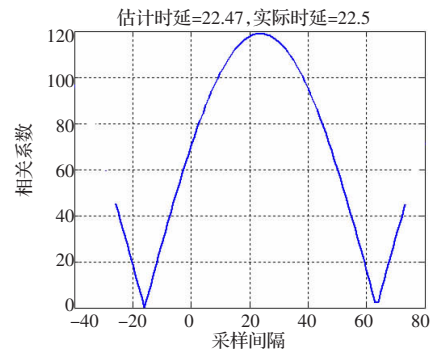


图3 MLC 估计结果

下一步是通过多重相关估计时延,如图3所示。通过估计值和真实值进行比较,可以看到估计精度相当高。

为了进一步检验本算法的性能,本文还与CRLB做了比较如图4。图4显示本文算法的估计精度相当高。

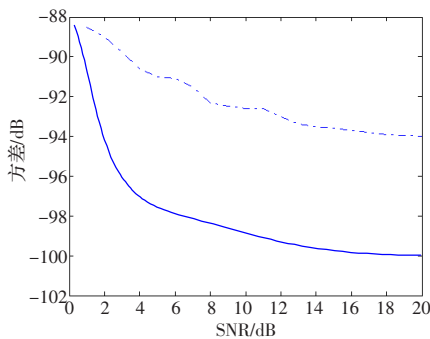


图4 时延估计的SNR与CRLB比较结果

## 6 结语

本文提出了一种新的时延估计算法,算法的性能也得到了验证,它非常接近CRLB。将来我们还要研究多路、多源和时延变化的情况。本算法的有关结论将提高定向时延问题的适应性,并在雷达、声纳、生物医学和通信得到广泛应用。

(上接64页)

器时间为文献[4]中的0.24%;而在相同的迭代计算中,收敛效率明显高于文献[4]的算法。

## 6 结论

以求解TSP问题为例,本文提出了一个基于PSO的新的进化算法N-EPHO,并给出了具体的实现。由于取消了速度方程,算法得到简化,没有了其他文献中那么繁冗的操作,易于理解和实现,节省大量不必要的开销。实验结果证明本文提出的N-EPHO在解决TSP问题时是有效的,并具有更高的收敛效率与全局搜索能力。针对本文算法的理论分析与应用实验研究还在进行中,如何将PSO算法在解决连续函数优化方面的成功经验应用到求解组合优化的问题中,还有大量的工作值得继续研究。

## 参考文献:

[1] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]//IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia, 1995: 1942-1948.

## 参考文献:

[1] Rife D C, Boorstyn R R. Single-tone parameter estimation from discrete-time observations [J]. IEEE Trans Inf Theory, 1974, IT-20: 591-598.  
 [2] Kim D, Narasimha M J, Cox D C. An improved single time-delay estimator[J]. IEEE Signal Process Lett, 1996, 3: 212-214.  
 [3] Brown T, Wang M. An iterative algorithm for time-delay estimation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50: 2671-2682.  
 [4] Kay Steven M. 统计信号处理基础-估计与检测理论[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.  
 [5] 赵树杰. 信号检测与估计理论[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998.  
 [6] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.  
 [7] Zeira A, Schultheiss P M. Realizable lower bound for time-delay estimation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1993, 41: 3102-3113.  
 [8] Zeira A, Schultheiss P M. Realizable lower bound for time-delay estimation 2 threshold phenomena [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42: 1001-1007.  
 [9] Scarbrough K, Ahmed N, Carter G C. On the simulation of a class of time-delay estimation algorithms[J]. IEEE Trans on Acoust, Speech, Signal Processing, 1981, 29: 534-540.

[2] Kennedy J, Eberhart R. A discrete binary version of the particle swarm algorithm[C]//Proceedings of the World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics. Piscataway, NJ: IEEE Service Center, 1997: 4104-4109.  
 [3] Liao Ching-Jong, Tseng Chao-Tang, Luarn Pin. A discrete version of particle swarm optimization for flowshop scheduling problems[J]. Elsevier Computers & Operations Research, 2007, 34(10): 3099-3111.  
 [4] Wang Kangping, Huang Lan, Zhou Chunguang, et al. Particle swarm optimization for traveling salesman problem[C]//Proceedings of the Second International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Piscataway, NJ, USA: IEEE Service Center, 2003: 1583-1585.  
 [5] Kennedy J. Bare bones particle swarms[C]//IEEE Swarm Intelligence Symposium, 2003: 80-87.  
 [6] Sun Jun, Fang Bin, Xu Wenbo. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior[C]//Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2004: 325-331.  
 [7] Liu Jing, Xu Wenbo, Sun Jun. Quantum-behaved particle swarm optimization with mutation operator[C]//Proceedings of the 17th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence, 2005.