◎研究、探讨◎

不确定时滞BAM神经网络的鲁棒稳定性

冯 伟[1,2],吴海霞[2],张 伟[2]
FENG Wei[1,2],WU Hai-xia[2],ZHANG Wei[2]

1.重庆大学 自动化学院,重庆 400030
2.重庆教育学院 计算机与现代教育技术系,重庆 400067
1.College of Automation,Chongqing University,Chongqing 400030,China
2.Department of Computer and Modern Education Technology,Chongqing Education College,Chongqing 400067,China
E-mail:fengwit@gmail.com

FENG Wei,WU Hai-xia,ZHANG Wei.Robust stability of uncertain BAM neural networks with time-varying delays. Computer Engineering and Applications,2009,45(8):36-38.

Abstract: By free-weighting matrices and combining the method of inequality analysis,the problem of robust stability of a class of uncertain BAM neural networks with time-varying delays is investigated.Based on Lyapunov-Krasovskii functional,some new stability criteria are presented in terms of Linear Matrix Inequalities(LMIs) to guarantee the delayed BAM neural networks to be robustly stable for all admissible uncertainties.A numerical example is given to demonstrate the usefulness of the proposed robust stability criteria.

Key words: robust stability;uncertain Bidirectional Associative Memory(BAM) neural networks;time-varying delays;Linear Matrix Inequalities(LMIs)

摘 要:利用自由权值矩阵和不等式分析技巧,研究了一类不确定时滞BAM神经网络的鲁棒稳定性问题。通过构造适当的Lyapunov泛函,对于所有允许的不确定性,以线性矩阵不等式形式给出了时滞BAM神经网络的全局鲁棒稳定性判据,该判据能够利用Matlab的LMI工具箱很容易地进行检验。此外,仿真示例进一步证明了判据的有效性。

关键词:鲁棒稳定性;不确定双向联想记忆神经网络;变时滞;线性矩阵不等式

DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2009.08.011 **文章编号**:1002-8331(2009)08-0036-03 **文献标识码**:A **中图分类号**:TP183

1 引言

1987年,Kosko将单层单向联想记忆网络推广到双层双向结构,即双向联想记忆(Bidirectional Associative Memory,BAM)神经网络[1-2]。该模型具有信息记忆和信息联想的特点,在模式识别、联想记忆、人工智能、最优化等方面得到了广泛的应用。在现实世界中,生物神经元之间以及电路实现过程中存在时滞,即轴突信号传输过程中存在延迟,所以时滞BAM神经网络更能真实地模拟人脑处理信息的过程。许多学者对时滞BAM神经网络的性能、训练和应用做了大量的研究,尤其对时滞BAM神经网络模型及其各种改进型的稳定性作了非常深入的研究,得到了一系列研究成果[3-6]。

另一方面,在神经网络的应用和设计中不可避免地存在建模误差等不确定性,这些不确定性将使网络产生复杂的动态行为。因此,所设计的神经网络必须对这些不确定性具有鲁棒性。到目前为止,关于不确定性时滞BAM神经网络鲁棒稳定性的研究尚不多见。文献[7]仅针对常时滞的BAM神经网络建立了一个时滞依赖的鲁棒稳定判据。文献[8]则研究了一类不确定性随机模糊BAM神经网络的全局渐进稳定性。

基于上述的讨论,本文通过构造适当的Lyapunov泛函,利用自由权值矩阵[9-10]方法并结合不等式分析技巧,研究了一类具有变时滞的不确定BAM神经网络的鲁棒稳定性,得到线性矩阵不等式(LMI)形式的全局鲁棒稳定性判据。该判据去除了时滞$\dot{\tau}(t)<1$这一限制条件,因而具有较少的保守性,并用仿真示例检验了判据的有效性。

2 系统描述与引理

考虑如下不确定时滞BAM神经网络:

基金项目:重庆市自然科学基金(the Natural Science Foundation of Chongqing of China under Grant No.2006BB2254);重庆市教委科学技术项目(the Science and Technology Research Project of Chongqing Municipal Education Commission under Grant No.081501)。

作者简介:冯伟(1978-),男,博士研究生,主要研究领域为非线性系统,网络控制;吴海霞(1979-),女,博士研究生,主要研究领域为非线性系统,神经系统;张伟(1970-),男,博士后,教授,主要研究领域为信息安全,计算智能与数据挖掘。

收稿日期:2008-09-01 **修回日期**:2008-10-21

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_1(t)=-(\boldsymbol{A}_1+\Delta\boldsymbol{A}_1)\boldsymbol{x}_1(t)+(\boldsymbol{W}_1+\Delta\boldsymbol{W}_1)f_1(\boldsymbol{x}_2(t-\boldsymbol{\tau}_2(t)))\\ \dot{\boldsymbol{x}}_2(t)=-(\boldsymbol{A}_2+\Delta\boldsymbol{A}_2)\boldsymbol{x}_2(t)+(\boldsymbol{W}_2+\Delta\boldsymbol{W}_2)f_2(\boldsymbol{x}_1(t-\boldsymbol{\tau}_1(t)))\end{cases}\quad(1)$$

其中 $\boldsymbol{x}_1(t)$、$\boldsymbol{x}_2(t)$ 是神经元状态，$\boldsymbol{A}_1=\mathrm{diag}\{a_{11},a_{12},\cdots,a_{1n}\}$，$\boldsymbol{A}_2=\mathrm{diag}\{a_{21},a_{22},\cdots,a_{2n}\}$，$a_{1j},a_{2j}>0$，$j=1,2,\cdots,n$，表示衰减常数，$\boldsymbol{W}_1$、$\boldsymbol{W}_2$ 是表示突触连接强度的 $n\times n$ 实矩阵，$\tau_1(t)$、$\tau_2(t)$ 为传输时滞，$f_1(\cdot)$、$f_2(\cdot)$ 为神经元激励函数。

假设1 时滞 $\tau_1(t)$ 与 $\tau_2(t)$ 分别满足

$$\begin{aligned}&0\leqslant\tau_1(t)\leqslant h_1,0\leqslant\tau_2(t)\leqslant h_2\\&\dot{\tau}_1(t)\leqslant\mu_1,\dot{\tau}_2(t)\leqslant\mu_2\end{aligned}\quad(2)$$

其中 h_1、h_2、μ_1 与 μ_2 是正常数。

假设2 不确定性参数 $\Delta\boldsymbol{A}_i,\Delta\boldsymbol{W}_i,i=1,2$，满足

$$\begin{aligned}&\Delta\boldsymbol{A}_1=\boldsymbol{H}_1\boldsymbol{F}_1(t)\boldsymbol{E}_1,\Delta\boldsymbol{W}_1=\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{F}_2(t)\boldsymbol{E}_2\\&\Delta\boldsymbol{A}_2=\boldsymbol{H}_3\boldsymbol{F}_3(t)\boldsymbol{E}_3,\Delta\boldsymbol{W}_2=\boldsymbol{H}_4\boldsymbol{F}_4(t)\boldsymbol{E}_4\end{aligned}\quad(3)$$

其中 $\boldsymbol{H}_i,\boldsymbol{E}_i,i=1,2,\cdots,4$，是已知适维常矩阵。$\boldsymbol{F}_i(t),i=1,2,\cdots,4$，满足 $\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}_i(t)\leqslant\boldsymbol{I},\forall t\in\mathbb{R}$。

假设3 神经元激励函数有界且满足当 $\xi_1,\xi_2\in\mathbb{R},\xi_1\neq\xi_2$ 时，有

$$\begin{aligned}&0\leqslant|f_{1j}(\xi_1)-f_{1j}(\xi_2)|\leqslant l_j^{(1)}|\xi_1-\xi_2|,\\&0\leqslant|f_{2j}(\xi_1)-f_{2j}(\xi_2)|\leqslant l_j^{(2)}|\xi_1-\xi_2|,j=1,2,\cdots,n\end{aligned}\quad(4)$$

显然，神经元激励函数满足下列不等式：

$$\begin{aligned}&f_2^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}_1(t))f_2(\boldsymbol{x}_1(t))\leqslant\boldsymbol{x}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{L}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{x}_1(t)\\&f_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}_2(t))f_1(\boldsymbol{x}_2(t))\leqslant\boldsymbol{x}_2^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{L}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{x}_2(t)\end{aligned}\quad(5)$$

其中 $\boldsymbol{L}_1=\mathrm{diag}\{l_1^{(1)},l_2^{(1)},\cdots,l_m^{(1)}\}$，$\boldsymbol{L}_2=\mathrm{diag}\{l_1^{(2)},l_2^{(2)},\cdots,l_n^{(2)}\}$。

引理1（Schur补充条件） 对给定的常对称阵 $\boldsymbol{\Sigma}_1$、$\boldsymbol{\Sigma}_2$、$\boldsymbol{\Sigma}_3$，若 $\boldsymbol{\Sigma}_1=\boldsymbol{\Sigma}_1^{\mathrm{T}}$ 且 $0<\boldsymbol{\Sigma}_2=\boldsymbol{\Sigma}_2^{\mathrm{T}}$，那么 $\boldsymbol{\Sigma}_1+\boldsymbol{\Sigma}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_2^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_3<0$，当且仅当

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}_1&\boldsymbol{\Sigma}_3^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{\Sigma}_3&-\boldsymbol{\Sigma}_2\end{bmatrix}<0\text{或}\begin{bmatrix}-\boldsymbol{\Sigma}_2&\boldsymbol{\Sigma}_3\\\boldsymbol{\Sigma}_3^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{\Sigma}_1\end{bmatrix}<0\quad(6)$$

引理2 对任意矩阵 $\boldsymbol{D},\boldsymbol{E},\boldsymbol{F}\in\mathbb{R}^{n\times m}$，当 $\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}\leqslant\boldsymbol{I}$ 且 ε 为正常数，以下不等式成立：

$$\boldsymbol{DEF}+\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\leqslant\varepsilon\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}+\varepsilon^{-1}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}\quad(7)$$

3　主要结果

为了便于讨论，先考虑系统（1）不含不确定性参数的情形，即令 $\Delta\boldsymbol{A}_1=0,\Delta\boldsymbol{W}_1=0,\Delta\boldsymbol{A}_2=0,\Delta\boldsymbol{W}_2=0$。

定理1 对给定的 h_1、h_2、μ_1 与 μ_2，系统（1）是全局渐进稳定的，如果存在 $\boldsymbol{P}_i>0,\boldsymbol{R}_i\geqslant0,\boldsymbol{T}_i\geqslant0,\boldsymbol{Z}_i>0$，

$$\boldsymbol{X}^{(i)}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_{11}^{(i)}&\boldsymbol{X}_{12}^{(i)}\\ *&\boldsymbol{X}_{22}^{(i)}\end{bmatrix}\geqslant0,\boldsymbol{S}^{(i)}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_1^{(i)}\\\boldsymbol{S}_2^{(i)}\end{bmatrix},\boldsymbol{N}^{(i)}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}_1^{(i)}\\\boldsymbol{N}_2^{(i)}\end{bmatrix},i=1,2$$

两个正常数 α_1、α_2，使下列线性矩阵不等式成立：

$$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}_0&h_1\boldsymbol{Y}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_1&h_2\boldsymbol{Y}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_2\\ *&-h_1\boldsymbol{Z}_1&0\\ *&*&-h_2\boldsymbol{Z}_2\end{bmatrix}<0$$

$$\boldsymbol{\Psi}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}^{(i)}&\boldsymbol{N}^{(i)}\\ *&\boldsymbol{Z}_i\end{bmatrix}\geqslant0,\boldsymbol{\Psi}_{i+2}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}^{(i)}&\boldsymbol{S}^{(i)}\\ *&\boldsymbol{Z}_i\end{bmatrix}\geqslant0$$

其中“*”代表对称矩阵的对称项，且

$$\boldsymbol{Y}_0=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Omega}_1&0&\boldsymbol{\Omega}_5&0&0&\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{W}_1&-\boldsymbol{S}_1^{(1)}&0\\ *&\boldsymbol{\Omega}_2&0&\boldsymbol{\Omega}_6&\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{W}_2&0&0&-\boldsymbol{S}_1^{(2)}\\ *&*&\boldsymbol{\Omega}_3&0&0&0&-\boldsymbol{S}_2^{(1)}&0\\ *&*&*&\boldsymbol{\Omega}_4&0&0&0&-\boldsymbol{S}_2^{(2)}\\ *&*&*&*&-\alpha_1\boldsymbol{I}&0&0&0\\ *&*&*&*&*&-\alpha_2\boldsymbol{I}&0&0\\ *&*&*&*&*&*&-\boldsymbol{R}_1&0\\ *&*&*&*&*&*&*&-\boldsymbol{R}_2\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\gamma}_1=[-\boldsymbol{A}_1\quad0\quad0\quad0\quad0\quad\boldsymbol{W}_1\quad0\quad0]$$

$$\boldsymbol{\gamma}_2=[0\quad-\boldsymbol{A}_2\quad0\quad0\quad\boldsymbol{W}_2\quad0\quad0\quad0]$$

$$\boldsymbol{\Omega}_i=-\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_i-\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{T}_i+\boldsymbol{R}_i+2\boldsymbol{N}_1^{(i)}+h_i\boldsymbol{X}_{11}^{(i)}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{2+i}=-(1-\mu_i)\boldsymbol{T}_i+2\boldsymbol{S}_2^{(i)}-2\boldsymbol{N}_2^{(i)}+\alpha_i\boldsymbol{L}_{3-i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_{3-i}+h_i\boldsymbol{X}_{22}^{(i)}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{4+i}=\boldsymbol{S}_1^{(i)}-\boldsymbol{N}_1^{(i)}+(\boldsymbol{N}_2^{(i)})^{\mathrm{T}}+h_i\boldsymbol{X}_{12}^{(i)},i=1,2$$

证明 利用如下Lyapunov-Krasovskii泛函定义导出稳定性结果：

$$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}_1(t),\boldsymbol{x}_2(t),t)=\sum_{i=1}^{2}[\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{x}_i(t)+\int_{t-h_i}^{t}\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{x}_i(s)\mathrm{d}s+\int_{t-\tau_i(t)}^{t}\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{T}_i\boldsymbol{x}_i(s)\mathrm{d}s+\int_{-h_i}^{0}\int_{t+\theta}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}_i^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}_i\dot{\boldsymbol{x}}_i(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta]$$

根据Leibniz-Newton公式，对于任意适维矩阵 $\boldsymbol{N}_j^{(i)},\boldsymbol{S}_j^{(i)},i=1,2,j=1,2$，下列等式成立：

$$0=2[\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{N}_1^{(i)}+\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t-\tau_i(t))\boldsymbol{N}_2^{(i)}]\times[\boldsymbol{x}_i(t)-\boldsymbol{x}_i(t-\tau_i(t))-\int_{t-\tau_i(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}_i(s)\mathrm{d}s]\quad(8)$$

$$0=2[\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{S}_1^{(i)}+\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t-\tau_i(t))\boldsymbol{S}_2^{(i)}]\times[\boldsymbol{x}_i(t-\tau_i(t))-\boldsymbol{x}_i(t-h_i)-\int_{t-h_i}^{t-\tau_i(t)}\dot{\boldsymbol{x}}_i(s)\mathrm{d}s]\quad(9)$$

此外，对适维矩阵 $\boldsymbol{X}^{(i)}=(\boldsymbol{X}^{(i)})^{\mathrm{T}}\geqslant0,i=1,2$，下列等式成立：

$$0=\int_{t-h_i}^{t}\boldsymbol{\eta}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}^{(i)}\boldsymbol{\eta}_i(t)\mathrm{d}s-\int_{t-h_i}^{t}\boldsymbol{\eta}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}^{(i)}\boldsymbol{\eta}_i(t)\mathrm{d}s=h_i\boldsymbol{\eta}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}^{(i)}\boldsymbol{\eta}_i(t)-\int_{t-h_i}^{t-\tau_i(t)}\boldsymbol{\eta}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}^{(i)}\boldsymbol{\eta}_i(t)\mathrm{d}s-\int_{t-\tau_i(t)}^{t}\boldsymbol{\eta}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}^{(i)}\boldsymbol{\eta}_i(t)\mathrm{d}s\quad(10)$$

其中 $\boldsymbol{\eta}_i(t)=[\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t)\quad\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t-\tau_i(t))]^{\mathrm{T}}$。由式（5）可得

$$f_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}_{3-i}(t-\tau_{3-i}(t)))f_i(\boldsymbol{x}_{3-i}(t-\tau_{3-i}(t)))\leqslant\boldsymbol{x}_{3-i}^{\mathrm{T}}(t-\tau_{3-i}(t))\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_i\boldsymbol{x}_{3-i}(t-\tau_{3-i}(t))\quad(11)$$

另外，有

$$\int_{t-h_i}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Z}_i\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)\mathrm{d}s=\int_{t-h_i}^{t-\tau_i(t)}\dot{\boldsymbol{x}}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Z}_i\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)\mathrm{d}s+\int_{t-\tau_i(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Z}_i\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)\mathrm{d}s\quad(12)$$

沿着系统（1）的任意轨迹，对 $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}_1(t),\boldsymbol{x}_2(t),t)$ 求时间 t 的导数为：

$$\dot{\boldsymbol{V}}(t)\leqslant\sum_{i=1}^{2}\{2\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_i[-\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}_i(t)+\boldsymbol{W}_if_i(\boldsymbol{x}_{3-i}(t-\tau_{3-i}(t)))]+\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{x}_i(t)-\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t-h_i)\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{x}_i(t-h_i)+\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{T}_i\boldsymbol{x}_i(t)-(1-\mu_i)\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t-\tau_i(t))\boldsymbol{T}_i\boldsymbol{x}_i(t-\tau_i(t))+h_i\dot{\boldsymbol{x}}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Z}_i\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)-$$

$$\int_{t-\tau_i}^{t}\dot{x}_i^T(t)Z_i\dot{x}_i(t)ds\} \tag{13}$$

合并式(8)~(13),有

$$\dot{V}(x_1(t),x_2(t))\leqslant\xi^T(t)\left\{Y_0+\sum_{i=1}^{2}h_iY_i^TZ_iY_i\right\}\xi(t)-$$

$$\sum_{i=1}^{2}\left[\int_{t-\tau_i(t)}^{t}\zeta_i^T(t,s)\Psi_i\zeta_i(t,s)ds+\int_{t-h_i}^{t-\tau_i(t)}\zeta_i^T(t,s)\Psi_{i+2}\zeta_i(t,s)ds\right]$$

其中

$$\xi(t)=[x_1^T(t)\ x_2^T(t)\ x_1^T(t-\tau_1(t))\ x_2^T(t-\tau_2(t))\ f_2^T(x_1(t-\tau_1(t)))$$
$$f_1^T(x_2(t-\tau_2(t)))\ x_1^T(t-h_1)\ x_2^T(t-h_2)]^T$$

$$\zeta_i(t,s)=[x_i^T(t)\ x^T(t-\tau_i(t))\ \dot{x}_i^T(t)]^T$$

定理2 对给定的 $h_1>0,h_2>0,\mu_1$ 与 μ_2,系统(1)是全局渐进鲁棒稳定的,如果存在 $P_i>0,R_i\geqslant0,T_i\geqslant0,Z_i>0$,

$$X^{(i)}=\begin{bmatrix}X_{11}^{(i)} & X_{12}^{(i)}\\ * & X_{22}^{(i)}\end{bmatrix}\geqslant0,S^{(i)}=\begin{bmatrix}S_1^{(i)}\\S_2^{(i)}\end{bmatrix},N^{(i)}=\begin{bmatrix}N_1^{(i)}\\N_2^{(i)}\end{bmatrix},i=1,2,$$

6个正常数 α_1、α_2、ε_1、ε_2、ε_3、ε_4,使下列线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}Y+\Omega & \Omega_1 & \Omega_3 & \Omega_5 & \Omega_7\\ * & -\varepsilon_1I & 0 & 0 & 0\\ * & * & -\varepsilon_2I & 0 & 0\\ * & * & * & -\varepsilon_3I & 0\\ * & * & * & * & -\varepsilon_4I\end{bmatrix}<0$$

$$\Psi_i=\begin{bmatrix}X^{(i)} & N^{(i)}\\ * & Z_i\end{bmatrix}\geqslant0,\Psi_{i+2}=\begin{bmatrix}X^{(i)} & S^{(i)}\\ * & Z_i\end{bmatrix}\geqslant0$$

其中

$$\Omega=\text{diag}\{\varepsilon_1E_1^TE_1,\varepsilon_3E_3^TE_3,0,0,\varepsilon_4E_4^TE_4,\varepsilon_2E_2^TE_2,0,0,0,0\}$$

$$\Omega_1=[H_1^TP_1^T\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ H_1^TU_1\ 0]^T$$

$$\Omega_3=[H_2^TP_1^T\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ H_2^TU_1\ 0]^T$$

$$\Omega_5=[0\ H_3^TP_2^T\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ H_3^TU_2]^T$$

$$\Omega_7=[0\ H_4^TP_2^T\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ H_4^TU_2]^T$$

证明 由假设2,系统(1)是全局渐进鲁棒稳定的,如果下列不等式成立:

$$Y+2\Omega_1F_1(t)\Omega_2^T+2\Omega_3F_2(t)\Omega_4^T+2\Omega_5F_3(t)\Omega_6^T+2\Omega_7F_4(t)\Omega_8^T<0 \tag{14}$$

由引理(2)和假设(2)可知,式(14)成立的条件是下式成立:

$$Y+\varepsilon_1^{-1}\Omega_1\Omega_1^T+\varepsilon_1\Omega_2\Omega_2^T+\varepsilon_2^{-1}\Omega_3\Omega_3^T+\varepsilon_2\Omega_4\Omega_4^T+$$
$$\varepsilon_3^{-1}\Omega_5\Omega_5^T+\varepsilon_3\Omega_6\Omega_6^T+\varepsilon_4^{-1}\Omega_7\Omega_7^T+\varepsilon_4\Omega_8\Omega_8^T=$$
$$Y+\Omega+\varepsilon_1^{-1}\Omega_1\Omega_1^T+\varepsilon_2^{-1}\Omega_3\Omega_3^T+\varepsilon_3^{-1}\Omega_5\Omega_5^T+\varepsilon_4^{-1}\Omega_7\Omega_7^T<0 \tag{15}$$

且 $\Omega_2=[-E_1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$

$$\Omega_4=[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ E_2\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$$

$$\Omega_4=[0\ -E_3\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$$

$$\Omega_8=[0\ 0\ 0\ 0\ E_4\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$$

其中 $\varepsilon_j>0,j=1,2,3,4$ 与 Ω、Ω_1、Ω_3、Ω_5、Ω_7 如定理2中所定义。

根据Schur补充条件,不等式(15)与定理2中LMI等价。因此,如果定理2中LMI成立,则系统(1)是全局渐进鲁棒稳定的。证明完毕。

4 仿真示例

考虑一个二阶不确定时滞BAM神经网络(1),其参数如下:

$$A_1=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},W_1=\begin{bmatrix}0.5&0.2\\0.2&0.1\end{bmatrix},A_2=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},W_2=\begin{bmatrix}0.3&0.1\\0.1&0.1\end{bmatrix}$$

$E_1=E_2=E_3=E_4=0.2I,H_1=H_2=H_3=H_4=I,f_i(x)=\tanh(x),L_i=I,i=1,2,$ $\tau_i(t)=1.3\sin^2t,h_i=1.3,\mu_i=1.3,i=1,2$

根据定理2,应用LMI工具箱求解线性矩阵不等式可知,系统(1)是全局渐进鲁棒稳定的。部分可行解如下:

$$P_1=\begin{bmatrix}0.770\,2&-0.276\,0\\-0.276\,0&1.322\,2\end{bmatrix},P_2=\begin{bmatrix}1.029\,0&-0.247\,7\\-0.247\,7&1.524\,4\end{bmatrix}$$

$$R_1=\begin{bmatrix}0.303\,7&-0.112\,3\\-0.112\,3&0.528\,2\end{bmatrix},R_2=\begin{bmatrix}0.405\,4&-0.099\,0\\-0.099\,0&0.603\,4\end{bmatrix}$$

$$T_1=\begin{bmatrix}0.027\,8&-0.043\,3\\-0.043\,3&0.114\,5\end{bmatrix},T_2=\begin{bmatrix}0.030\,2&-0.040\,4\\-0.040\,4&0.110\,9\end{bmatrix}$$

$$Z_1=\begin{bmatrix}0.519\,2&-0.113\,0\\-0.113\,0&0.745\,1\end{bmatrix},Z_2=\begin{bmatrix}0.694\,9&-0.077\,4\\-0.077\,4&0.849\,7\end{bmatrix}$$

$\alpha_1=0.348\,1,\alpha_2=0.508\,8$

$\varepsilon_1=3.196\,2,\varepsilon_2=3.006\,8,\varepsilon_3=4.169\,3,\varepsilon_4=3.194\,5$

5 结论

本文给出了对于任意的有界时滞 $0<\tau_i(t)\leqslant h_i,i=1,2$,不确定时滞BAM神经网络全局鲁棒稳定的充分判据。该判据表示为线性矩阵不等式形式,因而易于验证;同时去除了时滞 $\dot{\tau}(t)<1$ 这一限制条件,具有较少的保守性。文中的结论对于BAM神经网络的分析及设计是非常实用的。最后,仿真示例验证了结论的有效性。

参考文献:

[1] Kosko B.Adaptive bidirectional associative memories[J].Applied Optics,1987,26(23):4947-4960.

[2] Kosko B.Bidirectional associative memory[J].IEEE Transactions on Systems,Man and Cybernetics,1988,8:49-60.

[3] Arik S,Tavsanoglu V.Global asymptotic stability analysis of bidirectional associative memory neural networks with constant time delays[J].Neurocomputing,2005,68:161-176.

[4] Cao J,Liang J,Lam J.Exponential stability of high-order bidirectional associative memory neural networks with time delays[J].Physica D,2004,199(3/4):425-436.

[5] Ho D W C,Liang J,Lam J.Global exponential stability of impulsive high-order BAM neural networks with time-varying delays[J].Neural Networks,2006,19(10):1581-1590.

[6] Liu X,Martin R R,Wu M,et al.Global exponential stability of bidirectional associative memory neural networks with time delays[J].IEEE Transactions on Neural Networks,2008,19(3):397-407.

[7] Park J H.Robust stability of bidirectional associative memory neural networks with time delays[J].Physics Letters A,2006,349(6):494-499.

[8] Syed Ali M,Balasubramaniam P.Robust stability for uncertain stochastic fuzzy BAM neural networks with time-varying delays[J].Physics Letters A,2008,372(31):5159-5166.

[9] He Y,Liu G,Rees D.New delay-dependent stability criteria for neural networks with time-varying delay[J].IEEE Transactions on Neural Networks,2007,18(1):310-314.

[10] He Y,Wu M,She J.Delay-dependent exponential stability of delayed neural networks with time-varying delay[J].IEEE Transactions on Circuits and Systems II,2006,53(7):553-557.