

多重碎裂和相互作用势的涨落*

李君清 袁秀青 刘建业 葛凌霄 刘航

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

1995-02-22 收稿

摘 要

中能重离子碰撞中相互作用势的等位线随时间的变化直观地给出了关于势能涨落的信息. 碰撞初期在势能中心可能出现正值, 随后在此区域的等位线形状不规则变形, 特别是等位线负曲率的出现, 导致核子的混沌运动. 相邻核子的位相差随时间指数上升, 造成相空间的分离, 产生碎裂.

关键词 多重碎裂, 等位线, 混沌运动.

1 引 言

在中能重离子碰撞中, 高激发的复合系统的主要衰变模式之一是多重碎裂现象^[1-3]. 现有的理论指出, 当入射粒子携带比较大的能量打入靶核时会生成高温高压系统, 这个系统将会膨胀, 当密度达到亚饱和值时, 有汽-液共存现象. 密度更低, 达到 $\rho/\rho_0 \sim 0.3$ 时, 核物质的状态方程预言压力将随密度的增加而减小, 处于不稳定的反常区, 相空间的分离将由密度涨落的指数增长所推动, 因而出现多重碎裂. 但目前为止, 这只是理论上的推测, 碎裂发生的真正机制还是个有待解释的问题. 为了检验这种碎裂机制, 我们在量子分子动力学模型^[4,5]框架下观察了核子-核子相互作用势的总和随反应时间的演变过程. 我们选用量子分子动力学模型是因为它保留了多体关联, 因而能够描述涨落和反应过程中碎片的形成^[6].

2 等位势的形状与核子的动力学运动形态

在碰撞过程中所采用的核子-核子相互作用形式为:

$$V = V^{\text{loc}} + V^{\text{Yuk}} + V^{\text{Coul}}, \quad (1)$$

其中

$$V^{\text{loc}} = t_1 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + t_2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \alpha(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (2)$$

$$V^{\text{Yuk}} = t_3 \exp\{[-|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|/m] / [|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|/m]\}. \quad (3)$$

* 国家自然科学基金和中国科学院 LWTZ-1298 基金资助.

V^{Coul} 是有效电荷库仑相互作用. 两体和三体的核相互作用等价于如下的密度相关形式:

$$V^{\text{oc}} = \alpha \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + \beta \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma, \quad (4)$$

其中: $\alpha = -124 \text{ MeV}$, $\beta = 70.5 \text{ MeV}$, $\gamma = 2$. 对此, 我们观察了核子-核子相互作用的总和随时间的演变过程, 观察点选在 $y=0$ 的 $x-z$ 平面上, 对对称系统 $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ 计算了在 $y=0$ 的 $x-z$ 平面上由 (1) 式所确定的所有核子的相互作用能的等位线. 入射能量 E_{lab} 取如下 4 种情况: (1) 10 MeV/u , (2) 30 MeV/u , (3) 60 MeV/u , (4) 100 MeV/u , 并选用碰撞参数 $b=0$ 的对头碰情况.

在图 1 中对上述 4 种情况给出了 $\text{Ca} + \text{Ca}$ 系统的等位线随反应时间的演变情况. 图 中所标的 V_{min} 是势能的最负值, 即势能的最大绝对值. 我们首先粗略地, 宏观地看一下此图. 由反应初期等位线的形状和布局可以看到, 虽然势能来自于所有核子的各种核子-核子相互作用的简单相加, 并没有做任何平均, 但确实形成了平均场. 对所有 4 种情况都可以看到最初有两个平均场, 碰到一起时形成了一个统一的平均场, 然后平均场的形状偏离球形, 接着开始分裂、分离等等. 在整个反应过程中, 等位线的形状可大致分为: 同心圆、似四极形变形状以及其它更复杂的形状.

同心圆形式的等位线分布可看成是由谐振子势投影而来. 核子在谐振子势中的运动有周期解, 核子的运动在相空间分布于一个确定的环面上, 在这种势场中各个核子之间的相位差将始终保持不变, 因此没有相空间的分离. 系统是稳定的.

四极形变形式的等位线可以是谐振子势加上四极 Legendre 势在 $y=0$ 的 $x-z$ 平面投影而来. 相互作用势可以写成:

$$V = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 + C_2 P_2 \left(\frac{z}{r} \right) + V_0, \quad (5)$$

式中 ω 是谐振子频率, C_2 是四极 Legendre 函数 $P_2 \left(\frac{z}{r} \right)$ 的强度, V_0 是个常数. 在这种情况下仍有如下的解析解^[7]:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\omega_1} \sqrt{\frac{2E_x}{m}} \sin(\omega_1 t + \alpha_x), & y &= \frac{1}{\omega_1} \sqrt{\frac{2E_y}{m}} \sin(\omega_1 t + \alpha_y), \\ z &= \frac{1}{\omega_2} \sqrt{\frac{2E_z}{m}} \sin(\omega_2 t + \alpha_z). \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} p_x &= \sqrt{2mE_x} \cos(\omega_1 t + \alpha_x), & p_y &= \sqrt{2mE_y} \cos(\omega_1 t + \alpha_y), \\ p_z &= \sqrt{2mE_z} \cos(\omega_2 t + \alpha_z). \end{aligned} \quad (7)$$

式中, $\omega_1 = \left(\omega^2 - \frac{C_2}{m} \right)^{1/2}$, $\omega_2 = \left(\omega^2 + \frac{C_2}{m} \right)^{1/2}$. 而 E_x , E_y , E_z , α_x , α_y , α_z 由初始条件决定. 如果 ω_1 和 ω_2 线性相关, 核子的运动仍然是周期性的. 如果线性无关, 解为准周期性的. 但两种情况下, 核子的运动都是可积的, 即解都落在相空间的固定环面上, 也不会有相空间的分离.

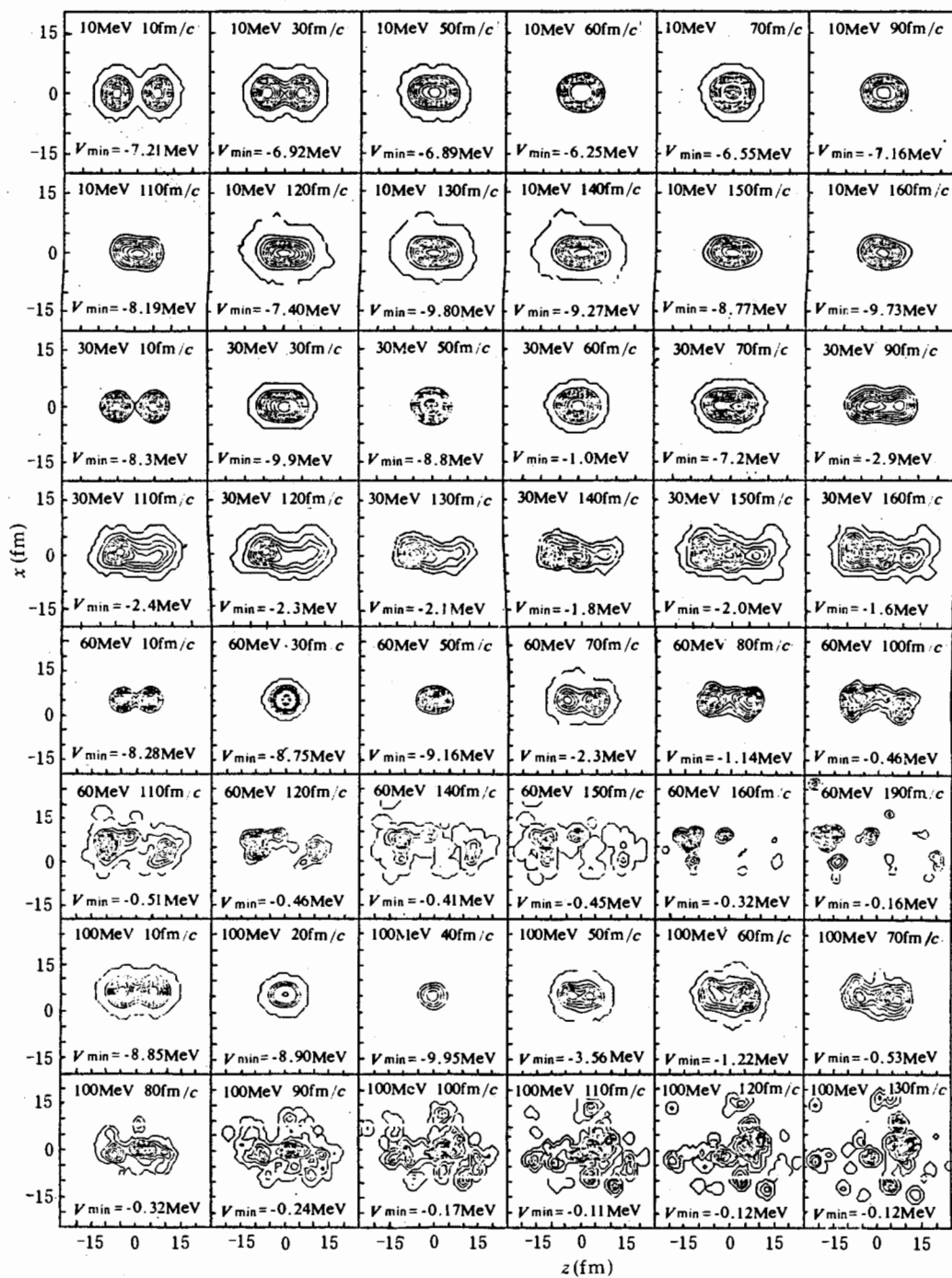


图1 对 $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$ 系统入射能量为10、30、60、100 MeV/u 4种情况,碰撞参数
 $b=0$ 时相互作用等位线随时间的演变

对更复杂的形变, 核子的运动形态也较为复杂, 一般等位线几何对称性的丢失, 对应于相应运动积分的丢失, 可能会失去解析解. 在文献 [7] 中我们分析了一个经典粒子在任意势中的运动轨道的稳定性. 观察在初始时刻相邻的两个轨道 $\{r_1(t), p_1(t)\}$ 和 $\{r_2(t), p_2(t)\}$ 在任意哈密顿量

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2m} p^2 + V(\mathbf{r}) \quad (8)$$

作用下的行为. 相邻两轨道的坐标差和动量差为: $\mathbf{Q}(t) = r_1(t) - r_2(t)$; $\vec{\kappa}(t) = p_1(t) - p_2(t)$ 所应满足的运动方程的线性方程可写为:

$$\dot{\mathbf{Q}}(t) = \vec{\kappa}(t), \quad \dot{\vec{\kappa}}(t) = -\hat{R}(t)\mathbf{Q} \quad (9)$$

其中

$$R_{ij}(t) = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial r_i \partial r_j} \right|_{r=r(t)} \quad (10)$$

N 维情况下, 由 (9) 式所支配的动力学稳定性由下列 $2N \times 2N$ 矩阵确定:

$$\Gamma = \begin{vmatrix} 0 & \hat{I} \\ -\hat{R}(t) & \hat{0} \end{vmatrix} \quad (11)$$

其中 $\hat{0}$ 为零矩阵, \hat{I} 为单位矩阵. 作与时间有关的变换 T , 使得:

$$(\hat{T}\Gamma(t)\hat{T}^{-1})_{ij} = \lambda_i(t)\delta_{ij}, \quad (12)$$

如果至少有一个本征值 λ_i 是实数, 则说明两轨道是随时间指数分离的, 运动则不稳定而趋于混沌, 这时表征相邻两轨道随时间发散速率的 Lyapunov 指数不为零. 虚数本征值说明两轨道的位相随时间振动, 永远不会到无穷远, 因此相应于稳定运动. 通常本征值是与时间有关的, 但是对角化 $\hat{\Gamma}(t)$ 就等价于解运动方程. 而如果假定用相空间中与时间无关的点 r 来代替与时间有关的点 $r(t)$, 则问题被大大简化. $\hat{R}(t)$ 的时间依赖性将被消去. 这个假定将在任何瞬间成立, 我们讨论在此瞬间在特定势场中解的行为. 这时 (9) 式可写成:

$$\dot{\mathbf{Q}} = \vec{\kappa}, \quad \dot{\vec{\kappa}} = -R(t)\mathbf{Q} \quad (13)$$

对两个自由度的系统, 矩阵 $\hat{\Gamma}$ 的本征值方程为:

$$\det \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 & 1 \\ -\frac{\partial^2 V}{\partial r_1^2} & -\frac{\partial^2 V}{\partial r_1 \partial r_2} & -\lambda & 0 \\ -\frac{\partial^2 V}{\partial r_1 \partial r_2} & -\frac{\partial^2 V}{\partial r_2^2} & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (14)$$

它的解为:

$$\lambda_{1,2,3,4} = \pm [-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}]^{1/2}, \quad (15)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} b &= \sum_p \hat{R}(r) = \frac{\partial^2 V}{\partial r_1^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial r_2^2}, \\ c &= \det \hat{R}(r) = \frac{\partial^2 V}{\partial r_1^2} \frac{\partial^2 V}{\partial r_2^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial r_1 \partial r_2} \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

如果 $b > 0$, 则如果 $c > 0$, λ 是纯虚数, 运动稳定. 当 $c < 0$, 一对根成为实数, 这导致两相邻轨道随时间指数分离, 运动不稳定而导致混沌. 因为 c 正好与势能面的高斯曲率

$$K(r_1, r_2) = \frac{\frac{\partial^2 V}{\partial r_1^2} \frac{\partial^2 V}{\partial r_2^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial r_1 \partial r_2} \right)^2}{\left[1 + \left(\frac{\partial V}{\partial r_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial r_2} \right)^2 \right]^2} \quad (17)$$

具有相同符号. 因此由 (15) 式可见, 势场的任何区域出现负曲率时, 运动将不稳定. 如果相邻的非常靠近的几个粒子某些时候的运动扫过势能面高斯曲率为负的区域, 则这几个粒子的轨道随时间指数分离, 这些粒子被散射开了. 在这种情况下, 长时间的一次次散射, 粒子运动成为混沌运动, 整个相空间的分离将是不可避免.

3 等位线形状和多重碎裂机制

在图 1 中从 4 种入射能量情况可以看到, 当入射粒子打入靶核形成了一个统一的势场以后, 等位线基本以两种模式偏离球形; 一是等位线整体地在 z 方向伸长为四极形变, 二是等位线不仅有 z 方向的形变, 还有 x 方向的形变, 变形的形状也很不规则. 对 (1), (2) 两种情况, 势场就被拉长了. 因为入射核的运动方向在 z 方向, 在系统达到平衡以前, z 方向的动量总是占优势. 在 $90 \text{ fm}/c$ 以前, 可以看到整个势场做呼吸式的振荡. 这是由于处于高压系统的密度膨胀时, 与核子间吸引力之间的不平衡及相互制约造成的结果. 球形或四极形变形状的等位线表示这时核子的运动是规则的, 核子间的相差将始终保持常数, 系统不会分离. 因此对第 (1) 种情况, 系统形成了复合核. 对第 (2) 种情况, 由于入射能量比较高, 在 $90 \text{ fm}/c$ 两个碰撞核的中心分离, 但两中心仍被边缘等位线包在一个共同的平均场里. 在 $110 \text{ fm}/c$ 以及其后, 由于较高的能量因而有较高的压力, 使其密度继续膨胀, 外围的密度可能达到反常区. 压力和密度的反常关系可能引起势场的涨落, 因此外围等位线比较明显地变形, 这种变形并逐渐地向中心发展, 而密度向外扩散. 在 $160 \text{ fm}/c$ 存在三个同心圆分布的峰值区域, 但它们仍被其它等位线包罗着. 一直到 $200 \text{ fm}/c$ 包罗线仍然存在, 虽然个别集团可能与总体分离.

对第 (4) 种情况, 我们在相互作用势能的中心区发现正值, 大约有 0.8 MeV , 如图 2 所示. 因此势能的中心区是很不稳定的. 在势阱中运动的核子在中心地区受到排斥, 又被周围的负势阱所束缚. 但是随着系统密度向外膨胀, 正值迅速消失, 可惜图中不能标出正值的消失过程. 对情况 (3) 在 $80 \text{ fm}/c$, 和对情况 (4) 在 $60 \text{ fm}/c$. 在峰值区可看到等位线不仅有 z 方向而且有 x 方向的变形, 后者应该是随机涨落. 峰值区的

等位线不规则变形, 等位线甚至出现负曲率. 虽然负曲率不是那么明显, 但足够引起核子的混沌运动, 因为混沌运动的临界条件是零曲率. 特别是负曲率出现在势能的峰值区, 那里的核密度也是最大的. 当核子的运动扫过势场的负曲率区域, 相邻核子的位相随时间指数分离, 核子就被散射. 由于势场又是由每个核子的位置确定的, 因此势场又会发生突变, 这种涨落将因此被放大, 最后导致多重碎裂. 对情况 (3) 在 $t \geq 100 \text{ fm}/c$, 情况 (4) $t \geq 80 \text{ fm}/c$, 可看到周围有等位线包罗着的许多局域源, 它们可能是稳定的或是不稳定的. 圆形的稳定, 变形的不稳定. 看起来很像经典混沌系统的相图中镶嵌在抛物线中的稳定岛. 实际上可以想像这些局域源作为一个整体在包罗着它们的等位势中运动. 最后这些包罗线也消失, 标志着在这些局域源 (每个局域源是一个被束缚的碎片) 之间不再存在任何势能梯度. 这时系统分离成了多个碎片, 平均场不再存在, 这也标志着系统达到了统计理论可被适用的条件.

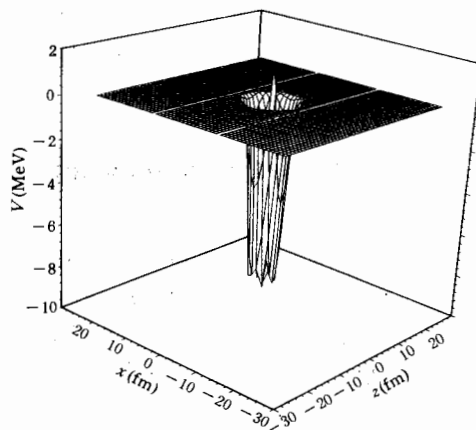


图2 100 MeV/u入射能量, 碰撞参数 $b=0$ 的 $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$ 反应中, 在 $y=0$ 的 $x-z$ 平面上, 反应时间为 $30 \text{ fm}/c$ 时的相互作用势

4 小 结

通过等位线随时间的演变可以看到, 势能峰值区域的不规则涨落引起了核子的混沌运动, 这种运动反馈到相互作用势, 势场的涨落就被放大了, 导致整个系统的不稳定, 最后导致了碰撞系统的多重碎裂. 在势能外围区域的涨落将释放一些粒子或集团, 但不影响整个系统的稳定性. 应注意对球形或四极形变的相互作用势, 核子的运动是规则的, 相邻核子的相位总是保持常数, 即使整个系统进行呼吸式的振荡, 也不会引起系统的碎裂. 另外还可看到在这4种情况下, 碎片的形成都有个过程, 而不是瞬时碎裂的.

参 考 文 献

- [1] C. A. Ogilvie *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A553** (1993) 271c.
- [2] M. B. Tsang, Proceedings of the XXXII international winter meeting on nuclear physics, Edited by I. Iori, Bormio (Italy) 24—28 Jan. 1994, p512.
- [3] M. Begman-Blaich, J. C. Adloff *et al.*, Proceedings of the XXXII international winter meeting on nuclear physics, Edited by I. Iori, Bormio (Italy) 24—28 Jan. 1994, p107.
- [4] J. Aichelin, H. Stocker, *Phys. Lett.*, **176B** (1986) 14.
- [5] J. Aichelin, *Phys. Rep.*, **202**(1991) 233.
- [6] M. Begemann-Blaich, W. F. J. Muller, J. Aichelin *et al.*, QMD simulation of multifragment production in

heavy-ion collisions at $E/A=600$ MeV, GSI-93-29, Preprint, April, 1993.

[7] Li Junqing, Huang Weiqi, *Phys. Rev.*, **C50**(1994) 1632.

Multifragmentation and Fluctuation of Interaction Potential

Li Junqing Yuan Xiuqing Liu Jianye Ge Lingxiao Liu Hang

(*Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000*)

Received 22 February 1995

Abstract

The variation of equipotential lines of interaction potential with time intuitively gives the information about the fluctuation of the potential in intermediate energy heavy ion collisions. At the early stage of collisions the potential value in the central region of the system could be positive. The followed irregular deformation of equipotential lines in the region, especially the appearance of the negative curvature of the equipotential lines causes the chaotic nucleonic motion. The phase difference of the neighbouring nucleons increases with time exponentially, and the phase space of nucleons thus separates and caused the multifragmentation.

Key words multifragmentation, equipotential lines, chaotic motion.