

LEP/SLC 能区 Bhabha 散射的计算 和事例产生*

叶竞波 马文淦 张子平 许咨宗 戴青海

(中国科技大学近代物理系,合肥)

摘 要

给出 LEP/SLC 能区 Bhabha 散射的电磁辐射修正,包括精确的单圈图结果和共线硬光子效应的数值计算和事例产生。

一、引 言

只有当 QED 辐射修正控制在 $\leq 1\%$ 的精度时,LEP/SLC 能区的 e^+e^- 湮灭才能为标准弱电模型提供精确的检验^[1],所以在 Bhabha 散射计算中必须适当地计入高阶修正。Bhabha 散射还因其被用作束流亮度测量的参考过程而在 e^+e^- 对撞机中有着显著的重要性,因而也被广泛地讨论:1935 年 Bhabha 首次在量子电动力学的框架下对 e^+e^- 弹性散射截面作了计算^[2]。Readhead 和以后的其他作者对电磁辐射修正作了计算^[3,4]。文献[5]在标准模型下对最低阶的弱修正贡献进行了讨论。文献[6]在 extended gauge 模型下对多于一个 Z_0 的效应进行了讨论。Consoli 在标准模型下对单圈图修正进行了计算(无共振效应)^[7]。

Berends 在 1983 年报道了一个 DESY 能区的 Bhabha 散射数值计算和事例产生程序^[8],但至今我们没有看到适合于 LEP 能区的 Bhabha 散射数值计算和事例产生的报道。本文的目的在于介绍一个基于文献[1]所作的 LEP/SLC 能区的事例产生程序 BHABHAZ,对此能区的 Bhabha 散射行为做细致的讨论,得出精确的数值结果以指导实验。文章第二部分简略地给出 Bhabha 散射截面计算式,第三部分介绍 Bhabha 散射事例产生程序,最后给出一些数值结果。

二、LEP/SLC 能区 Bhabha 散射截面计算^[1]

在满足条件:(1) e^+e^- 在相反方向非共线角 $\leq 5^\circ$ 的情况下探测;(2)在该方向上放置的角分辨率 δ 很小的电磁量能器不区分(正、负)电子和共线硬光子时, Greco 在文献

* 国家自然科学基金资助的课题。
本文 1989 年 1 月 20 日收到。

[1]中给出一个包括完整的 QED 辐射修正,单圈图的精确结果,记入 Z_0 效应,考虑实验上适用的硬光子效应(非共线角 $< 5^\circ$)的完全解析的截面计算式(Feynman 图见图 1):

$$d\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow e^+e^-) = \sum_{i=1}^{10} d\sigma_0(i) C_{\text{infra}}^{(i)} [1 + C_F^{(i)}]$$

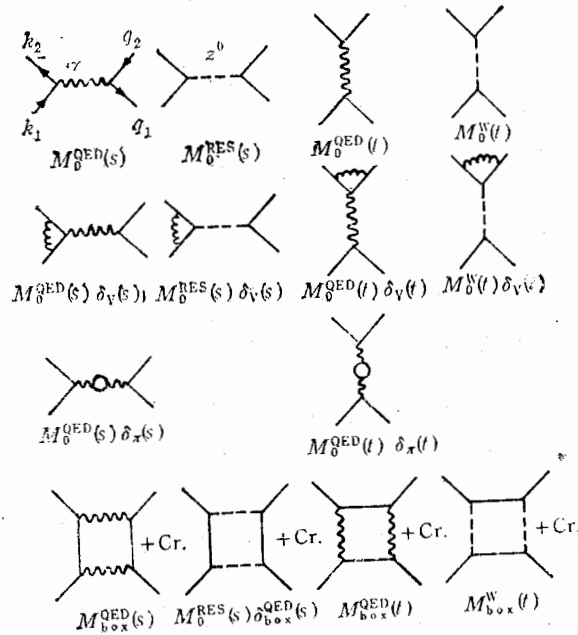


图 1 Bhabha 散射 Feynman 图

其中 $C_{\text{infra}}^{(i)}$ 和 $C_F^{(i)}$ 为各修正项, $d\sigma_0(i)$ 为最低阶截面^[9]:

$$d\sigma_0(1) = (\alpha^2/4s)(1+z^2) = d\sigma_0[\gamma(s), \gamma(s)]$$

$$d\sigma_0(2) = -(\alpha^2/4s)2(1+z)^2/(1-z) = d\sigma_0[\gamma(s), \gamma(t)]$$

$$d\sigma_0(3) = (\alpha^2/4s)[2/(1-z)^2][(1+z)^2+4] = d\sigma_0[\gamma(t), \gamma(t)]$$

$$d\sigma_0(4) = -(\alpha^2/4s)2R'(t)(1+z)^2(f_V^2 + f_A^2) = d\sigma_0[\gamma(s), Z(t)]$$

$$d\sigma_0(5) = (\alpha^2/4s)[2/(1-z)]2R'(t)[(f_V^2 + f_A^2)(1+z)^2 + 4(f_V^2 - f_A^2)] = d\sigma_0[\gamma(t), Z(t)]$$

$$d\sigma_0(6) = (\alpha^2/4s)2R'^2(t)\{(1+z)^2[(f_V^2 + f_A^2)^2 + 4f_V^2 f_A^2] + 4[(f_V^2 + f_A^2)^2 - 4f_V^2 f_A^2]\} = d\sigma_0[Z(t), Z(t)]$$

$$d\sigma_0(7) = (\alpha^2/4s)2R'(s)[f_V^2(1+z^2) + f_A^2 2z] = d\sigma_0[Z(s), \gamma(s)]$$

$$d\sigma_0(8) = -(\alpha^2/4s)2R'(s)[(1+z)^2/(1-z)](f_V^2 + f_A^2) = d\sigma_0[Z(s), \gamma(t)]$$

$$d\sigma_0(9) = -(\alpha^2/4s)R'(s)2R'(t)(1+z)^2[(f_V^2 + f_A^2)^2 + 4f_V^2 f_A^2] = d\sigma_0[Z(s), Z(t)]$$

$$d\sigma_0(10) = (\alpha^2/4s)[R'^2(s) + I'^2(s)](f_V^2 + f_A^2)^2(1+z^2)$$

$$+ [4f_1^2 f_\lambda^2 / (f_1^2 + f_\lambda^2)^2] 2z\} = d\sigma_0[Z(s), Z(s)]$$

其中:

$$s = (k_1 + k_2)^2 = 4E_b^2, \quad t = -\frac{1}{2} s(1 - \cos\theta), \quad z = \cos\theta$$

$$R'(t) = \frac{1}{2} s / (M_Z^2 - t), \quad R'(s) + iI'(s) = s / (s - M_Z^2 - iM_Z\Gamma)$$

$$f_1 = (4 \sin^2\theta_w - 1) / 4 \sin\theta_w \cos\theta_w, \quad f_\lambda = -1 / 4 \sin\theta_w \cos\theta_w$$

θ_w 为弱作用混合角. M_Z, Γ 分别为 Z_0 的质量和宽度.

考虑共线硬光子 ($k \geq \Delta E_b$, 非共线角 $< \delta$, δ 为实验的角分辨) 效应, 则微分截面为:^[10]

$$d\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma_{\text{coll}}) = \sum_{i=1}^{10} d\sigma_0(i) \tilde{C}_{\text{infra}}^{(i)} [1 + \tilde{C}_F^{(i)}]$$

其中:

$$\tilde{C}_{\text{infra}}^{(i)} = C_{\text{infra}}^{(i)} \cdot \Delta^{\beta_\delta - \beta_e}$$

$$\tilde{C}_F^{(i)} = C_F^{(i)} + \frac{3}{4} (\beta_\delta - \beta_e) + (2\alpha/\pi) \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3} \pi^2 \right)$$

$$\beta_\delta = (4\alpha/\pi) \ln(2/\delta), \quad \beta_e = (2\alpha/\pi) [\ln(s/m^2) - 1]$$

Δ 为实验的能量分辨.

三、LEP/SLC 能区 Bhabha 散射事例产生程序 BHABHAZ

按照上述 Bhabha 散射截面的理论计算公式, 设计了研究 Bhabha 散射数值特性和事例产生的蒙特卡洛程序 BHABHAZ. 程序可分为四大部分, 第一大部分是总初始化, 它包括常数初始化、直方图初始化和读入程序运行的控制卡片. 如果需要产生事例, 则初始化随机数产生器; 第二部分是截面计算, 在这一部分可以研究截面和各项修正的数值特性, 填相应的直方图; 第三部分是事例产生; 第四部分对直方图进行处理并输出到屏幕和一个文件里, 并给出最后一个随机数以备后用, 最后, 结束程序运行.

Bhabha 散射是一个主要向前散射的过程, 在质心系能量 100 GeV 时, $[d\sigma(5^\circ)/dQ] / [d\sigma(175^\circ)/dQ] \sim 10^5$, 如果采用一般的舍选法抽样来产生事例, 可以估计抽样效率约为 3.3%, 这显然是很低的. 由于微分截面除了向前散射峰外并无别的尖锐的峰, 分布曲线平滑, 而且由于微分截面解析可算, 所以, 在 BHABHAZ 的事例产生中选用了重要抽样技术.

重要抽样法产生事例的基本步骤为: 首先选择一个与精确微分截面表达式 $\frac{d\sigma}{dQ}$ 有相同的峰值结构的解析近似微分截面表达式 $\frac{d\sigma_a}{dQ}$, 按此函数作分布密度函数抽样产生事例, 并赋予该事例一个权重 w , 然后根据舍选法决定此权重事例的舍留, 最后得到无权重的随机事例. “无权重事例”定义为依照精确微分截面 $\frac{d\sigma}{dQ}$ 分布的事例; “权重事例”定义为依照近似微分截面 $\frac{d\sigma_a}{dQ}$ 分布的事例. 在 BHABHAZ 中, 仿照 Berends 等人的作法:^[8]

首先选取 $\frac{d\sigma_a}{d\Omega} \approx (1 - \cos\theta)^{-2}$, 以此产生出射 e^+ 的 $\cos\theta$:

$$\cos\theta = 1 - \{(1 - \cos\theta_{\max})^{-1} + R[(1 - \cos\theta_{\min})^{-1} - (1 - \cos\theta_{\max})^{-1}]\}^{-1}$$

R 为 $[0, 1]$ 之间均匀分布的随机数, $(\theta_{\max}, \theta_{\min})$ 为感兴趣的 θ 范围. 由此产生的 $\frac{d\sigma_a}{d\Omega}$ 与 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ 有相似的峰结构. 将 $\cos\theta$ 代入 $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\cos\theta)$ 计算对应的微分截面 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$,

$$W = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) \cdot \left(\frac{d\sigma_a}{d\Omega}\right)^{-1}$$

注意到:

$$\frac{d\sigma_a}{d\Omega} \approx (1 - \cos\theta)^{-2}$$

则:

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \int \frac{d\sigma_a}{d\Omega} d\Omega \\ &= 2\pi[(1 - \cos\theta_{\min})^{-1} - (1 - \cos\theta_{\max})^{-1}] \equiv 2\pi A \end{aligned}$$

这里记:

$$A = (1 - \cos\theta_{\min})^{-1} - (1 - \cos\theta_{\max})^{-1}$$

所以:

$$\frac{d\sigma_a}{d\Omega} \approx \sigma_a / 2\pi A (1 - \cos\theta)^2$$

于是:

$$W = 2\pi A (1 - \cos\theta)^2 \sigma_a^{-1} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

然后对 W 进行判选: 若 $W_{\max} \cdot R > W$, 则舍去, 否则, 则接收该事例. W_{\max} 一般可以取为 $\cos\theta_{\min}$ 所对应的权重. 在实际运行中发现多数情况下它确是最大权重, 此时程序运行控制卡片中的 W_{\max} 赋 0. 当 $W_{\max} \neq \cos\theta_{\min}$ 对应的权重时 W_{\max} 可由程序运行控制卡片中读入.

出射电子的 ϕ 角在 $(0, 2\pi)$ 上均匀分布, 由抽样得出的 (θ, ϕ) 即可构造出射 e^+e^- 的四动量.

由重要抽样法产生事例, 在 $5^\circ - 175^\circ$ 时, 可得到 93% 的抽样效率, 比 3.3% 提高 28 倍多. 如果只研究前向区, 比如 $1.5^\circ - 4^\circ$, 则效率可达 96%. 这里效率定义为接收事例数与抽样数之比.

BHABHAZ 可以在使用者感兴趣的能量下和角度范围内产生事例, 并给出 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ 和 σ 的基本特性.

四、结果与讨论

图 2 是 Bhabha 散射质心系能量 100GeV 时的微分截面随散射角 θ 的分布图, 可以

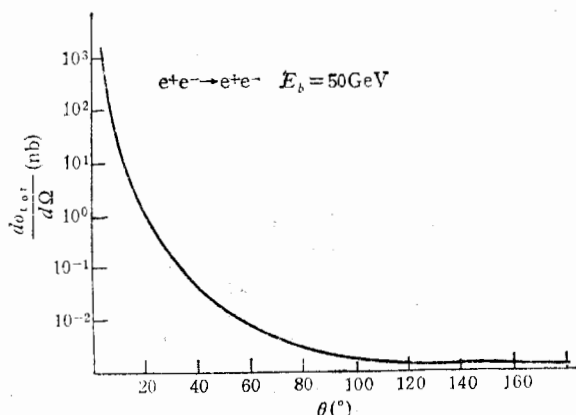


图2 Bhabha 散射微分截面 $\frac{d\sigma_{e^+e^-}}{d\Omega}$ 随散射角 θ 的分布

看出, Bhabha 散射向前散射的峰是很尖锐的,而且在向前区,截面主要取决于 QED 截面. 这在图 3 中看得很明显. 图 3a, b 为不同束流能量 E_b 下 BHABHAZ 给出的弱修正 δ_w 随 θ 的分布,其中 $E_b = 20\text{GeV}$ 的 δ_w 与 Kleise 1983 年给出的结果符合得很好. 从图 4 更清楚地知道,在 $\theta < 5^\circ$ 时, $|\delta_w| < 0.46\%$, 所以在 LEP/L3 亮度监测中,仍可以略去弱修正项.

图 5 给出总截面 σ 随质心系能量的变化,其中取 $\Delta E_b/E_b = 0.01$, $M_z = 93.2\text{GeV}$, $\Gamma = 2.92\text{GeV}$. 图中可看出在 $E_b = \frac{1}{2} M_z$ 附近有一个明显的峰.

表 1a~1c 给出不同实验条件下 Z_0 峰的漂移,其定义为 $M_z - \sqrt{s}$. 从表中可以看出,除了不同的 θ 积分限因素外,软光子修正对 Z_0 峰位的影响比硬光子大,这里硬光子的非共线角 δ 取为 L3 亮度监测系统的角分辨 0.12mrad .

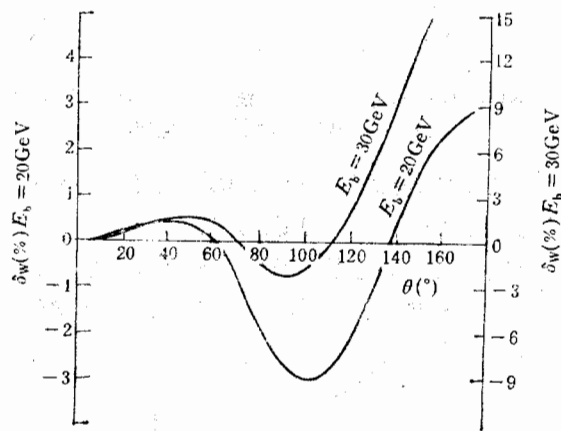
图 6 给出 LEP/L3 亮度监测系统对 Bhabha 散射的接收截面随质心系能量的变化. 积分区域为 $\theta \in [30\text{mrad}, 62\text{mrad}]$, $\phi \in [0, 2\pi]$. 若平均亮度 $L = 5 \times 10^{30}\text{s}^{-1}\text{cm}^{-2}$, 可以估计,在 $\sqrt{s} = 100\text{GeV}$ 时,在亮度监测器中每秒约 0.32 个 Bhabha 事例,要得到 1% 的统计精度,约需 8.7 小时. 图中实线为 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma_{coll}$, 虚线为 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ 过

表 1a Z_0 峰位移 $\Delta E/E = 0.01$ $M_z = 93.2\text{GeV}$ $\Gamma = 2.92\text{GeV}$

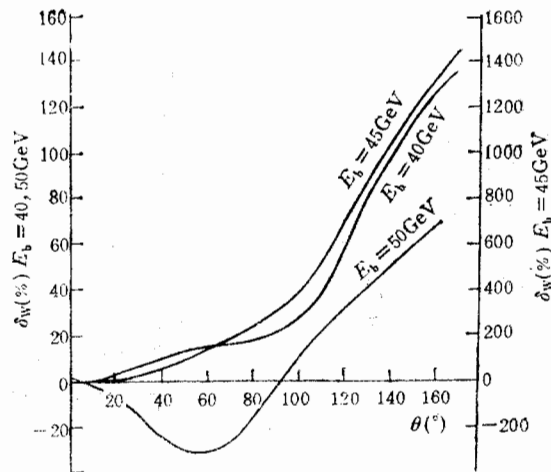
θ_{\min}	θ_{\max}	Z_0 峰位移			
		$\sigma_{\text{lowest}}(\text{nb})$	位移 (MeV)	$\sigma_{\text{tot}}(\text{nb})$	位移 (MeV)
1.0	179.0	396.32	410. \pm 10	234.63	440. \pm 10
3.0	177.0	46.29	280. \pm 10	25.65	440. \pm 10
5.0	175.0	18.45	60. \pm 10	9.75	100. \pm 10
10.0	170.0	6.41	0. \pm 10	3.13	0. \pm 10
30.0	150.0	1.98	-20. \pm 10	0.88	-40. \pm 10
50.0	130.0	1.10	-20. \pm 10	0.48	-40. \pm 10

表 1b Z_0 峰位移 $\Delta E/E = 0.1$ $M_Z = 93.2\text{GeV}$ $\Gamma = 2.92\text{GeV}$

θ_{\min}	θ_{\max}	Z_0 峰位移			
		σ_{lowest} (nb)	位移 (MeV)	σ_{tot} (nb)	位移 (MeV)
1.0	179.0	无峰		无峰	
3.0	177.0	45.33	280. ± 10	36.24	340. ± 10
5.0	175.0	17.54	60. ± 10	13.78	40. ± 10
10.0	170.0	5.69	0. ± 10	4.31	-60. ± 10
30.0	150.0	1.60	-20. ± 10	1.13	-60. ± 10
50.0	130.0	0.89	-20. ± 10	0.62	-60. ± 10



(a)



(b)

图 3 不同能量下 Bhabha 散射弱修正随 θ 角的分布

程,非共线角取该监测系统的角分辨 0.12mrad.

图 7 为 LEP/L3 的亮度监测系统对 Bhabha 散射的接收截面 σ_{tot} 受硬光子非共线

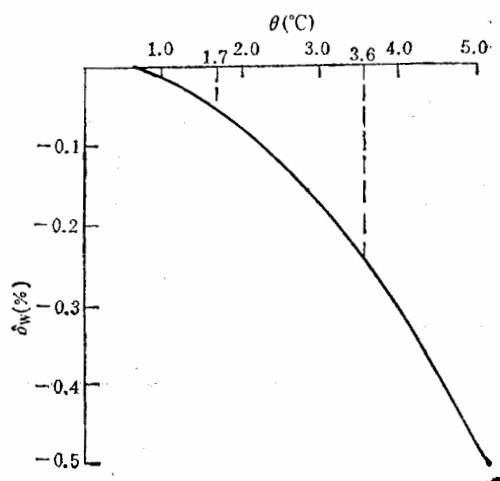


图4 前向区 Bhabha 散射弱修正,其中虚线 1.7° — 3.6° 为 LEP/L3 亮度监测系统对 Bhabha 过程的 θ 接收范围

角截断的影响曲线,从图上可以清楚地看出,共线硬光子(非共线角截断内的硬光子)对接收截面的影响是显著的,在实验中必须予以考虑。

BHABHAZ 产生的事例在误差范围内与 Bhabha 散射微分截面一致,可以确认 BHABHAZ 中事例抽样是正确的,抽样程序是可信的。在此事例产生器上,可以进行进一步的物理工作*。

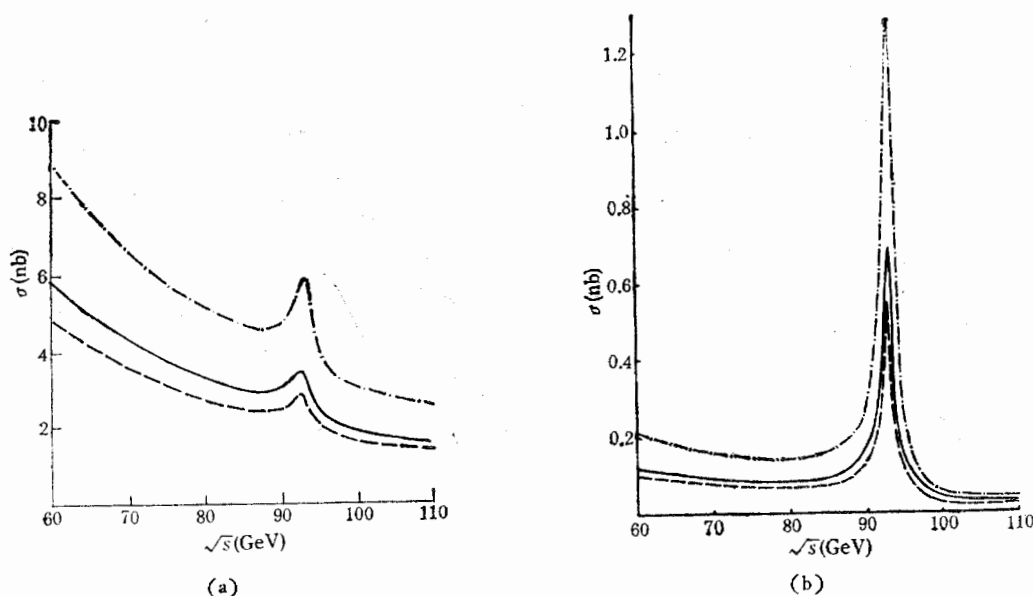


图5 Bhabha 散射总截面随 s 的变化,积分区域为 $(\theta_{min}, 180^{\circ} - \theta_{min})$,点划线为最低阶截面,即 $\int \Sigma d\sigma_e(i)$,实线为 $\sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma_{coll})$,虚线为 $\sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow e^+e^-)$,图5a中 $\theta_{min} = 10^{\circ}$,图5b中 $\theta_{min} = 50^{\circ}$

* 见本作者的另一篇文章《LEP/L3 亮度测量中的误差讨论》。

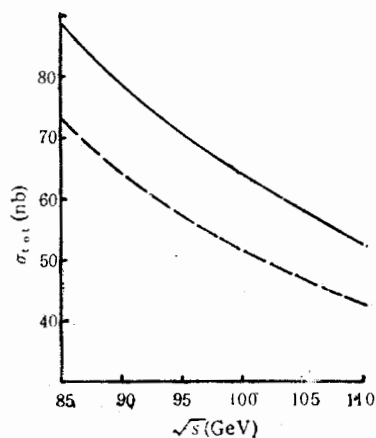


图 6 LEP/L3 亮度监测系统对 Bhabha 散射的接收截面随质心系能量的变化

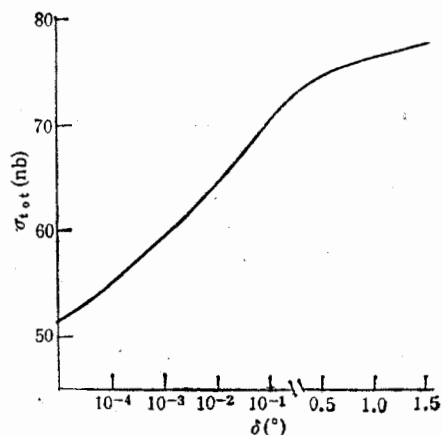


图 7 LEP/L3 亮度监测系统对 Bhabha 散射的接收截面 σ_{tot} 受硬光子非共线角截断 δ 的影响

表 1c Z_0 峰位移 $\Delta E/E = 0.01$ 包括共线硬光子效应

θ_{min}	θ_{max}	Z_0 峰位移			
		$\sigma_{lowest}(nb)$	位移 (MeV)	$\sigma_{tot}(nb)$	位移 (MeV)
1.0	179.0	396.32	440. \pm 10	269.45	440. \pm 10
3.0	177.0	46.29	280. \pm 10	29.49	440. \pm 10
5.0	175.0	18.45	60. \pm 10	11.22	80. \pm 10
10.0	170.0	6.41	0. \pm 10	3.60	0. \pm 10
30.0	150.0	1.98	-20. \pm 10	1.01	-40. \pm 10
50.0	130.0	1.10	-20. \pm 10	0.55	-40. \pm 10

参 考 文 献

- [1] M. Greco, *Phys. Lett.*, **B177**(1986), 97.
- [2] H. J. Bhabha, *Proc. Roy. Soc.*, **154A**(1935), 159.
- [3] M. L. G. Readhead, *Proc. Roy. Soc.*, **220A**(1953), 219.
- [4] R. V. Polovin, *ZhETF(USSR)* **31**(1956), 449; *JETP(Soc. Phys.)* 4(1957), 385; Y. S. Tsai, *Phys. Rev.*, 120(1960), 269; F. A. Berends, K. J. F. Gaemers & R. Gastmans, *Nucl. Phys.*, **B68**(1974), 541; E. Calva-Tellez, *Phys. Rev.*, **D8**(1973), 3856; W. Hollik, *Phys. Lett.*, **123B**(1983), 259.
- [5] D. Dicus, *Phys. Rev.*, **D8**(1973), 890; R. Budny & A. McDonald, *Phys. Rev.*, **D9**(1974), 3107; R. Budny, *Phys. Lett.*, **55B**(1975), 227.
- [6] W. Hollik & A. Zepeda, *Z. Phys.*, **C12**(1982), 67; H. A. Olsen & P. Osland, *Phys. Rev.*, **D25**(1982), 2895.
- [7] M. Consoli, *Nucl. Phys.*, **B160**(1979), 208.
- [8] F. A. Berends & R. Kleiss, *Nucl. Phys.*, **B228**(1983), 537.
- [9] M. Greco, G. Pancheri & Y. Srivastava, *Nucl. Phys.*, **B171**(1980); **B197**(1982), 543. (E)
- [10] G. Curci & M. Greco, *Phys. Lett.*, **B79**(1978), 406.

CALCULATION AND EVENTS GENERATION OF Bhabha SCATTERING AT LEP/SLC ENERGY

YE JINGBO MA WENGAN ZHANG ZIPING XU ZIZONG DAI QINGHAI

(Modern Phys. Depart., Univ. of Sci. and Tech. of China, Hefei)

ABSTRACT

We give here the one loop results of the numerical calculation and events generation of Bhabha scattering at LEP/SLC energy. EM radiative correction and hard collinear photon effect have been taken into consideration.