

AGS 能量下 $\pi^- \pi^-$ 的 Bose-Einstein 关联^{*}

冯中汉 萨本豪 王瑞宏

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

1995-01-26 收稿

摘要

全同粒子间的玻色 - 爱因斯坦关联可以用来研究相对论性核碰撞中次级粒子源分布及有关的物理问题。本文用强子级联模型 (HCM) 模拟 ^{28}Si ($14.6 A$ GeV/c) + Au 反应，得到 π^- 粒子的 freeze-out 状态，进而计算了 $\pi^- \pi^-$ 关联函数，取得与实验一致的结果。还计算了 freeze-out π^- 源的均方根线度，并讨论了它与拟合方法抽取的源参数间的关系。

关键词 强子级联模型，关联函数，freeze-out 态。

1 引言

全同粒子间的玻色 - 爱因斯坦关联，最早出现在天体物理学中，用以测量星体源的大小，称为 HBT 方法。近年来 HBT 方法被引用于核物理和相对论性核碰撞。全同粒子服从玻色 - 爱因斯坦(或费米 - 狄拉克)统计，波函数需满足对称(或反对称)化要求，导致了全同粒子在动量空间的相互关联。在一定假设下，动量空间的强度关联函数与粒子源的空间分布函数的傅氏变换相联系^[1]。因此通过测量全同粒子动量空间的关联函数，能得到源的大小(寿命)等重要信息^[1,2]。

极端相对论性核碰撞的一个重要研究目的是寻找物质新形态——夸克 - 胶子等离子体 (QGP)。通过测量全同粒子的关联函数，可以得到碰撞过程所涉及的空间范围的信息，进而估计反应所能达到的能量密度等重要物理量，以判断 QGP 是否形成。

π 介子的质量小，产生的阈能低，在反应的末态产物中占的比重大，易满足统计要求。关联函数的实验数据，无论是 AGS 能量^[3,4]，还是 CERN 能量^[5,6] 多数都是 $\pi\pi$ 关联函数。而迄今能与实验数据比较的 $\pi\pi$ 关联函数的理论结果^[5,7,8] 并不多，有待解决的问题还不少。譬如完整计算与傅氏变换计算的关联函数有的还有相当差别^[5]，关联函数的理论值有的显著高于实验值^[7]，还有如何理解由关联函数拟合的源参数及其

* 国家自然科学基金资助。

与 freeze-out 源分布的均方根线度间关系，以及再散射的效应等等。

本文用以强子间的碰撞为基本要素的级联模型，模拟相对论性核碰撞 ^{28}Si (14.6A GeV/c) + Au 的动力学过程，在 π^- 和质子的快度与横质量分布与 E802, E810 等实验数据取得一致后，进一步计算了 $\pi^-\pi^-$ 关联函数，与实验很好符合。从理论计算的 $\pi^-\pi^-$ 关联函数，按通常方法^[1,2] 拟合出源参数，与根据实验关联函数拟合出的结果在误差范围内基本一致，也与根据 π^- freeze-out 状态计算的 π^- 源均方根线度相近。

2 相对论性强子级联模型简述

高能核碰撞是一个复杂的量子多体问题，精确描写其动力学过程非常困难。先后建立过各种各样的模型来模拟高能核碰撞的动力学过程（输运过程），如弦模型（Fritiof, VENVS 等），相对论量子分子动力学模型（RQMD）和相对论级联模型（ARC）等等。

在我们所建立的相对论性强子级联模型^[9] 中，考虑到所研究的是高能碰撞，平均场效应相对可忽；故以粒子间碰撞为基本要素来模拟核碰撞。初始时弹、靶核子分别在各自质心系中按 Woode-Saxon 分布随机布置。初始时刻定义为弹靶质心距等于它们半径和的时刻，并考虑到了弹核在固定于靶核上的实验室系中的罗伦兹收缩。粒子在发生碰撞前，其运动轨迹由经典运动学描述。当两个粒子间的距离小于相互作用半径 ($\sqrt{\sigma_{\text{tot}}/\pi}$) 时，就发生碰撞，这儿 σ_{tot} 为两粒子相互作用总截面。碰撞是弹性还是非弹性，则由相应的弹性和非弹性截面与总截面 (σ_{tot}) 的比值随机决定。跟踪的粒子计有 N, Δ 和 π；以它们的运动状态为内容构成粒子表。Δ 随时都可能随机产生和衰变，但到反应的最后时刻，所有的 Δ 则都衰变为 N 和 π。

根据上述可构造以碰撞粒子对及相应碰撞时间为内容的碰撞表和 Δ 粒子的衰变表。比较碰撞表中找出的最小碰撞时间 t_c 和衰变表中找出的最小衰变时间 t_d ，若 $t_c < t_d$ ，则执行相应的碰撞过程，反之则执行相应的衰变过程。每次衰变或碰撞后都要更新粒子表、碰撞表和衰变表；产生（消灭）的粒子要包括进来（剔除出去），运动出模拟范围的粒子（离中心的距离大于弹靶核直径之和的粒子）也要剔除出去；当碰撞表空时，一个模拟事件的历史就算结束。

对于弹性碰撞，碰撞前后有关粒子动量的大小不变，从动量转移的指数分布抽样极角，由 2π 均匀分布抽样方位角。发生非弹性碰撞时，散射后碰撞粒子及产生粒子的横向量大小均按指数分布抽样；碰撞粒子的纵动量由阻止律^[10] 随机给出，而产生粒子的纵动量则由动量相空间因子的剩余部分随机抽样。Δ 的衰变时间由下式给出：

$$t_d = -\frac{0.197E}{m\Gamma} \ln(1-\xi) + t, \quad (1)$$

式中 m 、 E 、 Γ 分别为 Δ 粒子的质量、能量和衰变总宽度， ξ 为随机数， t 为系统时间。

具体考虑的弹性过程有：nn、nπ、nΔ、πΔ、ππ 和 ΔΔ；非弹性过程有：nn、πn 和 nΔ；反应末态可以是 n(Δ) 和 π 构成的两体或多体末态，详见文献 [11]。

对于 π 介子，在碰撞和衰变过程中，不作同位旋区别， π^- 、 π^0 和 π^+ 各以 $\frac{1}{3}$ 概

率随机决定。记录每个跟踪事件中所有 π^- 的最后一次碰撞后的状态 (freeze-out 状态)，备以计算关联函数。

3 $\pi^-\pi^-$ 关联函数的计算

两粒子关联函数的定义为^[1,2]：

$$C_2(p_1, p_2) = \frac{P(p_1, p_2)}{P(p_1)P(p_2)}, \quad (2)$$

这里 $P(p_1, p_2)$ 是符合测得两粒子四动量分别为 p_1, p_2 的几率， $P(p)$ 是测得粒子动量为 p 的几率。可见构造关联函数的核心问题是：如何把单粒子几率 $P(p)$ 和两粒子符合几率 $P(p_1, p_2)$ 跟粒子发射源的分布联系起来。

对于玻色子，波函数若用平面波表示，则关联函数一方面可表示为积分表达式^[1,5]：

$$C_2(p_1, p_2) = 1 + \frac{\int dx_1 dx_2 \rho(x_1, p_1) \rho(x_2, p_2) \cos(p_1 - p_2)(x_1 - x_2)}{\int dx_1 dx_2 \rho(x_1, p_1) \rho(x_2, p_2)}, \quad (3)$$

式中 $\rho(x, p)$ 为源密度分布函数，式(3)的蒙特卡罗估计^[5]为：

$$C_2(q) = \sum_{i=1}^{N(q)} A_{12i} / N(q), \quad (4)$$

其中 $N(q)$ 为每个 $q = p_1 - p_2$ 间隔中 π^- 对的数目， A_{12i} 为第 $i\pi^-$ 的相干因子：

$$A_{12} = 1 + \cos[q \cdot (r_1 - r_2)]. \quad (5)$$

本文把这种计算方法称为完整计算；另一方面，关联函数可用 π^- 源密度函数的傅氏变换表示^[1]：

$$C_2(q) = 1 + |\tilde{\rho}(q)|^2, \quad (6)$$

$\tilde{\rho}(q)$ 为源密度函数的傅氏变换，按此方法作的计算称为傅氏变换计算。

研究关联函数的另一途径是把源 (如这里的 π^- 源) 假设为某种解析形式 (如：高斯型、指数型等)，通过傅氏变换的表达式(6)而得到关联函数的解析表达式；解析式中含有源大小和寿命的信息^[3]；再用它去拟合上述理论计算或实验测量得的关联函数，提取源大小及寿命等物理量。

以上考虑的只是量子统计 (对 $\pi^-\pi^-$ 来说即玻色 - 爱因斯坦统计) 和能动量守恒引起的关联，统称之为玻色 - 爱因斯坦关联。除此之外尚有末态相互作用 (强相互作用和库仑相互作用) 和长寿命共振态衰变引起的关联。不过实验测量关联函数时，往往都设法避免后面这些相干效应或者对它们作可靠的修正。因此理论计算只需考虑前边的那些相干效应，而与修正后的实验数据相比较。

4 结果与讨论

图 1 给出 $^{28}\text{Si}(14.6A \text{ GeV}/c) + \text{Au}$ 反应中质子快度分布、质子横质量分布、 π^- 快度分布和 π^- 横质量分布的理论计算结果及其与实验结果的比较。图中实心点为强子级联

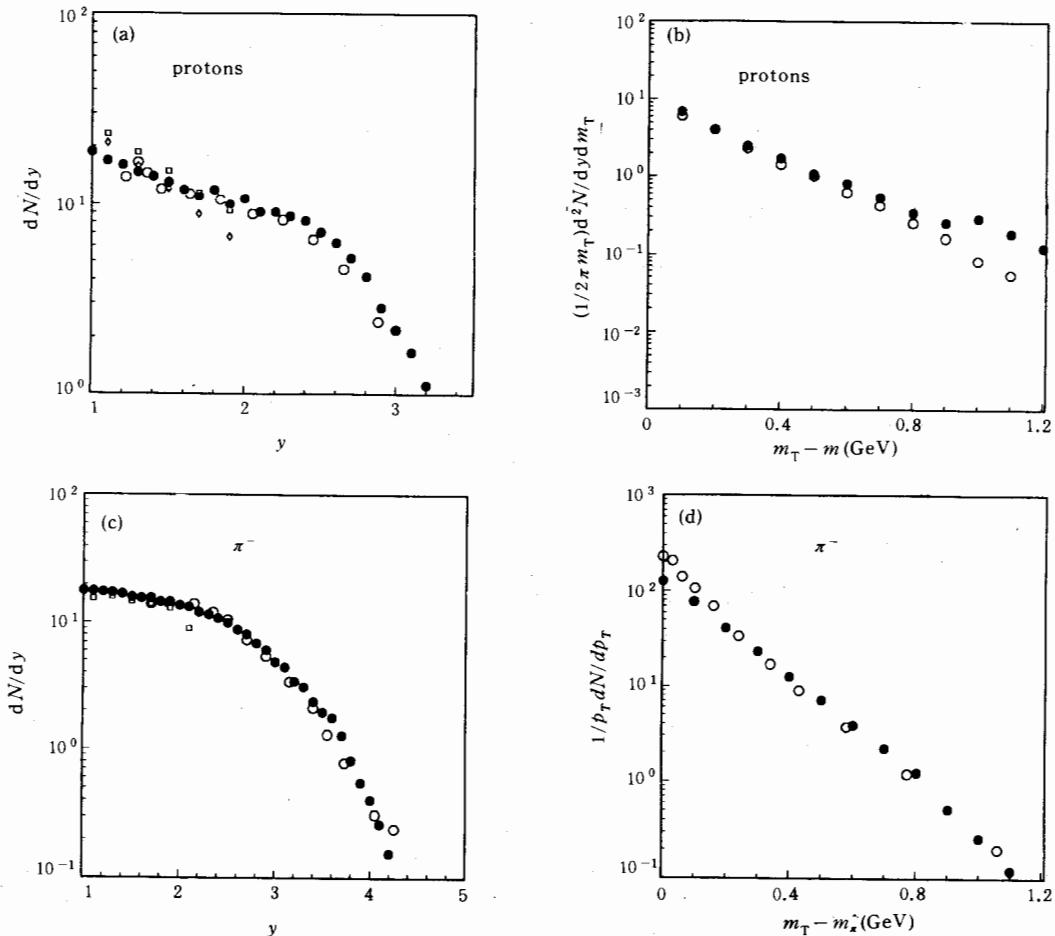


图1

(a) ○ E 810, ◇ E 802, □ E 802N, ● HCM.
 (b) ○ E 802, ● HCM, (c) 同(a), (d) 同(b).

模型的计算结果, 空心点为 E810 结果^[12], 空心菱形为 E802 结果^[13], 空心方块为 E802 新结果^[14]. 由图 1 可见: 理论与实验符合得很好.

和 E802 实验测量 $\pi^-\pi^-$ 的关联函数一样^[3], 我们将纵向动量差限制为 $5 < q_L < 15 \text{ MeV}$; 在此情形下由完整计算给出的横向动量关联函数即图 2 中的实心点; 图中空心点为 E802 实验结果^[3]; 实线为傅氏变换计算的结果. 从图中可以看出, 完整计算的、傅氏变换计算的和实验测量的关联函数, 在实验误差范围内, 互相趋于一致; 而不必象文献[7]那样, 需乘以 0.6 因子才能与实验相比.

用高斯分布的关联函数:

$$C_2(q_L, q_T) = N [1 + \lambda e^{-q_L^2 R_L^2 - q_T^2 R_T^2}], \quad (7)$$

拟合完整计算的关联函数和实验关联函数, 所抽出的 π^- 源横向和纵向半径参数给在表 1 中. 由表 1 可见: R_T 和 R_L 的理论值(有再散射情形)与相应的实验值在误差范围内一致; 但是 λ 的理论值与实验值差别较大, 这点与文献[8]的结果相类似. 表 1 还充分显示了再散射效应的重要性.

表1

	R_T (fm)	R_L (fm)	λ
实验值 ^[3]	3.42 ± 0.26	2.33 ± 0.35	0.65 ± 0.07
理论值	有再散射	3.19	0.95
	无再散射	2.19	1.09

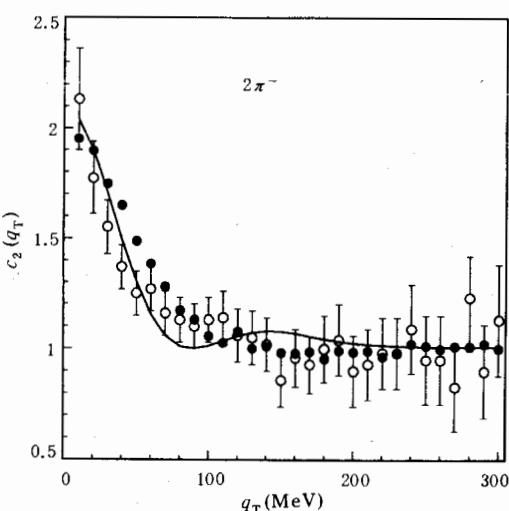


图2

○ E802, ● HCM.

我们还用完整计算中记录的 π^- 的最后一次碰撞状态，计算了 π^- 源的均方根线度 $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ 、 $\sqrt{\langle y^2 \rangle}$ 和 $\sqrt{\langle z^2 \rangle}$ ，它们分别等于 2.98 fm，2.98 fm，6.51 fm。横向的均方根线度与表1中有再散射情形的理论 R_T 值相近，但是纵向均方根线度，正如人们所期望那样大于 R_L 值。

总之我们用强子级联模型计算了 ^{28}Si ($14.6 A$ GeV/c) + Au 反应中的质子和 π^- 的快度和横质量分布，在取得它们与实验符合的基础上，进而计算 $\pi^-\pi^-$ 关联函数，得到了完整计算的关联函数、傅氏变换计算的关联函数与实验关联函数彼此一致的好结果。从

拟合出的源参数的理论值与实验值比较中，可以看到再散射效应是很重要的。拟合出的源参数与源均方根线度尚有点差别的原因，可能是实际的 π^- 源分布与高斯分布有偏离，也可能是计算关联函数时 π^- 源的时间平均所引起。显然从理论角度说，均方根线度能提供更直接的源的信息，但是实验却难以直接测量源的均方根线度。

作者感谢庞阳博士、张庆辉博士、赵维勤教授和刘亦铭教授有益的讨论。

参 考 文 献

- [1] D.H. Boal *et al.*, *Rev. Mod. Phys.*, **62** (1990) 553.
- [2] M.Gyulassy *et al.*, *Phys. Rev.* **C20** (1979) 2267.
- [3] T. Abbott *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **69** (1992) 1030.
- [4] Y. Akiba *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **70** (1993) 1057.
- [5] J.P. Sullivan *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **70** (1993) 3000.
- [6] H. Bøggild *et al.*, *Phys. Lett.*, **B302** (1993) 510.
- [7] S. Pratt *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A566** (1994) 103c.
- [8] W. Q. Chao *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A573** (1994) 641.
- [9] Z.Q. Wang *et al.*, *Chinese Phys. Lett.*, **10** (1993) 468.
- [10] Cheukyin Wong *et al.*, *Phys. Rev.*, **D39** (1989) 2606.
- [11] 宋光等, 高能物理与核物理, **19** (1995) 172.
- [12] E810 Colla, S.E. Eisemann *et al.*, *Phys. Lett.*, **B292** (1992) 10.
- [13] E802 Colla, T. Abbott *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **64** (1990) 847.
- [14] E802 Colla, H. Hamagaki *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A566** (1994) 27c.

 $\pi^-\pi^-$ Bose-Einstein Correlation at AGS Energies

Feng Zhonghan Sa Benhao Wang Ruihong

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

Received 26 January 1995

Abstract

The study of Bose-Einstein correlations between two identical particles offers a powerful probe to the space-time evolution of ultrarelativistic nucleus collisions. We calculate the correlation function of $\pi^-\pi^-$ due to the four space-time and four-momentum distributions of π^- at freeze-out in hadronic cascade simulation of ^{28}Si ($14.6 A \text{ GeV}/c$) + Au reactions. The correlation function calculated by Fourier transformation method, the correlation function resulted from full calculation and the corresponding experimental correlation function agree each other very well. The above freeze-out configuration of π^- is also used to calculate the root mean square length of π^- source. These lengths are compared with the conventional fitted radius parameters of source.

Key words hadronic cascade model, correlation function freeze-out state.