

# 一种新的宽带 DOA 估计自聚焦算法

王 进,赵拥军,王志刚

WANG Jin,ZHAO Yong-jun,WANG Zhi-gang

解放军信息工程大学 信息工程学院,郑州 450002

Institute of Information Engineering,PLA Information Engineering University,Zhengzhou 450002,China

WANG Jin,ZHAO Yong-jun,WANG Zhi-gang.Novel auto-focusing algorithm for wideband DOA estimation.Computer Engineering and Applications,2008,44(29):57-60.

**Abstract:** Fast and accurate algorithms are important to the practical usage of wideband DOA estimation.A novel auto-focusing algorithm based on coherent signal-subspace method(CSM) is proposed.Signals are separated by means of subspace projection and the focusing matrices are updated in a fast way during process.While compared with the previous works,it is more robust to initial DOA estimation errors and needs no more SVD during updating.The experiment results show that it has better performance and less computation.

**Key words:** DOA estimation;wideband signal;coherent signal-subspace method;auto-focusing

**摘 要:**具有较高精度的宽带信号波达方向(DOA)快速估计算法是其实用化所要解决的重要问题。提出了一种新的相干子空间(CSM)类宽带 DOA 估计自聚焦算法。算法利用子空间投影变换将信号分离后分别处理,通过不断更新聚焦方向实现自聚焦。与已有算法相比,不受 DOA 初始值的影响,有更小的聚焦误差;不同目标在聚焦矩阵更新过程中无需再做奇异值分解,有较低的实时计算量。仿真实验表明,算法以较小的计算代价实现了近乎最优的聚焦性能,有较高的 DOA 估计精度。

**关键词:**波达方向估计;宽带信号;相关子空间法;自聚焦

**DOI:**10.3778/j.issn.1002-8331.2008.29.015 **文章编号:**1002-8331(2008)29-0057-04 **文献标识码:**A **中图分类号:**TN911.7

## 1 引言

在雷达、声纳、无线通信等领域宽带信号得到了越来越多的应用,宽带信号波达方向估计也成为了阵列信号处理技术的研究热点。国内外众多学者针对如何在较小计算量的条件下获得更高的估计精度进行了深入研究。文献[1]提出的相关信号子空间法(CSM),通过引入聚焦的概念,将各个频率点上的观测量在某一子空间上对齐,得到聚焦合成的观测量,并由此进行信号方位估计。CSM 法具有较好的估计精度,较低的分辩门限,而且聚焦变换相当于频域平滑,使得 CSM 方法能够分辨相干源。但是该方法要求有一个初始方向估计和预选的聚焦频率来确定聚焦矩阵,易受信号的影响。因此,出现了各种聚焦矩阵的计算方法,以提高估计性能。文献[2]提出的 RSS 算法和文献[3]提出的更为一般的信号子空间变换算法(SST)给出了 Frobenius 范数下的一类最佳聚焦矩阵求解方法。在此基础上文献[4]进一步提出了 UCAM(unitary constrained array manifold focusing)算法来降低 RSS 算法对 DOA 初始估计值的敏感性。然而上述几类算法估计精度都受制于 DOA 初始值的估计精度,并且初值估计增加了额外的计算负担。文献[5]提出了相关插值法(Coherent Interpolation,CI),实现不同频点的空间对准。但 CI 算法只适应子空间频率较小的情况下,随着空间频域的增大,

DOA 估计误差增大。这极大限制了 DOA 估计的有效区域。文献[6]提出了一种改进 CI 算法来解决有效区域问题,但当空间谱在高频和低频区域同时出现谱峰时,算法可能失效。文献[7]提出了另一种不需要初始估计的算法:阵列流型插值法(array manifold interpolation,AMI),但 AMI 算法只能应用于满足空间采样条件的特殊阵列。Lee 在文献[10]提出了波束域的 CSM 算法(BSCSSM),通过波束域变换使观测区域内所有入射方向的信号实现有效聚焦,但聚焦精度较 RSS 算法低。文献[8-9]在 RSS 算法基础上提出了一种自聚焦迭代算法提高精度和鲁棒性,不需要初始估计,但由于每次迭代都需要一个完整的 RSS 算法过程,计算量大。

针对上述问题,文章在 RSS 算法基础上提出一种新的宽带信号 DOA 估计的自聚焦算法,为描述方便,下文简称为 AF-CSM 算法(Auto-Focusing CSM)。算法通过子空间投影变换将多目标的 DOA 估计变为多个单目标的 DOA 估计,根据估计的 DOA 值更新聚焦矩阵实现自聚焦过程。与已有的 CSM 类算法相比,算法估计精度不受初始估计的影响,具有更小的聚焦误差,有较高的估计精度;聚焦矩阵的更新和不同目标聚焦矩阵的构造无需额外的奇异值分解,有较低的计算量。

**作者简介:**王进(1977-),博士研究生,主要研究方向:阵列信号处理、雷达信号处理;赵拥军(1964-),教授,主要研究方向:雷达信号处理、雷达系统仿真;王志刚(1940-),教授,博士生导师,主要研究方向为:阵列信号处理,雷达信号处理。

**收稿日期:**2007-11-21 **修回日期:**2008-02-25

## 2 信号模型

考虑一个包含  $M$  个阵元的线阵, 阵元均匀间隔, 设有  $D \leq M$  个远场宽带信号由方向  $\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D]$  入射到阵列,  $\theta_d$  表示第  $i$  个信号入射方向, 则第  $m$  个阵元接收的信号为:

$$x_m(k) = \sum_{i=1}^D s_i(k - \tau_m(\theta)) + n_m(k) \quad (1)$$

其中  $s_i(k)$  表示第  $i$  个入射信号,  $n_m(k)$  为高斯白噪声。则  $x_m(k)$  的频域响应为

$$x_m(f) = \sum_{m=1}^D e^{j2\pi f \tau_m(\theta)} s_d(f) + n_m(f) \quad (2)$$

用矩阵形式表示:

$$X(f) = A(\Theta, f)S(f) + N(f) \quad (3)$$

其中  $X(f) = [x_1(f), \dots, x_M(f)]^T$ ,  $S(f) = [s_1(f), \dots, s_D(f)]^T$ ,  $N(f) = [n_1(f), \dots, n_M(f)]$ ,  $A(\Theta, f) = [a(\theta_1, f), \dots, a(\theta_D, f)]$ ,  $A(\Theta, f)$  为阵列流型,  $a(\theta, f)$  为阵列导向矢量。

CSM 类算法的核心思想就是在不同的子频带构造  $J$  个聚焦矩阵  $W_j$ ,  $j=1, 2, J$ , 使得不同频带的阵列输出矩阵能变换到一个参考频率下  $f_0$ , 且满足

$$W_j^H A(\Theta, f_j) = A(\Theta, f_0) \quad j=1, 2, \dots, J \quad (4)$$

代入式(3)可得:

$$W_j^H X(f_j) = A(\Theta, f_0)S(f_j) + W_j^H N(f_j) \quad j=1, \dots, J \quad (5)$$

则聚焦后的阵列协方差矩阵为

$$\bar{R}_{xx} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J W_j^H R_{xx} W_j = A(\Theta, f_0) \bar{R}_{ss} A(\Theta, f_0)^H + \bar{R}_{nn} \quad (6)$$

其中

$$\bar{R}_{ss} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J E\{S(f_j)S(f_j)^H\}$$

$$\bar{R}_{nn} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J W_j^H E\{N(f_j)N(f_j)^H\} W_j$$

对  $\bar{R}_{xx}$  应用窄带 DOA 估计算法则可以得到  $\Theta$ 。然而上述算法在求解聚焦矩阵时需要信号入射方向预估计得到一个 DOA 初始值。这不仅会增加算法额外的计算负担, 同时初始值的误差也将影响 DOA 估计精度。

## 3 AF-CSM 算法基本原理

初值问题是 CSM 类算法的重要问题, AF-CSM 算法通过快速的自聚焦过程来避免初值的影响。算法在阵元空间以 BSCSSM<sup>[8,10]</sup> 算法类似的方法得到 DOA 的初始值, 以此为聚焦方向构造最佳聚焦矩阵, 得到宽带信号 DOA 的估值, 并进而修正聚焦方向, 更新聚焦矩阵, 实现自聚焦, 重复多次后得到信号 DOA 的精确估值。与 R-CSM、RSS、SST 等算法的多次迭代求解过程不同的是, AF-CSM 算法对目标逐个进行聚焦处理, 有更高的聚焦精度; 通过变换参考聚焦矩阵实现目标聚焦矩阵的更新, 而无需再做奇异值分解, 有较小的计算量。

构造聚焦矩阵  $W_{0j}$ , 在信号的观测区域  $\Omega$  内使各频点聚焦后的阵列流型与参考频点的阵列流型在 Frobenius 意义下最相近, 即:

$$W_{0j} = \arg \left\{ \min_{T_j} \int_{\Omega} \| W_{0j}^H a(\theta, f_j) - a(\theta, f_0) \|^2_F d\theta \right\} \quad j=1, \dots, J \quad (7)$$

subject to  $W_{0j} W_{0j}^H = I_M$

则式(7)的一组最优解为:

$$W_{0j} = U_{0j} V_{0j}^H \quad (8)$$

其中  $U_{0j}$  和  $V_{0j}$  由  $Q_{0j}$  的奇异值分解得到:

$$Q_{0j} = U_{0j} \Lambda_{0j} V_{0j}^H \quad (9)$$

$$Q_{0j} = \int_{\Omega} a(\theta, f_j) - a(\theta, f_0)^H d\theta \quad j=1, \dots, J \quad (10)$$

将  $W_{0j}$  代入式(6), 应用窄带 DOA 估计算法可求出信号的初始估计  $\Theta_0 = (\theta_{00}, \theta_{01}, \dots, \theta_{0D})$ 。上述初始值求解过程中, 聚焦矩阵与单个信号的入射方向无关, 只取决于观测区域, 因此可以事先构造, 具有较低的实时计算量, 但却比 CAPON 等算法有更好的估计精度, 有利于自聚焦过程快速收敛。

定义参考入射方向  $\theta_r$ , 按照聚焦方向  $[\theta_r + 0.125BW_M, \theta_r, \theta_r - 0.125BW_M]$  构造各频点的参考聚焦矩阵  $W_j$ ,  $BW_M$  为波束宽度:

$$W_j = \arg \left\{ \min_{W_j} \| W_j^H A_r(f_j) - A_r(f_0) \|^2_F \right\} \quad j=1, \dots, J \quad (11)$$

subject to  $W_j W_j^H = I_M$

其中  $A_r(f_j)$   $j=0, \dots, J$  为参考聚焦方向导向矢量构成的阵列流型矩阵。由式(11)可得  $W_j$ :

$$W_j = U_{0j} V_{0j}^H \quad (12)$$

其中  $U_{0j}$  和  $V_{0j}$  由  $Q_{0j}$  的奇异值分解得到:

$$Q_{0j} = U_{0j} \Lambda_{0j} V_{0j}^H \quad (13)$$

$$Q_{0j} = A_r(f_j) A_r(f_0)^H \quad j=1, \dots, J \quad (14)$$

对均匀线阵, 定义  $u = \frac{d \sin \theta}{c}$ , 则导向矢量可表示为

$$a(u, f_j)_{(k)} = \exp(-j2\pi f_j (k-1)u) \quad (15)$$

对一入射方向为  $\theta_i$  的目标信号, 其最佳聚焦矩阵为

$$W_{ij} = \arg \left\{ \min_{W_{ij}} \| W_{ij}^H A(u_i, f_j) - A(u_i, f_0) \|^2_F \right\} \quad j=1, \dots, J \quad (16)$$

subject to  $W_{ij} W_{ij}^H = I_M$

定理 设  $\Delta u = u_i - u_r$ , 则式(16)的一组解为

$$W_{ij} = D(\Delta u, f_j) W_{0j} D(\Delta u, f_0)^H \quad j=1, \dots, J \quad (17)$$

其中  $W_{0j}$  由式(12)确定,  $D(\Delta u, f_j)$  为对角阵, 其对角线元素为

$$D(\Delta u, f_j)_{(k,k)} = \exp(-j2\pi f_j (k-1)\Delta u) \quad (18)$$

由上述定理可以看出, 对任意方向入射的单个目标, 其最佳聚焦矩阵可以由参考聚焦矩阵和对角阵的相乘得到。如果能将多目标信号聚焦处理变为多个单目标的处理过程, 则每个目标的自聚焦过程中可以避免大计算量的奇异值分解过程。

设来波方向  $\theta_i$  的信号为欲处理的单个信号, 定义来波方向为  $\theta_n \in \Theta_0$ ,  $\theta_n \neq \theta_i$  的其他信号为干扰信号。则接收数据空间由信号子空间、噪声子空间和干扰子空间构成。由初始估计  $\Theta_0$  构造指向  $\theta_n$  的阵列流型矩阵

$$A_N(f_j) = (a(\theta_1, f_j), \dots, a(\theta_n, f_j), \dots, a(\theta_{(D-1)}, f_j)), \theta_n \in \Theta_0, \theta_n \neq \theta_i \quad (19)$$

则  $A_N(f_j)$  列向量, 即指向  $\theta_n$  的导向矢量, 张成了干扰子空间。干扰子空间的正交投影变换矩阵为:

$$P_N^\perp = I - A_N(f_j) (A_N(f_j)^H A_N(f_j))^{-1} A_N(f_j)^H \quad (20)$$

利用  $P_N^\perp$  则可以将接收数据投影到干扰的正交补空间, 得

到的数据空间由单目标的信号子空间和噪声子空间构成。这时,子频带  $j$  修正后的数据协方差阵为

$$R'_j = P_N^\perp R_j P_N^\perp + \sigma^2 P_N^\perp P_N^\perp \quad (21)$$

需要注意的是,上式中的投影变换使噪声项变为色噪声了,一种解决办法是用  $B = P_N^\perp (P_N^\perp P_N^\perp)^{-1/2}$  实现投影变换。 $P_N^\perp$  和  $B$  具有相同的列空间,因此具有相同的投影变换效果,且满足  $B^H B = I$ 。用  $B$  替换  $P_N^\perp$ ,式(21)变为:

$$R'_j = B R_j B^H + \sigma^2 \quad (22)$$

将  $\theta_i$  的初始值与参考方向  $\theta_r$  代入式(18)求得  $D(f_i, \Delta u)$ ,由式(17)得到信号各子频带的最佳聚焦矩阵  $W_{ij}$ ,聚焦后的协方差矩阵

$$\bar{R} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J W_{ij}^H R'_j W_{ij} \quad (23)$$

对其应用窄带的 DOA 估计算法得到估值  $\hat{\theta}_i$ 。以  $[\hat{\theta}_i + 0.125BW_M, \hat{\theta}_i - 0.125BW_M]$  为聚焦方向更新聚焦矩阵  $W_{ij}$ ,多次迭代后可以得到  $\theta_i$  的精确估计。

至此,实现了对单个目标的处理,采取类似方法可以完成其余目标的 DOA 精确估计。上述算法过程可归纳如下:

- (1) 确定参考聚焦方向  $\theta_r$  并由式(12)得到参考聚焦矩阵;
- (2) 由式(8)得到各子频带的初始聚焦矩阵  $W_{0j}$ ,代入式(6),应用窄带 DOA 估计算法求出信号的初始估计  $\Theta_0$ ;
- (3) 由  $\Theta_0$  求得不同信号的投影变换矩阵  $B$ ,代入式(22)得到各信号修正的协方差矩阵  $R'_j$ ,分别进行自聚焦处理;
- (4) 将第  $i$  个目标信号的 DOA 估值  $\hat{\theta}_i$  代入式(17)得到各子频带聚焦矩阵  $W_{ij}$ ;
- (5) 将  $W_{ij}$  代入式(23)得到聚焦后的协方差矩阵  $\bar{R}$ ;
- (6) 对  $\bar{R}$  应用窄带 DOA 估计算法得到  $\hat{\theta}_i$ ,重复步骤 4 直至  $\hat{\theta}_i$  收敛,则  $\hat{\theta}_i$  为所求目标的 DOA 估计;
- (7) 对其余目标信号分别按步骤 4~6 求解,可得到所有信

号的 DOA 精确估计。

算法中参考聚焦矩阵和初始聚焦矩阵的构造与信号入射方向无关,可以离线计算,在实际应用中有更小实时计算量。

### 4 仿真实验

为验证算法性能,用阵元数  $M=16$  的均匀线阵进行仿真实验。两个远场宽带信号由  $\theta_1=8^\circ$  和  $\theta_2=13^\circ$  入射,归一化带宽为 40%,噪声为零均值的高斯白噪声,信噪比为 0 dB。信号快拍数为 2 048,分为 16 段,每段 128 点。AF-CSM 算法初始观测区域为  $[-90^\circ, +90^\circ]$ ,自聚焦过程迭代 5 次。RSS 算法可以看作 SST 算法的特殊情况,当聚焦方向与真实方向一致时,具有最优的聚焦性能,将 AF-CSM 算法的空间谱与之相比具有一定的典型性。图 1、图 2 分别给出了 RSS 算法在聚焦方向和信号真实方向一致以及存在误差时与 AF-CSM 算法的空间谱对比。入射信号间距略小于阵列的 3 dB 波束宽带  $6.38^\circ$ ,传统的低分辨 DOA 估计算法无法准确得到信号的初值,因此图 1、图 2 中 RSS 算法聚焦方向取值与文献[2]相同,为  $[6.5^\circ, 10.5^\circ, 14.3^\circ]$ 。从实验结果可以看出,AF-CSM 算法在初始估计阶段,由于聚焦矩阵是在整个观测区域条件下的最优,虽然能估计出目标的 DOA,但性能相对较差,这一点和 BSCSSM 算法是类似的。当进入自聚焦过程后,经过少量迭代 AF-CSM 即能达到近乎最优的聚焦性能。而在实际应用中,初值误差不可避免,此时 RSS 算法性能下降,而自聚焦过程则使 AF-CSM 算法避免了这一问题。

在不同信噪比下独立实验 200 次,仿真条件同上,以  $\theta_1=8^\circ$  信号为例,分析比较 AF-CSM 算法与其他算法的误差性能。图中可以看出,在高信噪比条件下,几种算法的性能几乎没有区别,而在较低信噪比条件下,AF-CSM 算法则表现出对噪声干扰和初值误差更好的鲁棒性,性能更好。

### 5 结论

本文提出了一种新的宽带信号 DOA 估计自聚焦算法,利用子空间投影变换将信号分离后分别进行自聚焦处理,根据估计的 DOA 值更新聚焦矩阵实现自聚焦过程。与 RSS、SST 算法相比,避免了初值误差对估计精度的影响;与 R-CSM 算法相比,

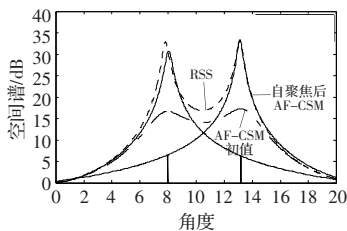


图1 聚焦准确时 RSS 与 AF-CSM 空间谱

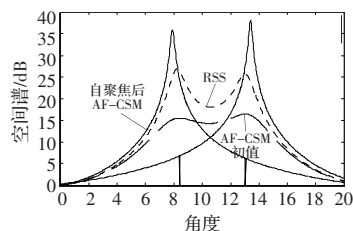
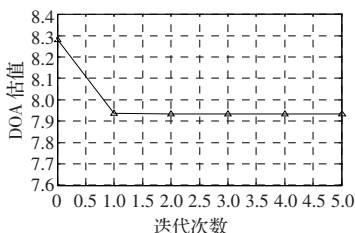
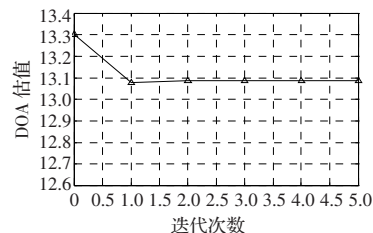


图2 聚焦准确时 RSS 与 AF-CSM 空间谱



(a)  $\theta_1=8^\circ$  信号



(b)  $\theta_2=13^\circ$  信号

图3 AF-CSM 算法 DOA 估值

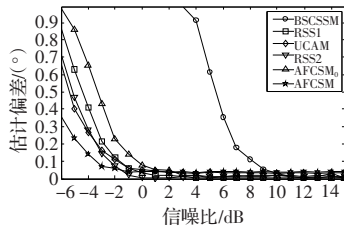


图4 不同信噪比时算法的估计偏差

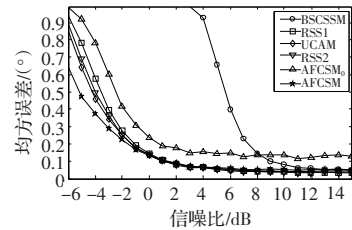


图5 不同信噪比时算法的均方误差

在通过多次迭代提高聚焦精度的同时,避免了每次聚焦矩阵更新时的奇异值分解,有更小的计算量;与 BSCSSM、UCSM 等无需初始估计的 CSM 类算法相比,聚焦区域更小,有更好的聚焦性能。同时,和 BSCSSM 算法类似,算法的初始聚焦矩阵和参考聚焦矩阵求解与信号入射方向无关,可以离线计算,降低了算法的实时计算量。仿真实验表明,所提出的算法以较小的计算代价,达到了近乎最优的聚焦性能,具有一定的工程应用价值。

### 参考文献:

- [1] Wang H, Kaveh M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angels of arrival of multiple wide-band sources[J]. IEEE Tran Acoust Speech Signal Process, 1985, 33(4): 823-831.
- [2] Hung H, Kaveh M. Focussing matrices for coherent signal-subspace processing[J]. IEEE Trans Acoust Speech Signal Process, 1988, 36(8): 1272-1281.
- [3] Doron M A, Weiss A J. On focusing matrices for wideband array processing[J]. IEEE Trans Signal Process, 1992, 40(6): 1295-1302.
- [4] Hung H S, Mao C Y. Robust coherent signal-subspace processing for directions-of-arrival estimation of wideband sources[C]//IEE Proceedings of Radar, Sonar and Navigation, 1994, 141(5): 256-262.
- [5] Bienvenu G, Fuexer P, Vezzosi G, et al. Coherent wide band high resolution processing for linear array[C]//International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing: ICASSP-89, 1989, 4: 23-26.
- [6] Chen Y H, Chen R H. Directions-of-arrival estimations of multiple coherent broadband signals[J]. IEEE Trans Aerospace Electronic Systems, 1993, 29(3): 1035-1043.
- [7] Doron M A, Doron E, Weiss A J. Coherent wideband processing for arbitrary array geometry[J]. IEEE Trans Signal Process, 1993, 41(1): 414-417.
- [8] Sellone F. Robust auto-focusing wideband DOA estimation[J]. Signal Processing, 2006, 86: 17-37.
- [9] Sellone F. Robust wideband DOA estimation[C]//IEEE/SP 13th Workshop on Statistical Signal Processing, 2005: 277-282.
- [10] Lee Ta-Sung. Efficient wideband source localization using beamforming invariance technique[J]. IEEE Tran Signal Process, 1994, 42(6): 1376-1387.
- [11] Van Tree H L. Optimum array processing: part IV of detection, estimation, and modulation theory[M]. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2002.
- [12] Johnson Don H. Array signal processing: concepts and techniques[M]. [S.l.]: Prentice Hall, 1993.
- [13] Haykin S. Advances in spectrum analysis and array processing[M][S.l.]: Prentice Hall, 1995.
- [14] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.

(上接 26 页)

于设备故障诊断作业状态,此时,系统将加载用于辅助其进行故障诊断作业相关的各项应用功能,如设备检测操作提示、检测数据管理和信号、远程专家指导和协助等等,从而实现了根据人员、设备、现场环境等上下文的变化来动态构建相应的辅助应用功能,具有较强的环境自适应以及人员绩效支持(Performance Support)能力。

### 4 总结

本文以制造业现场设备维护应用为背景,讨论了可穿戴计算技术应用所带来的上下文自适应方面的挑战,提出了一种新的可穿戴辅助应用构建模式,将上下文感知、模糊决策树、领域知识本体表示和推理等技术结合起来,为动态构建符合场景和人员需求的现场作业辅助应用提供决策知识,并通过应用实例阐述了该模式的具体实现过程。下一步工作中,将探讨如何使用陀螺、罗盘、生理传感、视觉跟踪等先进传感装置和技术,提高可穿戴计算系统的作业现场上下文感知能力;并进一步的改进相关的分类和推理算法,提高系统的通用和实用性能。

### 参考文献:

- [1] Maio S T, Orlidge L A. Portable maintenance aid instrument pack-improved weapon system diagnostics[C]//Systems Readiness Technology. Los Alamitos, United States: IEEE, 2002: 194-203.
- [2] Anon. Wearable computing goes live in industry[J]. IEEE Pervasive Computing, 2002, 1(4): 14-19.
- [3] 李蕊, 李仁发. 上下文感知计算及系统框架综述[J]. 计算机研究与发展, 2007, 44(2): 269-276.
- [4] Dong M, Kothari R. Look-ahead based fuzzy decision tree induction[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2001, 9(3): 461-468.
- [5] Jeff P Z, Ian H. RDFS(FA): Connecting RDF(S) and OWL DL[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2007, 19(2): 192-206.
- [6] Corsar D, Sleeman D. Reusing JessTab rules in protege[J]. Knowledge-Based Systems, 2006, 19(5): 291-297.
- [7] Costas P, George T. A speech/music discriminator based on RMS and zero-crossings[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2005, 7(1): 155-166.