第9卷 第3期 高能物理与核物理 Vol. 9, No. 3
1985年5月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS May, 1985

研究简报

修正到 v^2/c^2 的夸克相互作用等效势

吴 丹 迪
(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

我们分析了引进轴矢流交换来抵消自旋-轨道相互作用的必要性和可能性，以及这个方法仍然存在的问题.

现在许多人期望使用格点规范的方法，从色动力学出发，把所有强相互作用的问题，都变成在机器上可以计算的问题，或者说计算工程问题. 虽然这个目标看来很有吸引力，但要实现它是不容易的. 其他方法仍然值得研究，其中特别是等效势方法. 等效势方法曾经成功地解释了粲偶素（$c\bar{c}$）和魅偶素（$b\bar{b}$）的能谱，还准确地预言了一些谱线的位置. 当然，在计算夸克偶素性质方面，还有 B-S 方程，口袋模型等也都获得成功. 不过在处理重子问题方面，看来等效势方法仍然是最有效的[1-6]. 等效势方法一个特别重要的优点是它的直观性. 它不仅能为研究提供直觉，而且在教学上有重要意义. 近来，为了求得对强子问题的系统理解，人们又对等效势的形式展开了热烈讨论[7-16]. 这些讨论中的一个不足之处是，人们往往忽略自旋轨道作用. 至所以忽略自旋轨道作用（SOI），不是因为它不重要，而是因为在重子的理论和实验之间存在着严重的、无法解决的矛盾：实验上几乎没有看到自旋轨道耦合（SOI），而理论上却要求存在很大的 SOI，这种 SOI 是不能轻易用调节参数的方式消除掉的[3,17,18]. 正视这个问题，本文想就如何从理论上消除自旋轨道作用，发表一点看法.

如所周知，夸克之间的单胶子交换力如展开到 v^2/c^2 量级，就一定会出现自旋轨道耦合项，其形式如下（$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2$）

$$\frac{2}{3}g^2\left\{\frac{1}{2r^3m_1m_2}[\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}_1-\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}_2]\right.$$
$$\left.+\left[\frac{1}{4r^3m_1^2}\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}_1-\frac{1}{4r^3m_2^2}\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}_2\right]\right\} \tag{1}$$

由于在通常的势模型中[2,3]，超精细分裂完全是从单胶子交换来的，人们得到

$$\delta\equiv\frac{4g^2\alpha^3}{3\sqrt{2\pi}\ m^2}=\Delta-\mathrm{N}\approx 300\,\mathrm{MeV} \tag{2}$$

此式由 $\Delta-\mathrm{N}$ 质量差定下了 SOI 的大小，其中 $\alpha^2=(3Km)^{1/2}=\omega m$ 是振子参数，ω

本文1983年7月25日收到.

是在 $SU(3)$ 对称极限下的谐振子能级间隔．按照由(2)式定的参数，$\triangle\ \frac{3}{2}^-$ (1700) 和 $\triangle\ \frac{1}{2}^-$(1620) 的 SOI 分裂应当是 300 MeV．显然，这样的理论同实验的偏差实在太大．类似的偏差存在于其他 π-N 共振态的 SOI 分裂计算中．

当然，在通常的模型中也还有所谓托马斯进动项[18]，它也是一种自旋轨道作用．如果取谐振子势为 $\frac{1}{2}Kr^2$，这项读作

$$-\frac{1}{4}K\left[\frac{1}{m_1^2}\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}_1-\frac{1}{m_2^2}\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}_2\right] \tag{3}$$

显然，这项的形式与(1)式中第二项的形式相似，并具有相反的符号．但是因为在(1)式中还有另一个形式完全不同的项，因此无论怎样调节(3)式的参数 K，最多也只能做到将(1)式中的第二项消掉．值得一提的是，(3)式也可以从标量交换推得，即假定在夸克之间还有标量交换力，而且其等效势中的非相对论项就是 $\frac{1}{2}Kr^2$．在标量交换中除了谐振子势和(3)式形状的自旋轨道作用而外，还有其他自旋无关的作用，但是不存在超精细作用项．

如果我们考虑了矢量(单胶子)交换和标量交换的等效势函数，那么还有没有其他种类的势函数呢？有的．原则上我们可以考虑所有遵从色动力学守恒定律的交换方式，也就是说还可以考虑赝标，赝矢和张量交换．赝矢和张量交换中都有 SOI，而且用调节参数的方法，原则上可以在 $SU(3)$ 极限下，靠各不同交换势的结合来消除 SOI．有三种可能的消除方案，它们是：

$$\begin{aligned}&(\mathrm{I})\quad V+S+A\\&(\mathrm{II})\quad V+T\\&(\mathrm{III})\quad S+A+T\end{aligned} \tag{4}$$

当然，这三种方案的任意线性组合也是一个方案，不过因为它不带来任何新的物理而不值得讨论．方案 (I) 的好处是它既包含了自旋无关的谐振子势，同时又有自旋无关的库伦势；前者代表禁闭作用，后者代表渐近自由的作用．因此下面我们只讨论方案 (I)．注意在 P、A 或 T 交换的等效势中，都不存在自旋、味道(夸克的质量)同时无关的项．现在让我们记下轴矢交换的等效势 V^A

$$V^A=V^A_{SO}+V^A_{hy} \tag{5}$$

$$V^A_{SO}=\frac{A'(r)}{r}\left[\frac{\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}_2}{4m_2^2}-\frac{\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}_1}{4m_1^2}\right] \tag{6}$$

$$\begin{aligned}V^A_{hy}=\Bigg\{\Bigg[&1-\frac{p_1^2}{2m_1^2}-\frac{p_2^2}{2m_2^2}-\frac{\boldsymbol{p}_1\cdot\boldsymbol{q}}{2m_1^2}+\frac{\boldsymbol{p}_2\cdot\boldsymbol{q}}{2m_2^2}\\&-\left(\frac{1}{8m_1^2}+\frac{1}{8m_2^2}\right)q^2\Bigg]\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2+\frac{\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{q}-\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{q}\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{p}_2}{2m_1m_2}\\&-\frac{\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{p}_2}{m_1m_2}+\frac{\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{p}_1}{2m_1^2}+\frac{\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{p}_1}{2m_2^2}\\&+\frac{\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{q}\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{q}}{4m_1^2}\end{aligned}$$

$$-\frac{\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{q}\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{p}_2+\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{q}}{4m_2^2}+\left.\frac{\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{q}\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{q}}{4m_1m_2}\right\}A(r) \quad (7)$$

$$\left(\boldsymbol{q}=\frac{1}{i}\nabla\right)$$

这里算符 $\boldsymbol{q}$ 只作用在 $A(r)$ 上,而 $\boldsymbol{p}_1$、$\boldsymbol{p}_2$ 只作用在空间波函数上. 注意 SOI 项(6)与(1)式第一项相似,而托马斯项(3)与(1)式第二项相似,因此,适当调整参数 K 及(6)式中 $A(r)$ 的符号与大小,我们就可以做到在第一激发态 $(70, 1^-)$ 中,在 $SU(3)$ 极限下消除 SOI. 为了确定 $A(r)$ 的形式,至少我们还要考虑 V_{hy}^A 对于基态重子 $(56, 0^+)_{N=0}$ 分裂的影响. 这就是说,对 $A(r)$ 的选择,我们加上如下两个制约条件:

i) $S+V+A$ 在 $SU(3)$ 极限下应当消除 $(70, 1^-)_{N=1}$ 多重态中的 SOI.

ii) 加 V_{hy}^A 应当保持原来得到的 $(56, 0^+)_{N=0}$ 中的质量关系[2]

$$m_{3/2}>m_{1/2}, \quad \Sigma>\Lambda$$

$$3\Sigma+\Lambda=2N+2\Xi, \quad \Omega-\Xi^*=\Xi^*-\Sigma^*=\Sigma^*-\Delta \quad (8)$$

有一系列的 $A(r)$ 函数满足这两个条件,其中在计算上最方便的是幂函数,其次是 δ 函数. 另一种有兴趣的形式是指数函数.

(A) 幂律.

$$A(r)=ar^n \quad (n>12) \quad (9)$$

参数 a, K (或 ω) 与 δ 的关系由条件 (i) 定下为

$$\frac{2n}{\sqrt{\pi}}\Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{\alpha}\right)^{n-2}\frac{a}{m^2}=\delta \quad (10)$$

$$\frac{\omega^2}{m}=\delta \quad (11)$$

$(56, 0^+)_{N=0}$ 多重态中的超精细分裂(包括 $V+A$ 的贡献)公式可简化为

$$U_h^{12}=\frac{\delta}{6}\left\{\frac{12m}{n\omega}+\frac{6}{n}\left(\frac{n}{12}-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{m^2}{m_1^2}+\frac{m^2}{m_2^2}\right)+\left(3+\frac{2}{n}\right)\frac{m^2}{m_1m_2}\right\}\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2 \quad (12)$$

$$\left(U_h=\sum_{i<j}U_h^{ij}, \quad m=\frac{1}{3}\sum_i m_i\right)$$

并且我们有

$$\Delta-N=4\delta\left[1+\frac{3}{n}\left(\frac{m}{\omega}-\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$\Sigma-\Lambda=\frac{2}{3}\left(1-\frac{m_d}{m_s}\right)\left(\Delta-N-\frac{12}{n}\frac{m\delta}{\omega}\right) \quad (13)$$

注意,如考虑各能级之间的混合及(或)可能的量级在 $\Delta mv^2/c^2$ 的二级效应(见 Hey, Ref. 6),结果(13)在定量上会有改变.

虽然在 $SU(3)$ 极限下,在 $(70, 1^-)$ 中 SOI 全部消除了,当考虑 s 夸克与 u、d 夸克的质量差时,SOI 还可能存在. 初步计算表明,用 $\Delta m=m_s-m_d$ 作微扰参量,$(70, 1^-)$ 中 $SU(3)$ 单态的 SOI 分裂的一级微扰为零. 我们知道,$\Lambda\frac{3}{2}^-(1520)$ 与 $\Lambda\frac{1}{2}^-$

(1405) 的质量差是唯一存在的一个 SOI 效应的例证．一个正确的自旋轨道作用理论应当对此有所解释．有趣的是，当使用 Isgur-Karl 的波函数[3]，例如

$$\Lambda_\lambda\left(\frac{3}{2}^-\right) \sim (uds - dus)(\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow)\lambda_+$$
$$\cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(\alpha_\rho^2\rho^2 + \alpha_\lambda^2\lambda^2)\right]$$

我们得到一个正确的不等式．

$$\Lambda_\lambda\left(\frac{3}{2}^-\right) - \Lambda_\lambda\left(\frac{1}{2}^-\right) \simeq \frac{7}{18}\delta\frac{V}{y^3z^2}(x - z^{-n-1})$$
$$\simeq 0.31\delta > 0 \qquad (\text{当 } n \to \infty) \tag{14}$$

这里 $x = m_d/m_s = 0.7$，$V = [3/(2x+1)]^{1/4}$，
$y^2 = (3 + V^2)/4$，$z^2 = (1 + 3V^2)/4$．按照 Isgur-Karl 处理 SOI 的办法[3]，他们得到

$$\Lambda\left(1, \frac{3}{2}^-\right) - \Lambda\left(1, \frac{1}{2}^-\right) = -300\text{MeV},$$

符号是错的．而且，按照他们的参数化方法，$\frac{\omega}{3m} = \delta$，$\omega = 520\text{MeV} > m$，破坏了非相对论条件 $\omega \lesssim m$．实际上，这个条件是有可能满足的．

(B) δ 函数，例如

$$A(r) = \frac{\pi^{3/2}}{30}\delta m^2\left(\frac{\sqrt{2}}{\alpha}\right)^7 \nabla^2\delta(\boldsymbol{r})$$

并令 $\omega^2/m = \delta$．这个 $A(r)$ 能给出正确的质量关系 (8) 来，虽然 Δ 只不过比 N 重一点点：

$$\Delta - N = \left(\frac{14}{15} - \frac{12}{5}\frac{m}{\omega}\right)\delta.$$

(C) 指数律．

$$A(r) = a'e^{-\mu r} \tag{15}$$

这里的计算不如幂律那样简单，但是当 $\theta = \frac{\sqrt{2}\mu}{\alpha} \gg 1$，我们可以使用如下近似公式

$$\int_0^\infty \rho^K e^{-\rho^2-\theta\rho}d\rho \simeq e^{\frac{\theta^2}{4}}\left(-\frac{\theta}{2}\right)^k Q(\theta)$$

这里 $Q(\theta) = \sqrt{\pi} - \int_0^{\frac{\theta}{2}} e^{-\rho^2}d\rho$．我们得到与幂律相似的结果，即 $\Delta - N = 11\delta$，$\Sigma - \Lambda = \frac{2}{3}\left(1 - \frac{m_d}{m_s}\right)(\Delta - N)$．当 θ 变小时，$\Delta - N$ 的公式会变好些，但 Σ-Λ 的公式变差些．也许存在一个最佳的 θ 值，它正好相应于味中性的 0^- 或 1^+ 粒子的质量．

应当指出，代替条件 (ii) 的也可以是 V^A 的加入，保证给出较好的 $(70, 1^-)$ 多重态中的超精细分裂．但是因为(7)式在 $(70, 1^-)$ 多重态中不易化简，使得计算量变得太大，因此我们没有来得及分析这个问题．

在 $SU(3)$ 极限下，在 $(70, 1^-)$ 多重态中完全消除 SOI 的条件(10)、(11)并不能保

证在其他高激发态中 SOI 在 $SU(3)$ 极限下的消除．这是因为三项 SOI(1)，(3)和(6)具有不同的空间依赖关系．也许正是由于这种不同的依赖关系，我们应当在不同的能级(多重态)中采用不同的参数化方法来做到抵消该多重态中的 SOI．事实上，Forsyth 等发现[4]，即使对超精细结构的计算，不同多重态也要采用不同的参数才能使计算与实验相符．

总之，为了解决重子势模型中在自旋轨道作用方面遇到的困难，引进适当的轴矢流交换等效势是可供考虑的一个方案．至于这个方案是否有效．尚需进一步的研究来回答．

参 考 文 献

[1] O. W. Greengerg, *Phys. Rev. Lett.*, **13** (1964), 598; O. W. Greenberg and N. Resnikoff, *Phys. Rev.*, **163**(1967), 1844; R. R. Horgan and R. H. Dalitz, *Nucl. Phys.*, **B66**(1973), 135.

[2] A. DeRujula, H. Georgi and S. L. Glashow, *Phys. Rev.*, D**12**(1975), 147.

[3] N. Isgur and G. Karl, *Phys. Rev.*, D**18**(1978), 4187.

[4] N. Isgur and G. Karl, *Phys. Rev.*, D**19**(1979), 2653; C. P. Forsyth and R. E. Cutkosky, *Nucl. Phys.*, B**178** (1981), 35; F. E. Close, in Quarks and Nuclear Forces, Ed. Fries and Zeitnitz, (Springer-Verlag, 1982) p74.

[5] Dan-di Wu, *Phys. Lett.*, **138B** (1984), 422.

[6] For Review articles, e. g. J. L. Rosner, preprint of the University of Minnesota, July 1980; A. J. G. Hey and R. L. Kelly, *Phys. Reports*, **C96** (1983), 73.

[7] R. McClary and N. Byers, UCLA/82/TEP/13.

[8] E. Eichten and F. Feinberg, *Phys. Rev.*, D**23** (1981), 2724.

[9] P. Moxhay and J. L. Rosner, EFI 83/15; J. Arafune and M. Fukugita, *Phys. Lett.*, **102B** (1981), 437.

[10] M. Bander, D. Silverman, B. Kilma and Uri Maor, University of California (Irvine) preprint, No. 83—22 (1983).

[11] K. J. Miller and M. G. Olsson, *Phys. Lett.*, **116B**(1982), 450.

[12] J. Hiller, *Phys Lett.*, **122B** (1983), 436.

[13] 北京大学粒子理论组，物理学报，**25**(1976) 316, 415.

[14] W. Celmaster, H. Georgi and M. Machacek, *Phys. Rev.*, D**17**(1978), 879. J. L. Richardson, *Phys. Lett.*, **82B** (1979), 272.

[15] H. Högaasen and P. Sorba, *Nucl. Phys.*, **145B**(1978), 119.

[16] Dieter Gromes, *Nucl. Phys.*, B**131**(1977), 80; D. Beavis et al, *Phys. Rev.*, D**20**(1979), 743.

[17] H. R. Chan, *Phys. Lett.*, **71B** (1977), 422.

[18] H. Schnitzer, *Phys. Lett.*, **65B**(1976), 239.

THE EFFECTIVE POTENTIAL BETWEEN QUARKS TO THE ORDER OF v^2/c^2

WU DAN-DI

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

We analyse the necessity and possibility of introducing an axial vector piece into the effective potential in order to cancel the spin-orbit interactions and the problems related thereby.