

三角点阵 Quenched Eguchi-Kawai 模型的 Monte Carlo 研究¹⁾

陈天嵩 黄五群

(南开大学)

摘要

本文对三角点阵 Quenched Eguchi-Kawai 模型进行 Monte Carlo 研究, 结果表明, 对三维情况弱耦合区的行为已有明显改进, 接近标本模型的结果。

格点规范理论中大 N 极限下的 Eguchi-Kawai 模型^[1]将无限点阵问题简化成一个超立方点阵的问题, 引起人们的重视, 但进一步研究 EK 模型后, Bhanot、Okawa 等人指出^[2-3]在弱耦合区 $U(1)^d$ 对称性自发对称破缺, 因而此时不能代替标本的 Wilson 模型。我们对三角点阵的 EK 模型也作了 Monte Carlo 研究^[6], 发现三维时与方块点阵有同样的结果。为了改进弱耦合区的结果, 不少作者对 EK 模型进行修正, 有 Twist EK 模型^[7,8]及 Quenched EK 模型^[2,4,5]。本文对三角点阵的 Quenched EK 模型进行 Monte Carlo 研究, 从结果中看到, 采用 Quench 方法确实使弱耦合区的行为得到了明显的改善。

三维情况下三角点阵 $SU(N)$ 格点规范理论的 EK 作用量为^[6]

$$S_{EK} = \frac{\beta}{N} [\text{Tr}(SU_t + S^{-1}yx + u^{-1}x^{-1}z^{-1} \\ + t^{-1}zy^{-1} + tus + xys^{-1} + z^{-1}x^{-1}u^{-1} \\ + y^{-1}zt^{-1}) + h.c.] \quad (1)$$

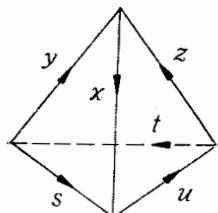


图 1

采用 Okawa 的 Quench 方法^[5], 将每个 link 变量 s, u, t, x, y, z 分别代换为 $V_s^\dagger D_s V_s, V_u^\dagger D_u V_u, \dots, V_z^\dagger D_z V_z$, 我们得到 Quenched EK 模型的作用量

$$S_{QEK} = \frac{\beta}{N} [\text{Tr}(V_s^\dagger D_s V_s V_u^\dagger D_u V_u V_z^\dagger D_z V_z + \dots) + h.c.] \quad (2)$$

其中 $D_\mu (\mu = s, u, t, x, y, z)$ 是 $N \times N$ 的对角矩阵

$$D_\mu = \begin{pmatrix} e^{i\theta_\mu^1} & & & & & 0 \\ 0 & e^{i\theta_\mu^2} & & & & \cdot \\ & & \ddots & & & \\ & & & e^{i\theta_\mu^N} & & \end{pmatrix} \quad D_\mu = \begin{pmatrix} e^{i\theta_\mu^1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{i\theta_\mu^2} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & e^{i\theta_\mu^N} \end{pmatrix} \quad (3)$$

1) 此工作受到中国科学院科学基金的支持。

本文 1985 年 7 月 25 日收到。

而 V_μ 是 $N \times N$ 的么正矩阵, 计算物理量 Q 的平均值时, 我们首先固定角度 θ_μ^i , 作

$$\bar{Q}(\theta_\mu^i) = \frac{\int dV_\mu Q \exp [\beta S_{\text{QEK}}(V_\mu, \theta_\mu^i)]}{\int dV_\mu \exp [\beta S_{\text{QEK}}(V_\mu, \theta_\mu^i)]} \quad (4)$$

然后再作 $\bar{Q}(\theta_\mu^i)$ 对 Quenched 变量 θ_μ^i 的带权函数 $F(\theta_\mu^i)$ 的平均

$$\langle Q \rangle = \frac{\int d\theta_\mu^i F(\theta_\mu^i) \bar{Q}(\theta_\mu^i)}{\int d\theta_\mu^i F(\theta_\mu^i)} \quad (5)$$

权函数选为^[5]

$$F_1(\theta_\mu^i) = \prod_{\mu} \prod_{i>j} \sin^2 \left[\frac{1}{2} (\theta_\mu^i - \theta_\mu^j) \right] \quad (6)$$

$$F_2(\theta_\mu^i) = 1 \quad (7)$$

在我们的工作中, 我们用 Monte Carlo 方法测量的物理量是 QEK 模型的内能.

$$E = \beta N^{-1} \langle \text{ReTr}[(V_i^* D_i V_i V_u^* D_u V_u V_t^* D_t V_t + \dots) + \text{h. c.}] \rangle \quad (8)$$

在方块点阵标准的 Wilson 模型中, 作用量自然保持 $U_\mu \rightarrow U'_\mu = e^{i\theta_\mu} U_\mu$ 时的 $U(1)$ 不变性, 对三角点阵, 类似地有 $s \rightarrow e^{i\theta_s} s$, $u \rightarrow e^{i\theta_u} u$, $t \rightarrow e^{i\theta_t} t$ 及约束 $\theta_s + \theta_u + \theta_t = 0$ 时的不变性, 为此, 在计算中我们要求 $D_s^* = D_u D_t$, $D_u = D_s D_t^*$, $D_t^* = D_u D_s$.

为了增加 Monte Carlo 迭代过程中的可接受率, 减少计算机时及内存, 我们采用文献 [3] 中的嵌入 $SU(2)$ 矩阵的方法来处理随机的 $SU(N)$ 矩阵. 先构造 400 个 $SU(2)$ 矩阵 A 的表, 然后随机地从表中取出一个, 令 $SU(N)$ 矩阵 B 的矩阵元为 $B_{ii} = A_{11}$, $B_{ij} = A_{12}$, $B_{ji} = A_{21}$, $B_{jj} = A_{22}$, $i \neq j$, i 及 j 的可取值从 1 至 N , 其余的矩阵元 $B_{mn} = \delta_{mn}$, m 及 n 的可取值也是从 1 至 N . 这样保证每根 link 上的规范场由原来的矩阵 U_μ 变成新的矩阵 $U'_\mu = U_\mu B$ 时, 只作了一个小的变化. 当 i 和 j 取遍所有可能的值, 共 $N(N-1)$ 次后, 再进入变换下一个 link 的矩阵. 为加快趋向平衡的过程, 在构造矩阵 U_μ 时, 我们加入权 $W_{\text{eff}}^{[6]}$, $W_{\text{eff}} = \max(1, \alpha\beta)$, α 为某个常数因子.

为了能与相应的 EK 模型结果^[6]进行比较, 我们对三维 $SU(5)$ 的 QEK 模型进行研究, 采用上述方法后, 可接受率大于 50%.

我们推出三角点阵标准模型三维时的强耦合展开式为

$$E = \frac{\beta}{N^2} = \frac{\beta}{25} \quad (9)$$

弱耦合展开式为

$$E = 1 - \frac{9}{4\beta} \quad (10)$$

图 2 中实线给出标准模型的强、弱耦合展开曲线, 圆点为 EK 模型的 Monte Carlo 结果^[6], \times 号表示 QEK 模型的 Monte Carlo 结果. 由图 2 看到, 在弱耦合区, QEK 模型的行为比 EK 模型有了很大的改进, 但与标准模型的行为尚有一些差距, 这是因为 EK 模型及 QEK 模型是大 N 极限下的简化模型, 为了减少计算机的机时及内存, 我们取 $SU(5)$ 群来

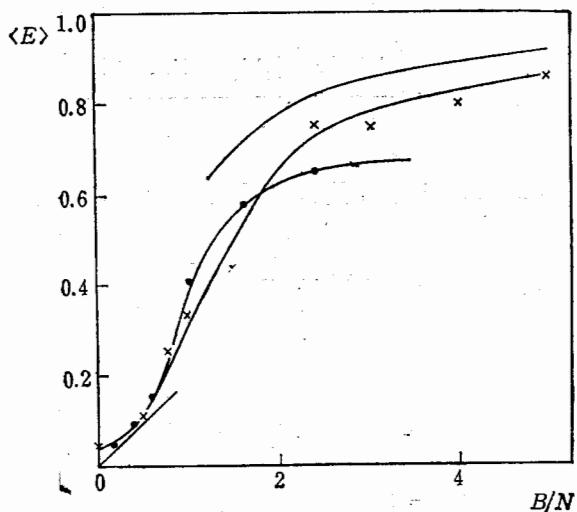


图 2

作研究,在文 [2] 及 [6] 中已指出 $N = 5$ 时刚能看到 $U(1)$ 对称破缺机制。我们相信当 N 值取得更大些时,会有更接近于标准模型的行为。还须说明的是,我们对权函数 $F_1(\theta_\mu^i)$ 及 $F_2(\theta_\mu^i)$ 分别作了 Monte Carlo 研究,它们的结果是一致的。

参 考 文 献

- [1] T. Eguchi, H. Kawai, *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 1063.
- [2] G. Bhanot, M. Heller, H. Neuberger, *Phys. Lett.*, **113B**(1982), 47.
- [3] M. Okawa, *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 353.
- [4] G. Parisi, *Phys. Lett.*, **112B**(1982), 463.
- [5] M. Okawa, *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 705.
- [6] 陈天崑, 黄五群, 郑希特, 高能物理与核物理, **9**(1985), 41.
- [7] A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, *Phys. Lett.*, **120B**(1983), 174.
- [8] Y. Brihaye, G. Maiella, P. Rossi, *Nucl. Phys.*, **B222**(1983), 309.

MONTE CARLO STUDY OF THE TRIANGLE LATTICE QUENCHED EGUCHI-KAWAI MODEL

CHEN TIAN-LUN HUANG WU-QUN

(Nankai University)

ABSTRACT

The Triangle lattice quenched Eguchi-Kawai model is studied by using the Monte Carlo technique. The results indicate that in the three-dimensional case the behavior in the weak coupling region could be improved and closes to the results of the standard model.