

气液界面剪切力对液膜流动稳定性的影响

李春曦, 王松岭, 叶学民

(华北电力大学能源与动力工程学院, 河北省 保定市 071003)

Effect of Shear at Gas-liquid Interface on Flow Stability of Liquid Films

LI Chun-xi, WANG Song-ling, YE Xue-min

(School of Energy and Power Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003, Hebei Province, China)

ABSTRACT: Waves that occur at the interface of a thin liquid film draining down an inclined wall sheared by turbulent gas streams determine the characteristics and stability of the flow under the effect of gas shear and force balance on the interface. Based on the boundary layer theory and the integral approach, a linear stability equation of two-dimensional surface waves of sheared liquid films was established. The effect of shear stress on the stability of liquid films under different conditions was analyzed. Investigation shows that the flow stability tends to be unstable with cocurrent shear, and tends to be stable with countercurrent shear. The cocurrent shear has the increasing effect on the critical wave number, the growth rate and wave velocity increase, and decreasing effect on critical Reynolds number, while the countercurrent shear has the adverse effect. It also indicates that the effect of cocurrent shear on stability is more pronounced than that of countercurrent, and the influence of shear stress on long waves is more remarkable than that on short waves.

KEY WORDS: wavy liquid films; interfacial waves; flow stability; interfacial shear

摘要: 沿倾斜壁面下降的薄液膜表面受气流剪切力的影响将产生波动, 液膜表面的波动特性和力平衡关系决定液膜流动特性和稳定性。基于边界层理论和积分法建立的二维剪切液膜表面波线性稳定性方程, 分析了不同情况下剪切力对液膜稳定性的影响。研究表明, 正向剪切力为不稳定性因素, 反向剪切力为稳定性因素; 正向剪切力使临界波数、扰动增长率和波速增大, 使临界雷诺数减小; 反向剪切力则起相反的作用; 与反向剪切力相比, 正向剪切力对液膜稳定性的影响相对显著; 长波的传播速度受剪切力的影响比短波更大。

关键词: 波状液膜; 表面波; 流动稳定性; 界面剪切力

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20040079004)。

0 引言

液膜流动是工业过程中较为常见的一种两相流, 如锅炉水冷壁、凝汽器和核电站的冷却系统中介质的流动。实验表明, 在气液界面处, 即使雷诺数很小, 表面仍处于波动状态。影响液膜波动的原因很多, 如重力、受热状态、流体物性和旋转状态等。文献[1-4]分别采用不同模型研究了等温自由降膜的稳定性, 文献[5-10]对蒸发或冷凝状态下的液膜表面波的稳定性进行了研究, 分析了不同受热状态对稳定性的影响。文献[11-13]分别研究了弹性流体、非牛顿流体以及含活性剂的液膜的稳定性特征及影响因素, 文献[13-15]则分析了旋转状态下的液膜稳定性和演化特征。

当液膜表面存在气流作用时, 界面处的剪切力使液膜的动力学特征和稳定性更加复杂。文献[16]研究了蒸汽冷凝对剪切液膜的影响, 分析了冷凝状态对流动的稳定性效应, 文献[17]通过求解 O-S 方程研究了在相变和切应力条件下的薄膜表面波的形成特征, 文献[18-20]基于 O-S 方程, 在不同雷诺数下分析了剪切气流对薄液膜稳定性的影响。

O-S方程的求解是利用摄动法求解微分方程, 得到长波下的波速表达式, 但由于求解时仅保留了含有波数零次幂和一次幂的项, 因而结果仅适用于长波和小雷诺数时的情形。而积分法通过保留方程中弱非线性项的影响, 其结果不仅适用长波和小雷诺数, 而且适用于短波或大雷诺数下($Re < 2000$)的稳定性分析^[9]。目前的研究多采用摄动法求解 O-S 方程, 因此, 有必要采用积分法对剪切力作用下的流动稳定性作深入研究。

本文通过由积分法建立的在界面同向或反向剪切力作用下的二维剪切液膜表面波线性稳定

性的理论模型，探讨不同情形下剪切力对液膜流动稳定性影响的内在机理。

1 稳定性方程

粘性不可压缩液体在重力和外界气流的共同作用下沿倾角为 θ 的壁面向下流动，形成波状液膜流动。液膜厚度与波长相比， $h/\lambda \ll 1$ ，适用于边界层理论，其控制方程组为边界层模型^[7-8]，通过对控制方程组在液膜厚度上方向积分、无量纲化，并运用摄动法(参见文献[20])，可得扰动液膜厚度表示的剪切液膜表面波的线性稳定性方程：

$$\frac{\partial^2 h^*}{\partial t^2} + \frac{12}{Re} \frac{\partial h^*}{\partial t} + \left(\frac{12Q_0}{5} + \frac{T}{10}\right) \frac{\partial^2 h^*}{\partial x \partial t} + (\sin \theta + 2Q_0 + T\tau_R) \frac{12}{Re} \frac{\partial h^*}{\partial x} + \left(\frac{6Q_0^2}{5} - \frac{Q_0 T}{10} - \frac{T^2}{10} - \frac{12 \cos \theta}{Re} + \frac{12}{Re} \frac{T\tau_1}{\alpha} + \frac{Q_0 \tau_R}{10} + \frac{T\tau_R}{15}\right) \frac{\partial^2 h^*}{\partial x^2} + \left(\frac{Q_0}{10} + \frac{T}{15}\right) \frac{\tau_1}{\alpha} \frac{\partial^3 h^*}{\partial x^3} + We h_0^4 \frac{\partial^4 h^*}{\partial x^4} = 0 \quad (1)$$

式中： α 是波数，上标“*”代表扰动流参数，下标 0 表示稳定流参数。 Re 、 We 为雷诺数和韦伯数。 T 为稳定流无量纲剪切力， $T=T_M/Re^{1/3}$ ， $T_M=9^{1/3} \tau_{s0}/\rho(2g^2 v^2)^{1/3}$ 。扰动剪切力为 $\tau^* = \tau_R h^* + \tau_1 h_x^*/\alpha$ ， τ_R 和 τ_1 是剪切力扰动的法向和切向分量^[9]。

时域稳定性分析是通过假设在初始时刻，对距起始点的空间某一位置加一谐波扰动，分析该扰动随时间的变化规律。为此，设

$$h^* = A e^{[i\alpha(x-ct)+\beta t]} \quad (2)$$

式中： A 为扰动幅度， c 为波速， β 为扰动增长率。将式(2)代入方程(1)，可得

$$\beta^2 + \frac{12}{Re} \beta + \left(\frac{12}{5} Q_0 + \frac{T}{10}\right) \alpha^2 c - \alpha^2 c^2 + \alpha^4 We - \alpha^2 \left(\frac{6}{5} Q_0^2 - \frac{Q_0 T}{10} - \frac{T^2}{10} - \frac{12}{Re} \cos \theta + \frac{12}{Re} \frac{T\tau_1}{\alpha} + \frac{Q_0 \tau_R}{10} + \frac{T\tau_R}{15}\right) = 0 \quad (3)$$

$$\left(\frac{12}{5} Q_0 + \frac{T}{10}\right) \beta - 2c\beta - \frac{12}{Re} c - \left(\frac{Q_0}{10} + \frac{T}{15}\right) \alpha \tau_1 + \frac{12}{Re} (\sin \theta + 2Q_0 + T\tau_R) = 0 \quad (4)$$

将稳定流的体积流量与剪切力关系式 $Q_0 = \sin \theta + T$ 代入式(3)和(4)中，可得：

$$\beta^2 + 12\beta/Re + a_1 \left(\frac{a_1 \beta + a_2}{2\beta + 12/Re}\right) \alpha^2 - \left(\frac{a_1 \beta + a_2}{2\beta + 12/Re}\right)^2 \alpha^2 - a_3 \alpha^2 + \alpha^4 We = 0 \quad (5)$$

$$\left(\frac{12c/Re - a_2}{a_1 - 2c}\right)^2 + \frac{12}{Re} \left(\frac{12c/Re - a_2}{a_1 - 2c}\right) + \alpha^2 (a_1 c - c^2 - a_3) + \alpha^4 We = 0 \quad (6)$$

式中： $a_1 = 2.4 \sin \theta + 2.5T$ ； $a_2 = \frac{12}{Re} (3 \sin \theta + 2T + T\tau_R) - \left(\frac{\sin \theta}{10} + \frac{T}{6}\right) \tau_1 \alpha$ ； $a_3 = 1.2 \sin^2 \theta + 2.4T \sin \theta + T^2 - \frac{T}{10} \sin \theta + \left(\frac{\sin \theta}{10} + \frac{T}{6}\right) \tau_R + \frac{12}{Re} \frac{T}{\alpha} \tau_1 - \frac{12}{Re} \cos \theta$ 。

由式(2)可知： $\beta > 0$ ，扰动随时间呈指数增长，流动趋于不稳定； $\beta < 0$ ，扰动呈指数衰减，流动趋于稳定； $\beta = 0$ ，扰动随时间不变，为中性稳定状态，此时对应的波数称为临界波数 α_n 。

2 时域稳定性分析

为分析界面剪切力对液膜稳定性的影响，图 1~3 给出工质为水，扰动增长率在不同情况下的变化规律。图 1 为不同剪切力对垂直降膜稳定性的影响。该图表明：当 $\alpha < \alpha_n$ 时， $\beta > 0$ ， β 随 α 呈单驼峰形曲线变化，稳定性先减小后增大；当 $\alpha > \alpha_n$ 时， $\beta < 0$ ， β 随 α 增加逐渐下降，稳定性逐渐增大。这是因为在小波数时，重力的不稳定作用占优，此时 β 增长，当 α 增长到一定值时，表面张力开始占优势，于是 β 减小。而且图 1 表明，对应每一条稳定性曲线，均存在一最大扰动增长率 β_{max} 和临界波数 α_n ，正向剪切力使扰动增长率，最大扰动增长率和临界波数变大，促使流体趋于不稳定性，反向剪

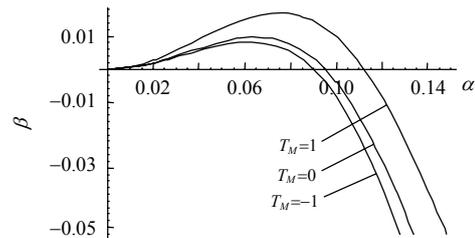


图 1 垂直液膜的扰动增长率随波数的变化 ($Re=20, \theta=90^\circ$)
Fig. 1 Effect of wave number on growth rate of vertical films ($Re=20, \theta=90^\circ$)

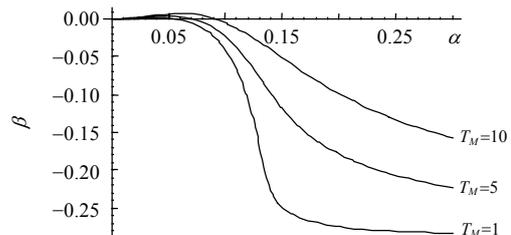


图 2 水平液膜的扰动增长率随波数的变化 ($Re=20, \theta=0^\circ$)
Fig. 2 Effect of wave number on growth rate of horizontal films ($Re=20, \theta=0^\circ$)

切力则起相反的作用。另外,当正向与反向剪切力大小相等时,正向剪切力对液膜稳定性的影响更大一些。

图2为剪切力对水平液膜稳定性的影响。该图表明,对于水平液膜,只有波数很小的长波的扰动增长率 $\beta > 0$,而大部分波的扰动都是衰减的,且 β 随 α 逐渐减小,稳定性逐渐增强;当剪切力较小时($T_M=1$), β 随波数增加先急剧下降,达到一定波数后降幅才有所减缓。而且剪切力越大, β 减小的速度越慢。另外,对比图2与图1可知,水平液膜的稳定性明显优于垂直降膜,这是因为重力在垂直降膜时起不稳定性作用而在水平降膜时起稳定性作用。

图3为波数 $\alpha=0.1$ 的波在不同雷诺数下的稳定性变化。该图表明,扰动增长率 β 随 Re 增加呈递增趋势,而且小 Re 的增幅速度大于高 Re 下的情形,这是因为在剪切力小 Re 下对流动影响更为明显的缘故。 $\beta=0$ 时对应的雷诺数为临界雷诺数 Re_n ,近似为20;当 $Re < Re_n$ 时, $\beta < 0$,流动稳定性增强;当 $Re > Re_n$ 时, $\beta > 0$,不稳定性增强。实验研究表明,当 $Re < 20$,液膜流动为表面无波动的平滑层流状态,外界附加的扰动对该流态的影响相对较小。当 $T_M=0$,即气液界面无剪切力作用的自由液膜时,本文所得结果与文献[1]所得结论完全吻合。另外,图3也表明,正向剪切力使 Re_n 减小,反向剪切力使 Re_n 增大。而且,在不同雷诺数下,对于同等大小的正向与反向剪切力,正向剪切力对表面波稳定性的影响更大一些。

图4为不同剪切力下的波速曲线。该图表明,在波数较小时,波速基本不变,在某一波数后,波速逐渐增大,即波长较大的波其波速基本保持不变,而短波的波长越短,其扰动的传播速度越大。在同一波数下,正向剪切力使波速变大,而反向剪切力使波速变小。并且,长波的传播速度受剪切力的影响比短波更为明显。当 $T_M=0$ 时,长波下的波

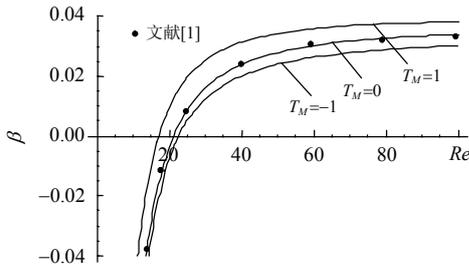


图3 扰动增长率随雷诺数的变化($\alpha=0.1, \theta=90^\circ$)
Fig.3 Effect of Reynolds number on growth rate ($\alpha=0.1, \theta=90^\circ$)

速为3,这与文献[17]的研究结果一致。

图5为波数 $\alpha=0.1$ 的波在不同剪切力下的临界雷诺数曲线。该图表明:随倾角 θ 增大,临界雷诺数 Re_n 逐渐减小,且在 $\theta < 30^\circ$ 内 Re_n 迅速减小,当 $\theta > 30^\circ$ 后逐渐平缓。正向剪切力使临界雷诺数曲线下移,液膜稳定性减弱;反向剪切力使临界雷诺数曲线上移,稳定性增强。

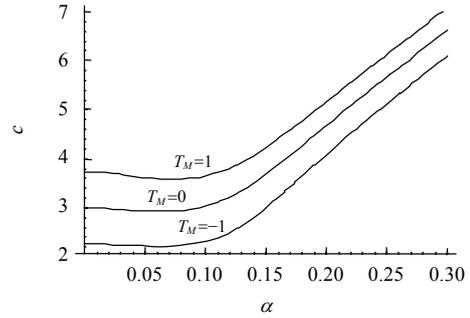


图4 波速随波数的变化($Re=20, \theta=90^\circ$)
Fig.4 Effect of wave number on wave velocity ($Re=20, \theta=90^\circ$)

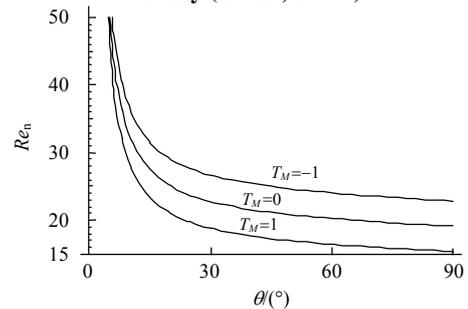


图5 临界雷诺数随倾角的变化($\alpha=0.1$)
Fig.5 Effect of inclination angle on critical Reynolds number ($\alpha=0.1$)

3 结论

1) 液膜不稳定性随波数呈单驼峰形曲线变化,稳定性随雷诺数增大逐渐减弱;在相同剪切力作用下,水平液膜的稳定性明显优于垂直降膜。

2) 正向剪切力为不稳定性因素,使液膜稳定性减弱;反向剪切力使表面波稳定性增强。在相同雷诺数下,对于同等大小的正向与反向剪切力,正向剪切力对液膜稳定性的影响相对显著。

3) 正向剪切力使临界波数、扰动增长率和最大扰动增长率增大,使临界雷诺数减小,反向剪切力则起相反的作用;正向剪切力使波速变大,反向剪切力使波速变小,长波的传播速度受剪切力的影响比短波的更大。

参考文献

[1] Alekseenko S V, Nakoryakov V E, Pokusaev B G. Wave formation

- on vertical falling liquid films[J]. *Int J Multiphase Flow*, 1985, 11(5): 607-627.
- [2] Sheintuch M, Dukler A E. Phase plane and bifurcation analysis of thin wavy films under shear[J]. *J AIChE*, 1989, 35(2): 177-186.
- [3] Yu L Q, Wasden F K, Dukler A E, et al. Nonlinear evolution of waves on falling films at high Reynolds numbers[J]. *Phys Fluids*, 1995, 7(8): 1886-1902.
- [4] Trifonov Y Y, Tselodub O Y. Nonlinear waves on the surface of a falling liquid film. Part 1 Waves of the first family and their stability[J]. *J Fluid Mechanics*, 1991, 229(20): 531-554.
- [5] 叶学民, 阎维平. 沿倾斜壁面下降的蒸发/冷凝液膜二维表面波的线性稳定性[J]. *西安交通大学学报*, 2002, 36(1): 25-29.
Ye Xuemin, Yan Weiping. Linear stability of the two-dimensional waves of evaporating/condensing film draining down an inclined plate[J]. *J Xi'an Jiaotong University*, 2002, 36(1): 25-29, 46(in Chinese).
- [6] 张丽春, 马同泽, 葛新石. 平面蒸发薄液膜的稳定性分析[J]. *中国科学技术大学学报*, 2002, 32(5): 618-626.
Zhang Lichun, Ma Tongze, Ge Xinshi. Analysis of the stability of evaporating thin films on flat[J]. *J University of Science and Technology of China*, 2002, 32(5): 618-626(in Chinese).
- [7] 叶学民, 阎维平. 蒸发、等温或冷凝薄液膜二维表面波的通用时空稳定性方程[J]. *中国电机工程学报*, 2004, 24(3): 200-205.
Ye Xuemin, Yan Weiping. Universal formulations of temporal and spatial stabilities of two-dimensional surface waves on evaporating isothermal or condensing liquid films[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2004, 24(3): 200-205(in Chinese).
- [8] Ye Xuemin, Yan Weiping. Linear temporal and spatial stability formulations of two-dimensional surface waves on evaporating, isothermal, or condensing liquid films[J]. *Heat Transfer-Asian Research*, 2005, 34(4): 243-257.
- [9] Aktershev S P, Alekseenko S V. Influence of condensation on the stability of a liquid film moving under the effect of gravity and turbulent vapor flow[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2005, 48(6): 1039-1052.
- [10] Gherhardt R, John R T. Experimental study on the onset of local dryout in an evaporating falling film on horizontal plain tubes[J]. *Exp Ther Fluid Sci*, 2007, 31(6): 483-493.
- [11] Cheng P J, Lai H Y, Chen C K. Stability analysis of thin viscoelastic liquid film flowing down on a vertical wall[J]. *J Physics D (Applied Physics)*, 2000, 33(14): 1674-1682.
- [12] Sisoev G M, Dandapat B S, Matveyev K S, et al. Bifurcation analysis of the travelling waves on a falling power-law fluid film[J]. *J Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2007, 141(2-3): 128-137.
- [13] Matar O K, Lawrence C J. The effect of surfactant on the flow of a thin liquid film over a spinning disc[J]. *Chem Eng Sci*, 2006, 61(4): 1074-1091.
- [14] Chen C I, Chen C K, Yang Y T. Nonlinear stability analysis of thin condensate falling film inside a rotating vertical cylinder[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2006, 49(3-4): 707-717.
- [15] Mohamed A M I. Flow behavior of liquid falling film on a horizontal rotating tube[J]. *Exp Ther Fluid Sci*, 2007, 31(4): 325-332.
- [16] Alekseenko S V, Nakoryakov V E. Instability of a liquid film moving under the effect of gravity and gas flow[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 1995, 38(11): 2127-2134.
- [17] Trifonov Y Y. Wave formation on a film flowing down inclined plane with account for phase transition and shear stress on the interface[J]. *J Applied Mechanics & Technical Physics*, 1996, 37(2): 109-119.
- [18] Miesen R, Boersma B J. Hydrodynamic stability of a sheared liquid film[J]. *J Fluid Mechanics*, 1995, 301(20): 175-202.
- [19] 王松岭, 张营, 李春曦, 等. 切应力作用下的液膜稳定性分析[J]. *中国电机工程学报*, 2007, 27(8): 104-108.
Wang Songling, Zhang Ying, Li Chunxi, et al. Stability analysis of liquid films under shear[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2007, 27(80): 104-108(in Chinese).
- [20] 叶学民, 张营, 王松岭, 等. 剪切波状液膜流动稳定性研究[J]. *中国电机工程学报*, 2007, 27(20): 103-106.
Ye Xuemin, Zhang Ying, Wang Songling, et al. Investigation on stability of sheared wavy liquid films[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2007, 27(20): 103-106(in Chinese).



李春曦

收稿日期: 2008-08-26。

作者简介:

李春曦(1973—), 女, 河北唐山人, 博士研究生, 副教授, 主要从事流体力学及流体机械的教学和科研工作, leechunxi@163.com;

王松岭(1954—), 男, 河北博野人, 教授, 博士生导师, 主要从事热力设备及大型回转机械的安全与运行及流体动力学理论与应用等方面的研究;

叶学民(1973—), 男, 河北邢台人, 男, 博士, 副教授, 主要从事流体动力学理论及应用和强化传热传质技术研究。

(责任编辑 王庆霞)