

# $s-d-g$ 模型中的四极算符与形变核能谱

吴 华 川

(苏州大学)

## 摘 要

本文在  $U(15)$  框架内讨论了偏离  $SU(3)$  极限的形变偶偶核能谱结构的变化趋势, 表明能谱结构主要由  $g$  玻色子贡献大小决定, 而且在偏离  $SU(3)$  极限处  $g$  玻色子的贡献减小。

## 一、引 言

Arima 与 Iachello 的相互作用玻色子模型 ( $U(6)$  模型<sup>[1]</sup>) 用  $s-d$  玻色子很好地描写了偶偶核的低集体态。然而, 一些实验数据表明, 对大形变核, 更高的激发方式—— $g$  玻色子不容忽视。 $g$  玻色子的引进, 使模型由  $U(6)$  扩展为  $U(15)$ <sup>[2-7]</sup>。用  $U(15)$  模型的  $SU(3)$  极限, 对大形变核能谱和跃迁的描述取得了一些成功。近来, J. Dukelsky、顾金南等人<sup>[8,9]</sup> 对一些非形变核能谱和跃迁的分析, 也为  $g$  玻色子的存在提供了佐证。于是, 系统地研究  $U(15)$  模型的各种极限、研究各种极限之间的过渡以及  $U(15)$  模型到  $U(6)$  模型的过渡问题, 引起了人们的兴趣。凌寅生<sup>[4]</sup> 曾对  $U(15)$  模型中几种可能的子群链的对称性进行过讨论, 但是, 除  $SU(3)$  子群链外, 对其他子群链的认识还很不充分; 而不同极限之间的过渡状态, 尚无人涉及。

由于  $U(15)$  模型远比  $U(6)$  模型复杂, 要系统地进行过渡区的研究, 目前还存在很大困难。本文的目标是研究  $SU(3)$  极限附近(即形变核的区域)能谱的变化规律, 特别是  $g$  玻色子对能谱的影响。Warner 和 Casten<sup>[10]</sup> 在研究  $U(6)$  模型  $SU(3)$  极限向  $SO(6)$  极限过渡时, 利用了改变四极算符内参数  $\chi$  的办法, 成功地描写了过渡区中的能谱与  $E 2$  跃迁。在我们的前一篇文章<sup>[11]</sup> 中, 用类似方法对  $U(15)$  模型中偏离  $SU(3)$  极限的  $E 2$  跃迁问题进行了研究。结果表明, 该方法在  $U(15)$  模型中也是有效的。该文中所用的  $E 2$  跃迁的算符一般形式为

$$T(E2) = (Q = )_{\alpha} \left\{ (d^{\dagger} \bar{s} + s^{\dagger} \bar{d})^{(2)} + R_0 \frac{(d + \bar{d})^{(2)}}{\sqrt{5}} + R_2 [(g^{\dagger} \bar{d} + d^{\dagger} \bar{g})^{(2)} - 1.236(g^{\dagger} \bar{g})^{(2)}] \right\}, \quad (1.1)$$

在  $SU(3)$  极限下,  $R_0 = -2.778$ ,  $R_2 = 1.286$ 。偏离  $SU(3)$  限时,  $R_2$  减小, 这与  $g$  玻色

子的贡献减小相应。因而,  $R_2$  可以在一定程度上作为偏离  $SU(3)$  极限的一个度量。本文拟继续采用 (1.1) 式的算符  $Q$ , 通过在  $SU(15) \supset SU(3) \supset SO(3)$  基<sup>[12]</sup>上进行的数值计算, 研究偏离  $SU(3)$  限时的能谱及分析  $g$  玻色子的影响。我们的着眼点不在于调参数去拟合某个具体的核, 而在于研究总的变化趋势。由于各能带带首的位置就决定了能谱的主要特点, 我们仅对各能带带首之间的关系进行计算及讨论。

## 二、 $Q$ 算符与能谱

$SU(3)$  极限下,  $U(15)$  模型之 Hamiltonian 为

$$H = -KQ \cdot Q - K'L \cdot L. \quad (2.1)$$

其中四极算符  $Q$  取 (1.1) 形式, 系数  $R_0$ 、 $R_2$  分别为  $-2.778$  与  $1.286$ 。  $L$  算符为

$$L = \sqrt{10} (d^+ \tilde{d})^{(1)} + \sqrt{60} (g^+ \tilde{g})^{(1)}. \quad (2.2)$$

当偏离  $SU(3)$  限时, 我们仍将系统的 Hamiltonian 取为 (2.1) 式的形式; 但由于偏离大形变区中心, 各种玻色子相对能量会发生变化, 因而算符  $Q$  内参数应作相应调整。原则上, 算符  $L$  内两项系数的比值也应相应改变。但当我们研究各带带首能量变化规律时,  $Q \cdot Q$  项的贡献才是主要的, 因而在偏离  $SU(3)$  限时, (2.1) 中  $L \cdot L$  项仍取为对角化的。

为讨论方便, 将  $Q$  算符改写为

$$Q = \alpha \left\{ (d^+ \tilde{s} + s^+ \tilde{d})^{(2)} + A_0 r_0 \frac{(d^+ \tilde{d})^{(2)}}{\sqrt{5}} + A_2 r_2 [(g^+ \tilde{d} + d^+ \tilde{g})^{(2)} - 1.236 (g^+ \tilde{g})^{(2)}] \right\} \quad (1.1a)$$

其中  $A_0$ 、 $A_2$  为常数, 值分别为  $-2.778$  和  $1.286$ 。在严格的  $SU(3)$  限下,  $r_0 = r_2 = 1$ ; 当偏离此极限时,  $r_0$ 、 $r_2$  由 1 向 0 变化。其中, 参数  $r_2$  标志着  $g$  玻色子贡献的大小。

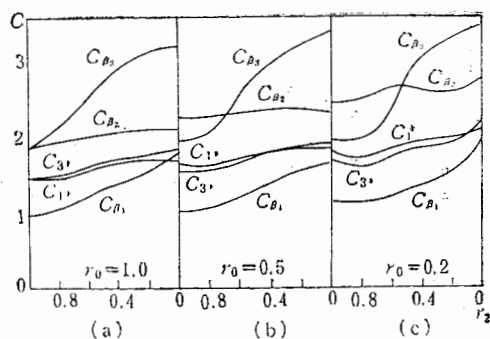
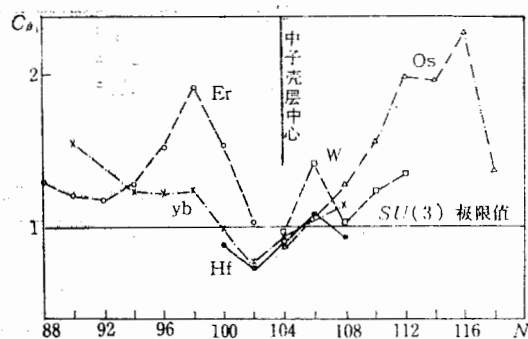
在  $SU(15) \supset SU(3) \supset SO(3)$  基<sup>[12]</sup>上, 对 (2.1) 的 Hamiltonian 进行对角化 ( $L \cdot L$  仍为对角项), 得到了各能带带首随参数  $r_0$ 、 $r_2$  的变化规律。Sakai 的最新偶偶核能带表<sup>[13]</sup>, 给出了大量的  $K^\pi = 0^+$  能带 (按带首能量依次称为  $g$  带,  $\beta_1$ 、 $\beta_2$  和  $\beta_3$  带, 其中  $\beta_1$  带即为通常的  $\beta$  带) 和  $K^\pi = 2^+$  的能带 ( $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  带, 其中  $\gamma_1$  带即为通常的  $\gamma$  带), 为检验理论提供了极好的机会。为了突出能谱结构的内在规律, 我们对  $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta_3$  带带首与  $\gamma_1$  带首能量比值进行理论与实验的对照。

图 1 给出了  $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta_3$  带和  $K^\pi = 1^+$ 、 $3^+$  能带带首与  $\gamma_1$  带带首能量的比值随参数  $r_0$ 、 $r_2$  变化的规律; 这些比值, 分别记为  $C_{\beta_1}$ 、 $C_{\beta_2}$ 、 $C_{\beta_3}$  和  $C_{1^+}$ 、 $C_{3^+}$ 。计算比值时, 分子分母对应能级的角动量取得一样, 例如

$$C_{\beta_1} = \frac{E_2 + (K^\pi = 0_2^+)}{E_2 + (K^\pi = 2_1^+)}; \quad C_{3^+} = \frac{E_4 + (K^\pi = 3^+)}{E_4 + (K^\pi = 2_1^+)}.$$

### 1. 计算结果的变化趋势

图 1 (a)、(b)、(c) 分别为  $r_0 = 1.0$ 、 $0.5$ 、 $0.2$  时, 诸  $C$  值随  $r_2$  变化的情形。  $r_0 = r_2 = 1$  为严格的  $SU(3)$  限。此时,  $\beta_1$  带与  $\gamma_1$  带简并 (即  $C_{\beta_1} = 1$ ),  $\beta_2$  带与  $\beta_3$  带简并<sup>[13]</sup> (即  $C_{\beta_2} =$

图 1 各能带带首与  $r_1$  带带首能量之比图 2 形变核  $\beta_1$  带与  $r_1$  带带首能量比值 ( $C_{\beta_1}$ )

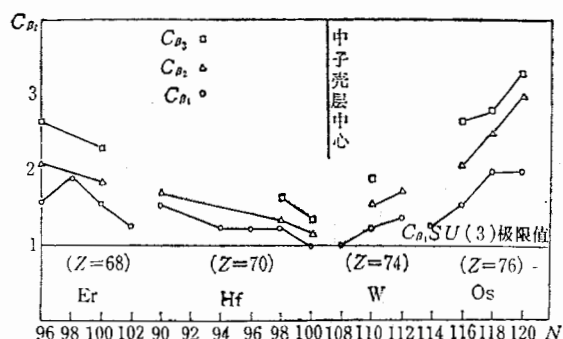
$C_{\beta_3}$ ),  $3^+$  带与  $1^+$  带简并<sup>[3]</sup>(即  $C_{1^+} = C_{3^+}$ )。随着  $r_0$  及  $r_2$  的减小, 各项比值几乎都是单调上升, 上述简并均被消除。由图 1 很容易看出, 参数  $r_2$  对各项比值的影响是主要的, 而  $r_2$  又是一个代表  $g$  玻色子对 Hamiltonian 贡献大小有关的参量。这说明, 在  $U(15)$  理论的框架中, 当偏离  $SU(3)$  限时, 能谱的结构主要由  $g$  玻色子的贡献大小决定。随着  $g$  玻色子贡献的减小, 诸  $\beta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 能带带首相对于  $r$  带的带首均呈上升趋势。

## 2. $C_{\beta_1}$ 、 $C_{\beta_2}$ 、 $C_{\beta_3}$ 与实验的比较

图 2 列出了稀土区 Er、Yb、Hf、W、Os 同位素中所有偶偶核<sup>[13]</sup>的  $\beta_1$  带带首能量与  $r_1$  带带首能量比值随中子数  $N$  变化的情形。图中上部的粗线, 表示中子壳层中心(我们可以把它当作最接近  $SU(3)$  极限处)。各组同位素  $C_{\beta_1}$  的值随  $N$  而变, 且有较大起伏(从壳模型观点看, 这显然与支壳层的填充有关)。但从总体上看, 还是存在明显的规律性。在中子壳层中心 ( $N = 104$ )  $C_{\beta_1}$  在 0.893~0.969 范围内, 非常接近于  $SU(3)$  极限的要求 ( $C_{\beta_1} = 1$ )。由中心向两侧展开时, 除少数核素的  $C_{\beta_1}$  有起伏外, 呈现基本对称的变化规律。当我们考察中子壳层中心附近的区域(形变核的区域), 这一规律就是: 离开中子壳层中心,  $C_{\beta_1}$  呈基本单调上升规律。图 2 中  $^{164-170}\text{Er}$ 、 $^{160-170}\text{Yb}$ 、 $^{182-186}\text{W}$  和  $^{184-190}\text{Os}$  基本遵守这一规律。与图 1 相对照, 可以看出, 当偏离壳层中心(相当于偏离形变区的中心), 体系的 Hamiltonian 若取 (2.1) 的形式, 则算符  $Q$  中的参数  $r_2$  应当减小, 方能使理论关于  $C_{\beta_1}$  的预言与实验相符。这相当于要求: 在形变区中心 ( $SU(3)$  极限处),  $g$  玻色子贡献最大; 偏离这一中心,  $g$  玻色子贡献减小。这在物理上讲, 是完全合理的: 当偏离形变中心时, 组态空间维数变小, 且  $d$ 、 $g$  玻色子能量差异加大, 因而由  $Q \cdot Q$  力而引起的  $d$ - $g$  玻色子转化更加困难, 故相应项对 Hamiltonian 的贡献亦应减小。

至于图 2 中  $C_{\beta_1}$  曲线中局部的起伏, 在 IBM 的框架下, 则可以通过选择微扰项的方法解释。

$C_{\beta_1}$  的理论预言与实验值变化趋势的这种符合, 也存在于  $C_{\beta_2}$  与  $C_{\beta_3}$  中。我们将  $^{164-170}\text{Er}$ 、 $^{160-170}\text{Yb}$ 、 $^{182-186}\text{W}$  和  $^{184-190}\text{Os}$  的  $C_{\beta_1}$ 、 $C_{\beta_2}$ 、 $C_{\beta_3}$  实验值列于图 3。与图 1 相对照,  $C_{\beta_2}$  与  $C_{\beta_3}$  的变化趋势, 也要求算符中参数  $r_2$  减小(同时参数  $r_0$  也应减小)。这与关于  $C_{\beta_1}$  的结论是一致的。这种一致性支持了方法的合理性, 即我们可以用 (2.1) 式的 Hamiltonian

图 3  $C_{\beta_1}$ 、 $C_{\beta_2}$ 、 $C_{\beta_3}$  值随  $N$  之变化

来描写上述形变区内的核,但要求,当偏离形变区中心时,参数  $r_2$  应当减小,即  $g$  玻色子的贡献应当减小。所以,我们又可将  $r_2$  视为体系与  $SU(3)$  极限偏离的一个度量。

### 3. $C_{1^+}$ 、 $C_{3^+}$

由图 1 可见,  $C_{1^+}$ 、 $C_{3^+}$  虽然随  $r_2$  减小而上升,但上升幅度不大(在 1.5—2.2 之间),且  $K^\pi = 1^+$ 、 $3^+$  能带带首总应处于  $\beta_2$ 、 $\beta_3$  带首之下。在少数形变核中(如  $^{168}\text{Er}$ 、 $^{176}\text{Hf}$ ) 的确观测到合于上述要求的  $K^\pi = 1^+$  或  $3^+$  能带;但大多数形变核中,尚未观测到这种能带。作为  $U(15)$  模型所特有的能带,对于模型的检验是十分关键的。在稀土区中的形变核集体谱中,规律性是相当明显的,许多参数也呈现出平滑的变化趋势,因而我们有理由期望,随着实验技术的发展,有可能在  $^{168}\text{Er}$ 、 $^{176}\text{Hf}$  等的邻近核中找到符合上述要求的  $K^\pi = 1^+$ 、 $3^+$  能带。若这种寻找失败的话,要么应当修改  $U(15)$  模型,要么应当寻找其他形式的 Hamiltonian 来描写形变区的非  $SU(3)$  极限核。

## 三、讨 论

上节关于  $C_{\beta_1}$ 、 $C_{\beta_2}$ 、 $C_{\beta_3}$  的理论计算与实验的对照表明,在形变区,体系仍可用  $Q \cdot Q$  相互作用来描写,只须改变算符  $Q$  内的参数  $r_2$ : 当偏离形变区的中心,  $r_2$  减小。这表明,在  $SU(3)$  极限处,  $g$  玻色子贡献最大;当偏离这一极限时,  $g$  玻色子的贡献减小。因此,在  $SU(3)$  限附近的形变区,核能谱的结构主要由代表  $g$  玻色子贡献大小的参数  $r_2$  确定。

必须指出,由于  $U(15)$  模型中的计算远比  $U(6)$  模型复杂,因而计算不能在全空间进行。当离  $SU(3)$  限较远时,误差就较大。所以上述讨论,从总体上看是定性的,但在偏离  $SU(3)$  限不远处,还是可以定量计算的。

作者对周孝谦先生的有益讨论表示感谢。本工作是由中国科学院科学基金资助的。

## 参 考 文 献

- [1] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **99**(1976), 253; **111**(1978), 201; **123**(1979), 468.  
 [2] R. D. Rátna Raju, *Phys. Rev.*, **C23**(1981), 518.

- [ 3 ] H. C. Wu, *Phys. Lett.*, **B110**(1982), 1.
- [ 4 ] 凌寅生, 高能物理与核物理, **6**(1982), 77.
- [ 5 ] X. Q. Zhou and H. C. Wu, *Nucl. Phys.*, **A421**(1984), 159c.
- [ 6 ] H. C. Wu and X. Q. Zhou, *Nucl. Phys.*, **A417**(1984), 67.
- [ 7 ] A. Akiyama, Private Communication.
- [ 8 ] J. Dukelsky, et al., *Phys. Rev.*, **C28**(1983), 2183.
- [ 9 ] 顾金南, 凌寅生和高元义, 高能物理与核物理, **6**(1982), 453.
- [ 10 ] D. D. Warner and R. F. Casten, *Phys. Rev.*, **C25**(1982), 2019; *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 1385.
- [ 11 ] 吴华川, 高能物理与核物理, **9**(1985), 229.
- [ 12 ] H. C. Wu and J. Q. Chen, Preprint.
- [ 13 ] M. Sakai, Tables of Members of Quasi-Bands, INS-REP-493, University of Tokyo, 1984.

## THE QUADRUPOLE OPERATOR IN $s-d-g$ MODEL AND THE SPECTRUM OF DEFORMED NUCLEI

WU HUA-CHUAN

(Suzhou University)

### ABSTRACT

In this paper, the spectrum variation of the deformed even-even nuclei which deviate from the  $SU(3)$  limit of the  $U(15)$  model is discussed. It is shown that the probability of the  $g$ -boson is crucial for some features of the spectrum structure.