

Wiggler 磁场聚焦带状电子注*

王同波, 段兆云, 王战亮, 郭先奎, 魏彦玉, 王文祥, 官玉彬

(电子科技大学 物理电子学院 大功率微波电真空器件技术重点实验室, 成都 610054)

摘 要: 带状电子注在螺线管磁场作用下传输时, 易形成 Diocotron 不稳定性, 导致电子注崩溃。采用 Wiggler 磁场聚焦带状电子注能防止 Diocotron 不稳定性。研究了 Wiggler 磁场聚焦带状注的作用机理, 得出带状电子注在 Wiggler 场作用下的包络方程。结合理论分析, 使用 3 维粒子模拟程序对带状电子注的 Diocotron 不稳定性和 Wiggler 磁场抑制不稳定性分别进行了模拟。研究表明: 合适的选择磁场大小和周期能有效抑制 Diocotron 不稳定性, 使得设计带状电子注行波管成为可能。

关键词: 带状电子注; Wiggler 磁场; Diocotron 不稳定性; 粒子模拟

中图分类号: TL501.5 **文献标志码:** A

随着电子对抗、卫星通信、加速器等对高功率毫米波器件需求的提高, 人们迫切需要寻求一种大电流的电子注源, 而带状电子注就是其中最为重要的一种。带状电子注器件具有许多优点^[1-2]: (1) 可以以较小的横向尺寸来传输较大的电流; (2) 可以大大降低空间电荷效应; (3) 有利于扩大互作用区域, 对于给定的功率, 可以大大减小射频电场强度, 从而减小器件被击穿的危险; (4) 由于横向尺寸小, 因而非常适合作毫米波器件的电子源。当然带状电子注也存在一个明显的缺点, 1956 年, 贝尔电话公司的 C. C. Cutler 发现带状电子注在螺线管中传输时, 会产生 Diocotron 不稳定性^[3-6], 导致其不能很好地用于电真空器件。所谓的“Diocotron”不稳定性是指在磁聚焦系统中随着电子注的传输, 电子注会扭曲和分裂, 产生这种现象的物理机理是: 由于在片状电子注的顶部和底部处 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 速度削减 (\mathbf{E} 是指横向的空间电荷场, \mathbf{B} 是指聚焦磁场), 导致了电子注的扭曲和分裂。直至 20 世纪 90 年代初, 马里兰大学采用 Wiggler 磁场可以抑制 Diocotron 不稳定性^[7], 并将 Wiggler 磁场应用于自由电子激光中, 取得了较好的结果。最近, 洛斯·阿拉莫斯国家实验室采用 Wiggler 聚焦带状电子注设计行波管, 以期在 94 GHz 取得带宽 10% 脉冲功率 MW 级的微波输出^[8]。本文研究了 Wiggler 磁场聚焦带状电子的理论, 利用 PIC 软件模拟了 Diocotron 不稳定性的产生^[9-10], 并研究了不同参数下 Wiggler 磁场聚焦带状电子注。

1 Wiggler 磁场聚焦带状注理论

Wiggler 磁场的结构如图 1 所示, 磁场由上下磁极相对并且周期排列的磁块组成, 电子注沿 z 向传输, 其非零磁场分布为

$$B_y = B_w \cosh(k_w y) \cos(k_w z) \quad (1)$$

$$B_z = B_w \sinh(k_w y) \sin(k_w z) \quad (2)$$

式中: $k_w = 2\pi/l_w$, l_w 是 Wiggler 磁场周期长度; B_w 是 Wiggler 磁感应强度。

1.1 Wiggler 磁场聚焦机理

当电子沿着 z 向运动的时候, 作切割上下磁极之间的磁力线运动, 受到向内的力, 产生一个指向里面的速度, 电子向里运动, 同时沿着 z 轴向右传输, 当到达磁极之间的时候, 由向里的运动切割左右磁极之间的磁力线。带状电子注上面的电子切割左右磁极之间的磁力线, 受到向下聚焦力, 产生向下的速度; 带状电子注下面的电子切割左右磁极之间的磁力线, 受到向上的聚焦力, 产生向上的速度; 通过设置合理的周期长度和磁场峰值大小, 可以使得聚焦力和空间电荷力平衡, 此时可以克服带状电子注的 Diocotron 不稳定性, 使带状电子注有效传输。

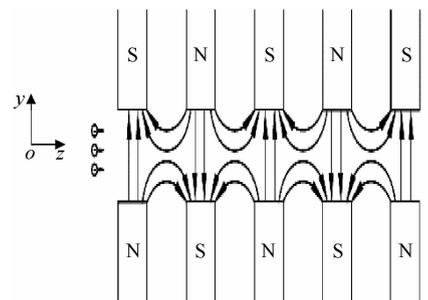


Fig. 1 Profile of Wiggler-field

图 1 Wiggler 磁场侧面图

* 收稿日期: 2008-01-08; 修订日期: 2008-09-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(60601007, 60532010); 电子科技大学青年基金重点项目(JX05018)

作者简介: 王同波(1982—), 男, 硕士研究生, 从事电磁理论、计算电磁学、行波管方面的研究; ybgong@uestc.edu.cn.

1.2 Wiggler 磁场聚焦理论分析

在 Wiggler 磁场中,电子的运动方程为

$$d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3)$$

式中: \mathbf{p} 为动量,在相对论情况下, $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$, γ 为洛仑兹因子, $\gamma = 1/(1 - \beta^2)^{1/2}$,而 $\beta = v/c$ 是粒子速度与真空中光速之比。

在笛卡尔坐标系下,有

$$\frac{d}{dt}(\gamma m \dot{x}) = \dot{\gamma} m \dot{x} + \gamma m \ddot{x} = q(E_x + \dot{y}B_z - \dot{z}B_y) \quad (4)$$

假设带状电子注横截面上具有很大的横纵比,则可以忽略在 x 方向上的空间电荷力,所以

$$\gamma m \frac{d\dot{x}}{dt} = e(\dot{y}B_z - \dot{z}B_y) = e(-\dot{y} \frac{\partial A_x}{\partial x} - \dot{z} \frac{\partial A_x}{\partial z}) = -e \frac{d}{dt} A_x \quad (5)$$

得到

$$\dot{x} = -\frac{e}{m\gamma} A_x = \frac{e}{m\gamma} \frac{B_w}{k_w} \cosh(k_w y) \cosh(k_w z) \quad (6)$$

将 Wiggler 磁场表达式(1)和(2)代入 $\ddot{y} = e/m\gamma(v_z B_x - v_x B_z) + F_{\text{air}}/m\gamma$,得到

$$\ddot{y} = -\left(\frac{e}{m\gamma}\right)^2 \frac{B_w^2}{k_w} \sinh(k_w y) \cosh(k_w y) \cos^2(k_w z) + F_{\text{air}}/m\gamma \quad (7)$$

当带状电子注厚度非常小的时候,利用近似 $\cosh(k_w y) \approx 1$, $\sinh(k_w y) \approx k_w y$,并且在发射度占主导的带状注中,忽略了其空间电荷力,从而得到 Mathieu 方程

$$\ddot{y} + \left(\frac{e}{m\gamma}\right)^2 B_w^2 \cos^2(k_w z) y = 0 \quad (8)$$

对其在一个周期内进行周期积分,得到

$$\ddot{y} = -y \frac{B_w^2}{2} \left(\frac{e}{m\gamma}\right)^2 = -y K \beta^2 c^2 \quad (9)$$

其中 $K = (B_w^2/2)(e/mc\gamma\beta)^2$ 为聚焦波数。

定义均方根束尺寸为: $X = \langle x^2 \rangle^{1/2}$, $Y = \langle y^2 \rangle^{1/2}$,则可对 Y 进行轴向求导得到垂直包络方程。由 $Y^2 = \langle y^2 \rangle$ 求导得到 $2YY' = \langle 2yy' \rangle$,即 $Y' = \langle yy' \rangle / Y$ 。对轴向场进行二次求导得到 $YY'' + Y'^2 = \langle yy'' \rangle + \langle y'^2 \rangle$,整理可以写成

$$Y'' = \frac{\langle yy'' \rangle}{Y} + \frac{\epsilon_y^2}{Y^3} \quad (10)$$

其中 $\epsilon_y^2 = \langle y^2 \rangle \langle y'^2 \rangle - \langle yy' \rangle^2$ 是非规一化发射度的平方。

对于横截面为椭圆形的带状电子注^[6],有

$$E_x = \frac{m}{e} \left(\frac{e\rho}{\epsilon_0 m}\right) \frac{Y}{X+Y} x, \quad E_y = \frac{m}{e} \left(\frac{e\rho}{\epsilon_0 m}\right) \frac{X}{X+Y} y \quad (11)$$

式中: ρ 是椭圆束的均匀密度。代入式(7),得到带状注的包络方程为

$$Y'' = -Y \left(\frac{e}{\beta c m \gamma}\right)^2 \frac{B_w^2}{2} + \frac{I/I_A}{\gamma^3 \beta^3} \frac{1}{X+Y} + \frac{\epsilon_y^2, \text{norm}}{Y^3 \gamma^2 \beta^2} \quad (12)$$

采用带状电子注的参数为:电压为 10 kV,电流为 2.6 A,电子注横截面尺寸为 10 mm × 2 mm。根据电子运动的包络方程,采用 Runge-Kutta 法对上述微分方程进行数值计算,得到单粒子运动轨迹如图 2 所示。可以看出,在 Wiggler 磁场作用下,电子作规则的起伏运动,从而说明 Wiggler 磁场可以抑制 Diocotron 不稳定性。

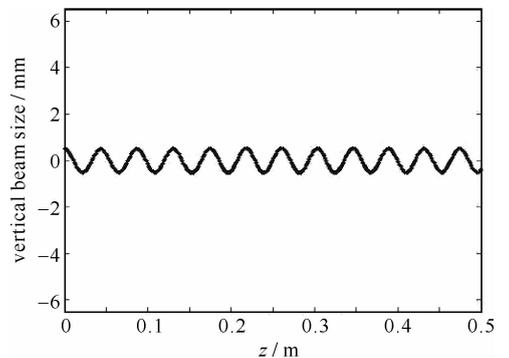


Fig. 2 Single-particle trajectory

图 2 单粒子运动轨迹

2 Diocotron 不稳定性粒子模拟

本文使用 PIC 粒子模拟程序模拟 Diocotron 不稳定性,选取模拟结构的横截面上宽 x 为 1 cm,高 y 为 2

cm, 纵向传输距离 z 为 100 cm。电子注高为 0.2 cm, 电压为 10 kV, 电流为 2.6 A。图 3 为模拟结构的截面图, 图 4 是电流密度沿 x 方向上的分布图。

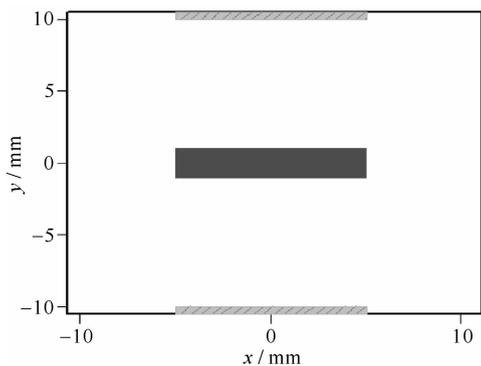


Fig. 3 Simulation geometry

图 3 模拟结构图

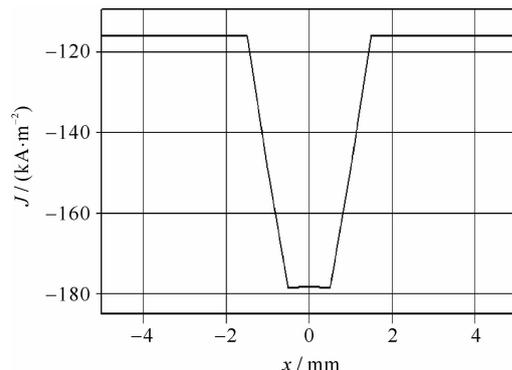


Fig. 4 Current density along x -axis

图 4 电流密度沿 x 的分布

假定模拟结构中存在纵向均匀磁场 B_z , 磁场强度是 0.07 T。图 5 是电子注在纵向不同位置的截面图, 其中图 5(a)~(i) 对应纵向 L 分别为 1.0, 2.0, 3.2, 4.0, 8.0, 20.5, 48.0, 70.0 和 90.5 cm 各处位置。可以看出, 电子注在横截面上逐渐旋转, 缠绕, 并最终形成了一个椭圆状的“细丝”; 图 6 是电子注侧面图, 从 yz 平面图可以看到均匀磁场所导致的振荡; 电子注最后在 xz 平面已经不连续, 由此可以得出结论: 电子注在 z 方向已经断裂。结合横截面图 6, 能得出电子注形成细丝并且崩溃, 已不再适合作高功率毫米波器件的电子注源。

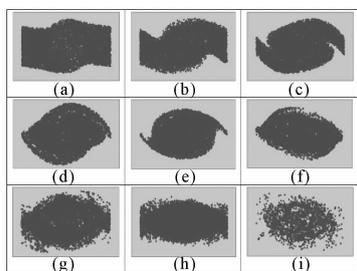


Fig. 5 Section of Diocotron instability along z -axis under uniform magnetic-field (0.07 T)

图 5 Diocotron 不稳定性的横截面图

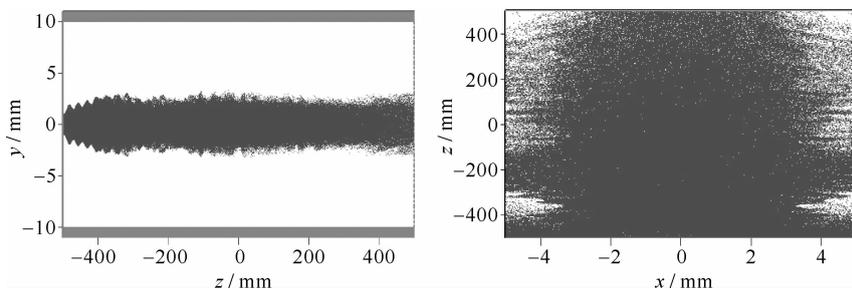


Fig. 6 Diocotron-mode profile under z -axis uniform magnetic-field (0.07 T)

图 6 Diocotron 模的侧面图

3 Wiggler 磁场聚焦带状注粒子模拟

采用相同电子注参数, 将图 6 中所加纵向均匀磁场变换为 Wiggler 磁场, 模拟 Wiggler 磁场聚焦带状电子注的情形。图 7 是得到的是电子注在纵向不同位置的截面图, 纵向位置也同上所述。图 8 为其侧面图。从图中可以看出电子注的形状基本上保持不变, 并在 xz 平面内连续, 说明电子注得到了良好的聚焦。由此可以得到这样的结论: 利用 Wiggler 磁场能够有效地抑制 Diocotron 不稳定性, 聚焦带状电子注, 使带状电子注稳定传输。

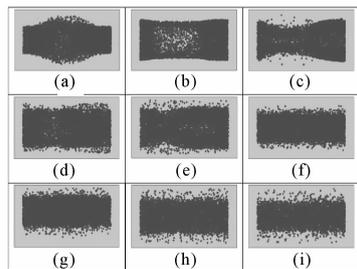


Fig. 7 Section of sheet electron beam along different z -axis position focused by 0.07 T

图 7 0.07 T Wiggler 磁场聚焦带状电子注

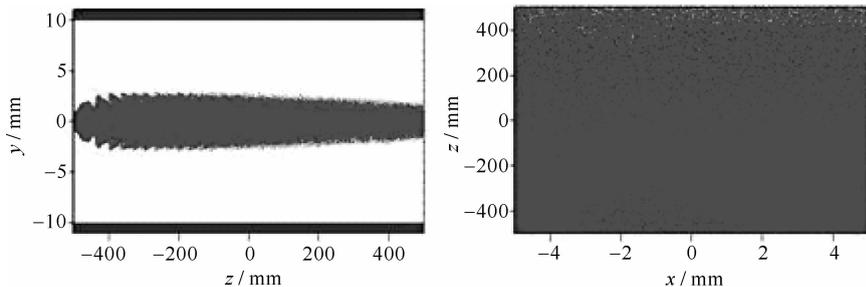


Fig. 8 Profile of sheet electron beam focused by Wiggler-field (0.07 T)

图 8 0.07 T Wiggler 磁场聚焦带状电子注侧面图

3.1 磁场峰值大小对 Diocotron 不稳定性的影响

图 9 将磁场振幅增加为 0.1 T, 其它参数不变得到的聚焦图。从横截面图中看出, 适当增加 Wiggler 磁场可以更好地抑制电子注在 y 方向的扩散, 从侧面图可知电子注在被压缩的时候变得更窄了, 因此能够更好地抑制 Diocotron 不稳定性。因为磁场增加, 而电子注参量没有改变, 也就是说空间电荷力没有改变。磁场和空间电荷力需要平衡, 所以侧面包络会变窄。从其 yz 侧面图就可以看出该变化。

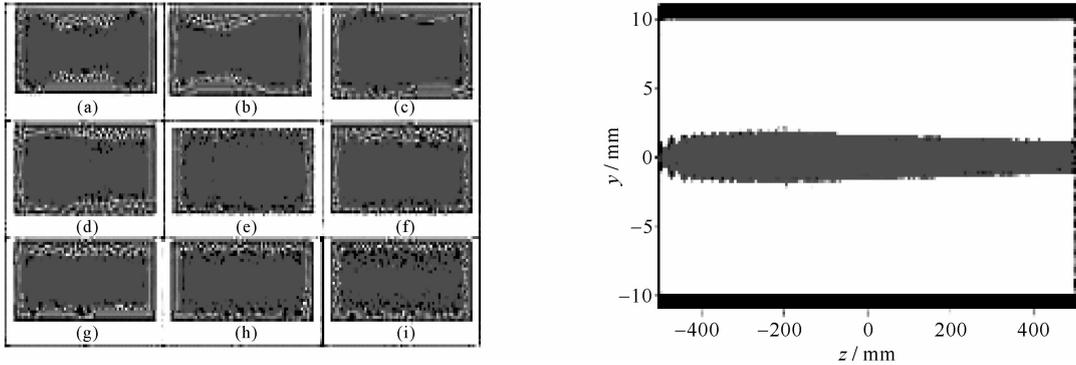


Fig. 9 Sheet electron beam focused by Wiggler-field (0.1 T)

图 9 0.1 T Wiggler 磁场聚焦带状电子注

3.2 磁场周期大小对 Diocotron 不稳定性的影响

将 Wiggler 磁场中的 k_w 增大一倍, 即周期 l_w 减小一半。得到横截面图和侧面图如图 10 所示。从图中可以看到, 电子注横截面图比图 7 中更加集中均匀, 电子注在 y 方向也得到更好的聚焦, 说明电子注得到了更有效的传输。因此, 适当减小周期可以提高 Wiggler 磁场的聚焦性能。

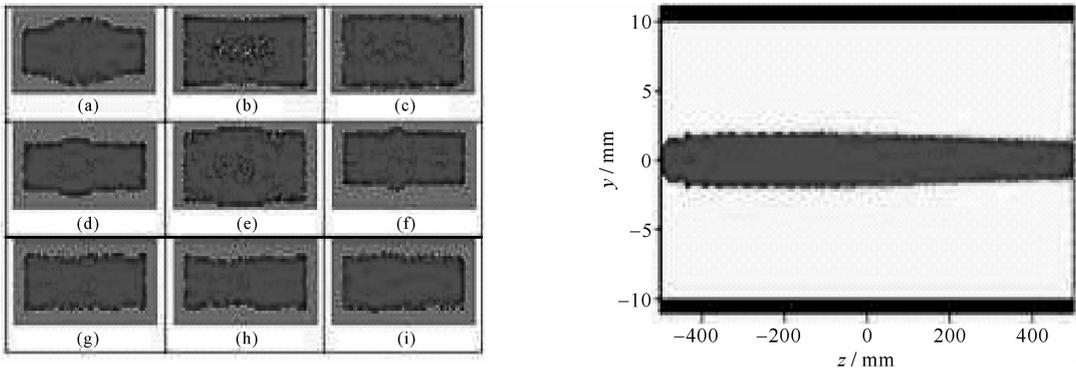


Fig. 10 Section and yz -plane profile of sheet electron beam focused by Wiggler-field with half-period

图 10 Wiggler 周期减半时聚焦带状电子注

4 结 论

带状电子注在传输过程中易产生 Diocotron 不稳定性, 限制了带状电子注在电真空器件中的应用。本文分析了 Wiggler 磁场聚焦带状电子注的作用机理, 利用粒子模拟的方法, 模拟了带状电子注在传输过程中的 Diocotron 不稳定性。采用 Wiggler 磁场来实现带状电子注的聚焦, 并讨论了磁场强度和周期大小对 Wiggler 聚焦性能的影响。研究表明: Wiggler 磁场能够聚焦带状电子注, 并且通过适当改变磁场强度和周期大小, 能够提高聚焦性能。所以在设计带状电子注电真空器件中应考虑适当选用磁场强度较大和周期较小的 Wiggler 磁场来聚焦带状电子注。

参考文献:

- [1] Booske J H, Destler W W, Segalov Z, et al. Propagation of Wiggler focused relativistic sheet electron beams[J]. *J Appl Phys*, 1988, **64** (6):6-11.
- [2] Carlsten B E, Russell S J, Earley L M, et al. Technology development for a mm-wave sheet-beam traveling-wave tube[J]. *IEEE Trans Plasma Sci*, 2005, **33**(1):85-93.
- [3] Buneman O. Ribbon beams[J]. *Electron Control*, 1957, **3**:507-509.

- [4] Booske J H, McVey B D, Antonsen T M Jr. Stability and confinement of nonrelativistic sheet electron beams with periodic cusped magnetic focusing[J]. *J Appl Phys*, 1993, **73**(9):4140-4155.
- [5] 王战亮. 带状电子注 Diocotron 不稳定性研究[D]. 成都:电子科技大学, 2006:7-14. (Wang Z L. Diocotron mode in sheet electron beam. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2006:7-14)
- [6] Kyhl R L, Webster H F. Breakup of hollow cylindrical electron beams[J]. *IRE Trans Electron Devices*, 1956, **3**:172-183.
- [7] Radaek D J, Booske J H, Carmel Y, et al. Wiggler focused relativistic sheet beam propagation in a planar free-electron laser configuration[J]. *J Appl Phys*, 1989, **55**(20):2069-2071.
- [8] Humphries S Jr, Russell S J, Calsten B, et al. Focusing of high-perveance planar electron beams in miniature Wiggler magnet array[J]. *IEEE Trans Plasma Sci*, 2005, **33**(2):882-891.
- [9] 周俊, 祝大军, 刘大刚, 等. 粒子模拟中波导激励源的设计与实现[J]. 强激光与粒子束, 2006, **18**(12):2019-2024. (Zhou J, Zhu D J, Liu D G, et al. Design and realization of waveguide excitation source in particle-in-cell simulation. *High Power Laser and Particle Beams*, 2006, **18**(12):2019-2024)
- [10] 刘大刚, 祝大军, 周俊, 等. 3 维电磁粒子模拟程序设计[J]. 强激光与粒子束, 2006, **18**(1):110-114. (Liu D G, Zhu D J, Zhou J, et al. Design of 3D particle-in-cell software. *High Power Laser and Particle Beams*, 2006, **18**(1):110-114)

Focusing sheet electron beam by Wiggler-field

WANG Tong-bo, DUAN Zhao-yun, WANG Zhan-liang, GUO Xian-kui,

WEI Yan-yu, WANG Wen-xiang, GONG Yu-bin

(School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: Transporting in solenoid magnetic fields, sheet electron beams tend to manifest Diocotron instability, which could lead to collapse of beam propagation. Wiggler-field can be used to focus sheet electron beam and prevent Diocotron instability. The theory of the Wiggler-field focusing sheet electron beams was analyzed, and the corresponding beam envelope was gotten. Using 3D PIC program, the formation of Diocotron instability a Wiggler-field focusing sheet electron beam was simulated. Results show that Wiggler-field design, such as increasing the inagnitude and reducing the period properly, would restrain Diocotron instability. This might make the sheat-electron-beam travelling wave tube possible.

Key words: sheet electron beam; Wiggler-field; Diocotron instability; particle-in-cell