

基于分形理论的核动力管道 腐蚀坑深度预测模型研究

陈永红¹, 张大发¹, 王悦民², 徐水来³

(1. 海军工程大学 核能科学与工程系, 湖北 武汉 430033; 2. 海军工程大学 动力工程系, 湖北 武汉 430033;
3. 92335 部队, 福建 宁德 352103)

摘要:针对核动力管道腐蚀环境的复杂性和腐蚀过程的随机性, 利用分形理论, 建立了腐蚀坑深度预测模型, 通过模型对核动力管道的最大腐蚀坑深度和不大于允许腐蚀深度 r_d 的概率进行了预测研究。为进一步提高预测精度, 对非线性方程进行了线性化处理。计算结果证明, 利用分形理论对腐蚀坑深度进行预测是可行的, 同时通过对核动力管道的最大腐蚀坑深度的预测, 对分析腐蚀管道的可靠性和安全性及了解核动力管道的性能具有一定的意义。

关键词:分形理论; 腐蚀坑深度; 预测; 管道

中图分类号: TP301

文献标志码: A

文章编号: 1000-6931(2009)08-0673-05

Corrosion Pit Depth Prediction Model of Nuclear Power Pipeline Using Fractal Theory

CHEN Yong-hong¹, ZHANG Da-fa¹, WANG Yue-min², XU Shui-lai³

(1. Department of Nuclear Science and Engineering, Navy University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. Department of Power Engineering, Navy University of Engineering, Wuhan 430033, China;

3. Troop of 92335, Ningde 352103, China)

Abstract: Because of the complexity of corrosion environment and stochastic corrosion process of nuclear power pipeline, a prediction model of corrosion pit depth was established based on fractal theory, and the model was used to predict the maximum corrosion pit depth and the probability of depth no more than r_d . In order to improve the precision, the nonlinear equation was linearized in the prediction process. The calculated results indicate that using fractal prediction model to predict the corrosion pit depth is feasible, and the prediction results are helpful for analyzing the reliability and security of corrosion pipeline, and mastering the performance of corrosion pipeline.

Key words: fractal theory; corrosion pit depth; prediction; pipeline

腐蚀坑深度是反映管道腐蚀的一个参数, 也是核动力系统研究中非常重要的课题, 因

其直接影响到核动力管道的工作性能,是核动力系统可靠性和安全性的重要体现。管道腐蚀是一复杂的随机过程,也是一门涉及到电化学、物理学和材料学等学科的综合研究课题,因此,腐蚀坑深度模型研究是管道腐蚀研究课题中的一个重点。由于核动力管道处于高温、高压、辐照等复杂的环境中,很难从管道腐蚀机理上对它进行系统的研究^[1]。近年来,基于各种理论的工程模型被广泛应用到管道腐蚀坑深度的研究中,如模糊数学、灰色理论、神经网络等理论,应用这些工程预测模型对管道腐蚀坑深度的研究均取得较好的研究成果,但也存在某些缺点^[2]。

分形理论是20世纪70年代由法国数学家Mandelbrot提出来的,它是描述复杂系统、解决非线性问题的重要工具。分形理论研究和揭示了复杂的自然和社会现象中所隐藏的规律性、层次性和自相似性,并在许多领域,诸如数学、物理、化学、生物、经济、管理、社会等学科均得到了广泛应用^[3]。本工作利用分形理论,在已有研究成果的基础上,对管道腐蚀坑深度预测模型进行研究。

1 腐蚀坑深度预测模型

1.1 腐蚀坑深度分布函数

管道腐蚀是一复杂的随机过程。对于腐蚀环境相同的某一腐蚀管道,基于统计学的思想,若选取的腐蚀坑深度样本足够多,则能得出整个管道的腐蚀坑深度分布特点。对于小样本空间,由于它与大样本空间存在统计学上的自相似性关系,根据分形几何理论的思想^[4-5],可利用实验得到的小样本对整个管道的腐蚀坑深度分布模型进行研究,同时,根据子样本估计总体的分布函数也是统计学要解决的重要问题^[6]。

假设在腐蚀环境相同的某一腐蚀管道上,对于观测面积为 s 的管道上的 N 个腐蚀坑深度样本数据 $\{x_i, 1 \leq i \leq N\}$,得到腐蚀坑深度分布模型的主要方法是利用已有的分布模型对它进行拟合计算^[4,7]。本工作利用广义极值分布(GEV)作为腐蚀坑深度分布的近似模型,利用它去拟合样本数据的经验累计分布函数,GEV分布的累计概率分布函数表达式为:

$$F(x) = \exp\{-[1 - k(x - \mu)/\alpha]^{\frac{1}{k}}\} \quad (1)$$

$$kx \leq \alpha + \mu k$$

其中: x 为腐蚀坑深度; μ 和 α 分别为位置和尺度参数; k 为形状参数,具有特殊的性质(当 $k=0$ 时, $F(x)$ 为Gumbel分布;当 $k<0$ 时, $F(x)$ 为Cauchy分布;当 $k>0$ 时, $F(x)$ 为Weibull分布)。

根据腐蚀坑深度样本数据,利用最大似然法对以上分布模型的参数进行优化拟合,即可得到样本数据的分布模型。这样,可利用得到的分布函数随机产生的腐蚀坑数据代替总体的腐蚀坑深度进行研究。

1.2 统计分形模型

对于分形分布,一般可用幂级数分布定义,有:

$$N(r) \propto r^{F(D)} \quad (2)$$

其中: r 为尺度基准,可为时间、长度、面积等,本工作中表示长度; $N(r)$ 为基于尺度基准所测得的对象的数量; $F(D)$ 即为分形维数函数, D 为分形维数。

统计分形模型可表示为:

$$N(r) = Cr^{\pm D} + \varepsilon \quad r > 0 \quad (3)$$

其中: C 为比例常数; ε 为均值为0的独立随机变量。

式(3)可分为如下两个子模型:

$$N(\leq r) = Cr^D + \varepsilon \quad r > 0 \quad (4)$$

$$N(> r) = Cr^{-D} + \varepsilon \quad r > 0 \quad (5)$$

对式(4)两边取对数进行计算,则可得到:

$$\lg N(r) = D \lg r + \lg C \quad (6)$$

对式(4),假设最大腐蚀坑深度为 r_{\max} ,根据观测面积为 s 的管道上的 N 个样本腐蚀坑数据,即可对面积为 s 的管道上的最大腐蚀坑深度 r_{\max} 进行预测,此时,最大腐蚀坑深度在 $\lg N(r) - \lg r$ 图中的位置如图1所示。

若对式(6)进行线性回归,求得参数值为 C_1 、 D_1 ,则根据式(6)可得:

$$r_{\max} = \exp\left(\frac{\lg N - \lg C_1}{D_1}\right) \quad (7)$$

r_{\max} 在 $N(r) - r$ 图中的位置如图2所示。同样,如果对式(4)进行非线性回归,求得参数值为 C_2 、 D_2 ,则根据式(4)可得:

$$r_{\max} = \left(\frac{N}{C_2}\right)^{\frac{1}{D_2}} \quad (8)$$

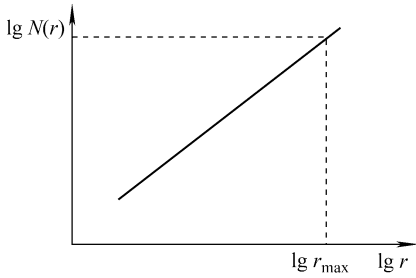


图1 r_{max} 在 $\lg N(r)$ - $\lg r$ 图中的位置

Fig. 1 r_{max} position in $\lg N(r)$ - $\lg r$

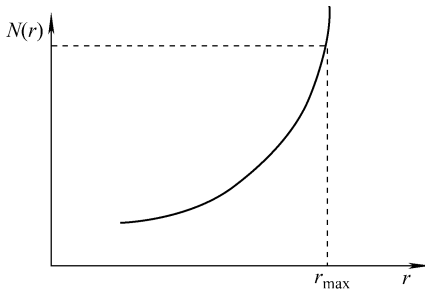


图2 r_{max} 在 $N(r)$ - r 图中的位置

Fig. 2 r_{max} position in $N(r)$ - r

根据图 1、2, 还可计算出面积为 s 的管道上 N 个样本腐蚀坑深度不大于 r_d 的概率 $P(r \leq r_d)$ 为:

$$P(r \leq r_d) = \frac{N(r \leq r_d)}{N} = \frac{C \cdot r_d^D}{N} \quad (9)$$

因此, 根据随机腐蚀坑深度分布发生器所产生的数据, 计算出 C 和 D , 就可根据式 (7)、(8) 和 (9) 分别预测出面积为 s 的管道上的最大腐蚀坑深度 r_{max} 和不大于深度 r_d 的概率 $P(r \leq r_d)$ 。如果要计算整个管道的最大腐蚀坑深度, 则只要知道整个管道的面积 S 上的腐蚀点坑数 N' 即可, N' 为:

$$N' = N \cdot \frac{S}{s} \quad (10)$$

只要将上述各式中的 N 用 N' 代替即可得到整个管道的结果。

1.3 腐蚀坑深度预测模型的计算

腐蚀坑深度预测模型是预测最大腐蚀坑深度和不大于深度 r_d 的概率 $P(r \leq r_d)$ 的基础, 在模型的预测过程中, 重点是分形维数的计算, 常用的方法有线性回归^[3,6] 和非线性回归^[6,8-9]。

1) 线性回归(LR)

假定 n 个观察值 $\{Y_i, X_i, 1 \leq i \leq n\}$ 满足线

性回归模型:

$$Y = aX + b \quad (11)$$

用最小二乘估计法对 a 和 b 进行估计, 可得到估计值 \hat{a} 、 \hat{b} 为:

$$\hat{a} = \frac{\sum X_i \sum Y_i - \sum X_i Y_i}{(\sum X_i)^2 - \sum X_i^2} \quad (12)$$

$$\hat{b} = \sum Y_i - \hat{a} \sum X_i \quad (13)$$

对于测得的两个数据序列对 $\{\lg N(r_1), \lg N(r_2), \dots, \lg N(r_n)\}$ 和 $\{\lg r_1, \lg r_2, \dots, \lg r_n\}$, 满足式(6), 则可根据式(12)和(13)计算得出回归方程。

2) 非线性回归(NR)

假定 n 个观察值 $\{Y_i, X_i, 1 \leq i \leq n\}$ 满足非线性回归模型:

$$Y = aX^b + \epsilon \quad (14)$$

对于观察到的 N 次历史观测值, 用最小二乘估计法, 同样可估计出参数 a 的值。与线性回归不同的是, 式(14)不是线性关系, 必须采用迭代法进行计算。对 b 从初始值 b_0 以变量 Δ 为步长开始迭代, 直到误差函数 f 最小为止。根据 Gauss-Newton 算法, 迭代步长 Δ 为:

$$\Delta = (X'X)^{-1} X' \cdot f(\hat{a}, b_0) \quad (15)$$

对于得到的数据序列 $\{N(r_i), 1 \leq i \leq n\}$ 和 $\{r_i, 1 \leq i \leq n\}$, 则可利用以上非线性回归模型计算出分形预测模型。

2 实例计算及结果

某一总面积为 S 的核动力腐蚀管道上, 在某一时间取面积为 s 的管道平面进行观测, 测得的 $N=15$ 个腐蚀坑深度分布数据 $X_{15} = \{2.82, 2.96, 3.09, 3.08, 3.18, 3.19, 3.22, 3.32, 3.33, 3.52, 3.58, 3.61, 3.62, 3.95, 4.12\}$, 单位为 mm; 同时得到总面积为 S 的管道上的腐蚀坑深度个数 $N' = N \cdot \frac{S}{s}$ 为 100、500、1 000、2 000、5 000、8 000、10 000 等 7 种情况, r 的变化梯度为 0.2 mm。

通过对 X_{15} 进行 GEV 分布的非线性拟合计算, 可得到参数: $\alpha = 0.2917$ 、 $k = 0.02237$ 、 $\mu = 3.179$ 。根据 1.1 节可知, 腐蚀坑深度分布属于 Weibull 分布, 这与文献[7]中的分布情况相吻合。样本 X_{15} 的经验累计概率分布与拟合

计算得到的 Weibull 分布的拟合示于图 3。

从图 3 可看出,样本的经验累计概率分布与 Weibull 分布拟合得较好,说明可利用 Weibull 分布随机产生的腐蚀坑深度进行研究。

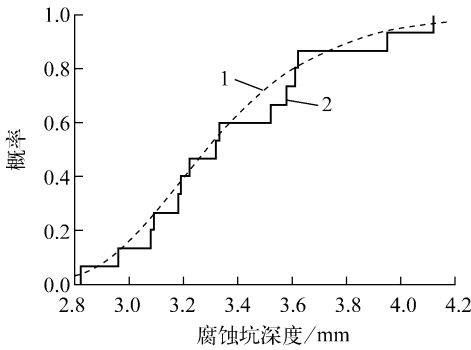


图 3 样本的经验累计分布与 Weibull 分布的拟合

Fig. 3 Fitting of samples CDF and Weibull distribution

1——Weibull 分布;2——经验累计分布

利用所得到的 Weibull 分布作为随机腐蚀坑深度的发生器,取不同数量的随机腐蚀坑深度对面积为 s 的平面上腐蚀坑深度进行模拟,可得到计算结果。根据计算结果,可对线性回归和非线性回归进行比较。图 4、5 所示为 $N' = 1\ 000$ 时,线性回归与非线性回归所得到的腐蚀坑深度分形预测模型的曲线图。图 6 所示为各种情况下通过线性和非线性分形预测模型所得到的最大腐蚀坑深度和不大深度 r_d 的概率 $P(r \leq r_d)$ 结果比较。

从图 6a 可看出,在总面积为 S 的管道上,随着预期总腐蚀坑数 N' 的增加,利用线性回归分形模型所得到的最大腐蚀坑深度曲线有所波

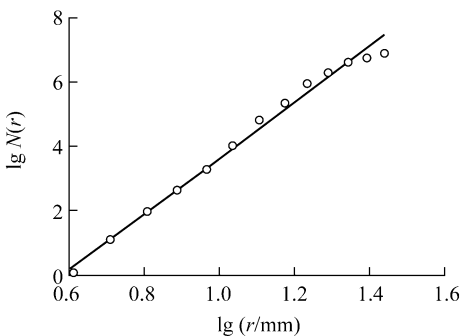


图 4 $\lg N(r)-\lg r$ 线性拟合

Fig. 4 Linear fitting of $\lg N(r)-\lg r$

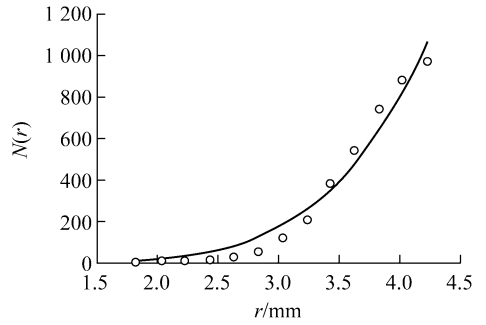


图 5 $N(r)-r$ 非线性拟合

Fig. 5 Nonlinear fitting of $N(r)-r$

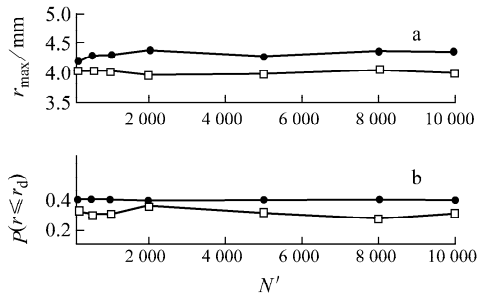


图 6 线性回归方法与非线性回归方法的计算结果比较

Fig. 6 Results comparison between linear and nonlinear regression

□——非线性回归;●——线性回归

动,在 $N' = 2\ 000$ 之前,数据有一明显的增加过程,这说明,随着腐蚀情况的恶化、腐蚀坑数目的增加,最大腐蚀坑深度将增大,而在 $N' = 2\ 000$ 之后,波动趋于平稳,且数据稳定于 4.30 mm 左右,说明当数据点数外推至 2 000 个以后,已能较好地对整个管道的最大腐蚀坑深度进行模拟,且可判断出最大腐蚀坑深度为 4.30 mm 左右;利用非线性回归分形模型所得到的最大腐蚀坑深度曲线无明显的波动,数据稳定于 4.00 mm 左右,说明通过非线性回归可判断出整个管道最大腐蚀坑深度的外推结果为 4.00 mm 左右,同时也可看出,线性回归与非线性回归相比,所得到的预测结果更能反应实际情况的变化,这是因为在进行非线性回归拟合分析时,拟合精度不高。在图 6b 中,非线性回归计算得到的不大深度 r_d 的概率 $P(r \leq r_d)$ 的波动性较大,而线性回归所得到的数据波动性较小,在 $N' = 2\ 000$ 之后,数据变化保持平稳。

3 结论

通过把分形理论应用到腐蚀深度的预测模型中,得到基于分形理论的腐蚀坑深度预测模型,并利用得到的预测模型对核动力管道上的腐蚀坑深度进行计算分析,从所得到的结果可知:

1) 利用已有的分布模型对样本面积为 s 的管道上的腐蚀坑深度进行模拟分析是可行的,同时可利用得到的分布模型所产生的随机腐蚀坑深度进行进一步的计算分析;

2) 利用分形理论所得到的腐蚀坑深度预测模型能够用来对最大腐蚀坑深度和不大于深度 r_d 的概率 $P(r \leq r_d)$ 进行预测,并可利用所得到的预测结果对腐蚀管道的可靠性和安全性进行评价分析;

3) 从理论上说,线性回归模型所引入的误差比非线性模型的大,在实际计算中,非线性模型的结果比线性模型保守。

参考文献:

- [1] MELCHERS R E. Representation of uncertainty in maximum depth of marine corrosion pits[J]. Structure Safety, 2005, 27: 322-334.
- [2] 边丽,翁永基,许述峰. 基于分形动力学过程的腐蚀预测模型[J]. 化学通报,2006(3):207-210. BIAN Li, WENG Yongji, XU Shufeng. Corrosion prediction models on fractal dynamic process [J]. Chemistry Bulletin, 2006 (3): 207-210 (in Chinese).
- [3] 聂伟,邵春福,杨励雅,等. 分形理论在货运量预

测中应用探讨[J]. 物流技术,2007,26(2):104-109.

NIE Wei, SHAO Chunfu, YANG Liya, et al. Application of fractal theory in freight volume forecast[J]. Technology of Cargo Circulating, 2007, 26(2): 104-109 (in Chinese).

- [4] (加)R·温斯顿·里维. 尤利格腐蚀手册[M]. 2版. 北京:化学工业出版社,2005:265-280.
- [5] 翁永基,许剑峰,边丽. 腐蚀和腐蚀模型研究中的分形方法[J]. 中国腐蚀与防护学报,2006, 26(5):315-320. WENG Yongji, XU Jianfeng, BIAN Li. Fractal methods in studying corrosion and corrosion model [J]. Journal of Chinese Society of Corrosion and Protection, 2006, 26(5): 315-320 (in Chinese).
- [6] SHEN Wei, ZHAO Pengda. Theoretical study of statistical fractal model with applications to mineral resource prediction [J]. Computers & Geosciences, 2002, 28: 369-376.
- [7] TURNBUU A, McCARTNEY L N, ZHOU S. A model to predict the evolution of pitting corrosion and the pit-to-crack transition incorporating statistically distributed input parameters [J]. Corrosion Science, 2006, 48: 2 084-2 105.
- [8] 孙政顺,董范. 油田产量模型的非线性回归方法拟合[C]//第3届智能控制与自动化国际会议论文集. 合肥:[出版者不详],2002:2 092-2 094.
- [9] RATKOWSKY D A. 非线性回归模型[M]. 洪再吉,韦博成,吴诚欧,译. 南京:南京大学出版社,1986.