

## 用灰色理论确定边坡最优监测点及安全系数

王贵成<sup>1,2</sup>, 曹平<sup>2</sup>, 林杭<sup>2</sup>, 张钦礼<sup>2</sup>, 孙顺利<sup>2</sup>

- (1. 商丘师范学院 地理系, 河南 商丘, 476000;
2. 中南大学 资源与安全工程学院, 湖南 长沙, 410083)

**摘要:** 采用基于位移判据的强度折减法分析边坡的稳定性。在坡高为 20 m、坡角为 45°的均质土坡的临界滑移线内外, 按照坡面上、中、下各自布置 3 个监测点共 9 个监测点, 通过 FLAC3D 自带的 FISH 语言, 开发数据记录工具, 记录不同监测点的水平位移与折减系数, 并分析它们的关系。为了确定最优监测点以减少工作量和经费, 运用灰色理论软件, 通过对安全系数序列和各个观测点的水平位移序列进行灰色关联度分析, 得出各个观测点的水平位移观测序列与安全系数序列之间的灰色(邓氏)关联度和相对关联度, 通过分析对比关联度确定最优监测点; 利用 GM(1, 1) 预测模型对安全系数和最优监测点的水平位移进行预测。研究结果表明: 与安全系数序列的邓氏关联度较大的 1, 2, 4, 5 监测点可作为最优监测点; 当安全系数为 1.120 47 时, 各个监测点的水平位移达 14.910~40.842 m, 临界安全系数为 1.120。

**关键词:** 安全系数; 检测点; 位移; 灰关联度; 预测

中图分类号: TU44

文献标识码: A

文章编号: 1672-7207(2007)03-0574-05

## Determination of optimum monitoring point of slope and safety factor using grey system theory

WANG Gui-cheng<sup>1,2</sup>, CAO Ping<sup>2</sup>, LIN Hang<sup>2</sup>, ZHANG Qin-li<sup>2</sup>, SUN Shun-li<sup>2</sup>

- (1. Department of Geography, Shangqiu Teachers College, Shangqiu 476000, China;
2. School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

**Abstract:** Stability of the slope was analysed using the method of the strength reduction based on the displacement criterion. The target was a homogeneous, 20 m high soil slope that its dip angle was 45°. 9 monitoring points were set at the upper, middle and lower part of the slope surface totally inside and outside of its critical landslip line. FISH language of the FLAC3D was used as a computer language tool to program, horizontal displacements and the reduced coefficients of all monitoring points were recorded and their relationships were studied. In order to determine optimum monitoring point and save expenses, grey system theory was applied to get the degrees of grey incidence and the relative incidence between the array of the safety coefficient and the array of monitoring points' horizontal displacements to determine the optimum monitoring points. The safety coefficient and the horizontal displacement of the optimum monitoring point was forecast using the GM(1,1) model, and the mutation characteristic of the forecast value was analyzed to determine its critical safety factor. The results show that the points 1, 2, 4, 5 can be the optimum monitoring points, because its Dengs' degree of grey incidence with the safety coefficient is bigger than others. When the safety coefficient is 1.120 47, the horizontal displacements of the monitoring points is 14.910~40.842 m. The critical safety factor is 1.120.

**Key words:** safety factor; monitoring point; displacement; the degree of grey incidence; forecast

收稿日期: 2007-01-05

基金项目: 国家教育部博士生专项基金资助项目(20060533071); 国家自然科学基金资助项目(50274074)

作者简介: 王贵成(1962-), 男, 河南武陟人, 博士研究生, 副教授, 从事地质、资源经济与可持续发展研究

通讯作者: 王贵成, 男, 博士研究生; 电话: 13975184784; E-mail: wangguicheng6@163.com

边坡稳定性分析的一个重要指标是安全系数, 随着计算机技术的发展, 人们采用强度折减法对其进行计算<sup>[1-7]</sup>。如何判断边坡是否达到失稳状态是强度折减法实施的关键。在此, 本文作者采用位移判据<sup>[7-11]</sup>判断边坡的失稳性, 并以文献[1]中均质边坡的各观测点水平位移模拟数据为分析对象, 运用灰色理论进行分析, 根据各观测点位移的发展趋势, 由灰色关联度理论, 确定最优监测点; 运用灰色预测理论, 对临界安全系数进行预测。

## 1 均质土坡监测点和位移方式

### 1.1 监测点位置的确定

为便于讨论, 选取文献[1]中的均质土坡作为分析对象。该边坡高 20 m, 坡角为 45°。按照平面应变建立 FLAC3D 计算模型。该模型共 816 个单元, 1 176 个节点。边界条件为: 下部固定, 左右两侧水平约束, 上部为自由边界, 计算模型见图 1。通过对比不同监测点在不同位移方式下的曲线, 并由方程拟合得到它们所对应的安全系数, 定量分析监测点位置和位移方式选取的合理性<sup>[12-14]</sup>。容重  $\gamma=25 \text{ kN/m}^3$ , 弹性模量  $E=10^3 \text{ MPa}$ , 泊松比  $\mu=0.3$ , 粘聚力  $c=42 \text{ kPa}$ , 内摩擦角  $\phi=17^\circ$ , 模型长为 105 m, 高为 40 m, 边坡高为 20 m, 边坡角为 45°。

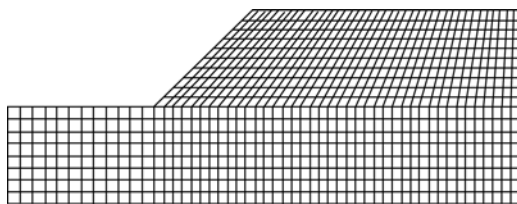


图1 均质土坡计算模型

Fig.1 Calculation model of the homogeneous soil slope

通过数值计算, 当边坡破坏时出现 1 条滑移线, 如图 2 所示, 这里将该滑移线称为临界滑移线。在滑移线内外布置若干点, 具体位置见图 2; 坡面上、中、下分别布置 3 个监测点, 以此 3 个监测点为基准沿水平方向每隔 10 m 另布置 6 个监测点, 整个坡体监测点数为 9 个。

### 1.2 观察点的位移

通过 FLAC3D 自带的 FISH 语言, 开发数据记录工具, 记录不同监测点的水平位移与折减系数的关系, 如表 1 所示。从表 1 可见, 只有点 1, 2, 4 和 5 的位

移曲线存在突变特征, 所以, 定性上可认为将这 4 个点作为监测点是有效的。由图 2 所示监测点位置可见, 这些点均位于临界滑移线以内。

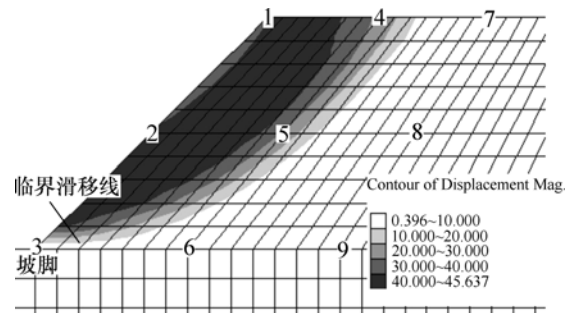


图2 土质边坡监测点布置

Fig.2 Location of monitoring points of the homogeneous soil slope

## 2 水平位移与安全系数的灰色关联性分析

### 2.1 邓氏关联度分析

设安全系数序列为  $X'_0$ , 点  $i$  的水平位移序列为  $X'_i$ , 即:

$$X'_0 = X'_0(k) | (k=1,2,\dots,14) = [X'_0(1), X'_0(2), \dots, X'_0(14)]; \quad (1)$$

$$X'_i = X'_i(k) | (i=1,2,\dots,9; k=1,2,\dots,14) = [X'_i(1), X'_i(2), \dots, X'_i(14)]. \quad (2)$$

设各序列的初值像为  $X_0$  和  $X_i(i=1,2,\dots,9)$ , 则点  $i$  的水平位移序列与安全系数序列在第  $k$  个观察值的关联系数为<sup>[15-16]</sup>:

$$r[X_0(K), X_i(k)] = \frac{\{\min_i \min_k |X_0(k) - X_i(k)| + p \max_i \max_k |X_0(k) - X_i(k)|\}}{\{|X_0(k) - X_i(k)| + p \max_i \max_k |X_0(k) - X_i(k)|\}}. \quad (3)$$

其中:  $p$  为分辨系数,  $p \in (0, 1)$ 。则第  $i$  个观察点的水平位移序列与安全系数序列的邓氏关联度为:

$$r[X_0, X_i] = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r[X_0(k), X_i(k)]. \quad (4)$$

运用式(1)~(4), 根据表 1 中的观察值, 运用灰色理论软件, 可求得各观察点水平位移序列与安全系数序列的邓氏(普通)灰色关联度(见表 2)。

### 2.2 灰色相对关联度分析

令

$$|S_0| = \left| \sum_{k=2}^{n-1} X_0(k) + 0.5X_0(n) \right|, \quad (5)$$

$$|S_i| = \left| \sum_{k=2}^{n-1} X_i(k) + 0.5X_i(n) \right|, \quad (6)$$

$$|S_i - S_0| = \left| \sum_{k=2}^{n-1} [X_i(k) - X_0(k)] + 0.5[X_i(n) - X_0(n)] \right|, \quad (7)$$

则两序列  $X_0$  与  $X_i$  之间的灰色相对关联度为:

$$\varepsilon_{0i} = [1 + |S_0| + |S_i|] / [1 + |S_0| + |S_i| + |S_0 - S_i|]. \quad (8)$$

根据式(5)~(8), 由表 1 中的观察值, 运行灰色理

论软件, 可求得各观察点的水平位移与安全系数的相对关联度, 见表 2。

从表 2 可以看出, 点 1, 2, 4 和 5 的邓氏关联度均大于 0.889 3, 而点 3 和 6~9 的邓氏关联度均小于 0.638 3, 说明点 1, 2, 4 和 5 的水平位移与安全系数的变化规律非常相似, 步调一致, 同步增大, 也就是说, 点 1, 2, 4 和 5 作为边坡的水平位移观察点恰当; 点 3 和 6~9 与安全系数的相对关联度较大, 皆大于 0.845 9, 说明这些点水平位移增加的速度与安全系数增加的速度相近。由于安全系数增加缓慢, 这些点水平位移增加的速度也较慢, 故这些点不宜作为观察点。

表 1 土质边坡监测点水平位移与折减系数的关系

Table 1 Relationship between horizontal displacement and the reduction factor of the monitoring points

折减系数	水平位移/m								
	测点 1	测点 2	测点 3	测点 4	测点 5	测点 6	测点 7	测点 8	测点 9
1.030	0.085 01	0.318 42	0.255 96	0.113 67	0.230 84	0.333 24	0.124 11	0.147 92	0.261 25
1.035	0.090 76	0.328 00	0.258 23	0.118 82	0.237 66	0.335 66	0.126 88	0.149 42	0.263 62
1.040	0.097 89	0.340 91	0.261 39	0.125 09	0.245 89	0.339 80	0.131 19	0.152 56	0.267 81
1.045	0.105 40	0.353 74	0.264 43	0.131 73	0.253 00	0.343 87	0.134 27	0.152 33	0.268 67
1.050	0.112 51	0.365 91	0.267 05	0.138 16	0.261 39	0.346 82	0.137 83	0.154 20	0.270 21
1.055	0.120 14	0.378 27	0.269 31	0.145 21	0.270 56	0.349 19	0.141 82	0.155 32	0.271 63
1.060	0.127 69	0.390 64	0.271 40	0.152 24	0.280 63	0.351 15	0.146 07	0.157 79	0.273 73
1.065	0.137 66	0.406 49	0.272 74	0.161 29	0.292 80	0.352 73	0.150 27	0.158 45	0.275 00
1.070	0.149 21	0.423 95	0.275 23	0.171 55	0.308 33	0.355 23	0.155 96	0.161 89	0.277 53
1.075	0.167 03	0.449 45	0.276 70	0.186 54	0.329 69	0.356 25	0.160 01	0.163 52	0.278 56
1.080	0.276 00	0.592 83	0.278 36	0.281 87	0.459 79	0.356 67	0.166 54	0.166 44	0.280 42
1.085	0.485 52	0.871 54	0.281 67	0.466 07	0.696 94	0.359 09	0.170 20	0.168 38	0.282 95
1.090	1.196 00	1.841 20	0.286 56	1.056 70	1.488 60	0.364 78	0.172 21	0.169 53	0.286 97
1.095	2.771 60	4.036 60	0.290 77	2.373 30	3.288 20	0.368 40	0.171 90	0.169 05	0.289 54

表 2 各观察点水平位移与安全系数之间的灰色关联度

Table 2 The relative incidence degree of horizontal move and safety coefficient of all points

	监测点								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
邓氏关联度	0.889 3	0.892 7	0.552 6	0.903 4	0.890 8	0.62 4	0.573 0	0.578 9	0.638 30
相对关联度	0.630 5	0.604 4	0.845 9	0.700 2	0.630 4	0.944 3	0.897 3	0.961 2	0.931 54

### 3 重要监测点水平位移的 GM(1, 1) 模型预测

设

$$X^{(1)} = [X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), \dots, X^{(1)}(n)] \quad (9)$$

为某观察点的水平位移序列  $X'_0$  的 1-AGO 序列(即一次累加生成算子序列),  $Z^{(1)}$  为  $X^{(1)}$  的紧邻均值生成序列, 则其 GM(1, 1) 的时间响应预测序列为<sup>[17]</sup>:

$$\hat{X}(k+1) = \left[ X'_0(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (10)$$

其中:

$$k=1, 2, \dots, n; \mathbf{a}=[a, b]^T=(\mathbf{B}^T\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{Y}; \quad (11)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} X'_0(2) \\ X'_0(3) \\ \vdots \\ X'_0(n) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} Z^{(1)}(2) & 1 \\ Z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

对于重要监测点 1, 2, 4 和 5 的水平位移序列以及安全系数序列, 各取其靠近原点的时间点 10~14 的观测值, 运行灰色理论软件, 可得到其 5 步预测值, 如表 3 所示。

表 3 重要监测点水平位移及安全系数的 5 步预测值

Table 3 The forecast values of the horizontal move and safety coefficient of the important points

时间点	位移/m				
	安全系数	测点 1	测点 2	测点 4	测点 5
15	1.100 06	7.110	7.025	5.030	6.837
16	1.105 13	10.243	10.924	6.600	9.859
17	1.110 22	14.752	16.948	8.659	14.223
18	1.115 33	21.240	26.315	11.363	20.506
19	1.120 47	30.576	40.842	14.910	29.574
平均相对误差/%	0.001 10	2.600	2.958	2.265	2.646

从表 3 可以看出, 当安全系数为 1.120 47 时, 各个监测点的水平位移达 14.910~40.842 m, 据工程实际经验, 相对于初始状态, 认为其位移量已达“∞”, 即滑坡已经发生。因此, 确定其安全系数的临界值为 1.120 47。

### 4 结 论

a. 选取均质土坡作为分析对象, 由数值计算, 确定了临界滑移线; 在滑移线内外按规律共布置 9 个观测点; 通过 FLAC3D 自带的 FISH 语言, 开发数据记录工具, 记录了不同监测点的水平位移与折减系数的关系。

b. 为了减少监测工作量, 运用灰色理论软件, 通过对土质边坡 9 个观测点的位移序列与安全系数序列灰色关联度进行分析, 根据关联度的大小特征确定了位移敏感点即最优观测点。其中, 点 1, 2, 4 和 5 的水平位移序列与安全系数序列的邓氏关联度较大, 作为边坡的水平位移观测点恰当; 点 3 和 6~9 不宜作为观测点。

c. 通过运用 GM(1, 1) 预测模型对最优观测点位移和安全系数进行预测, 根据工程实际, 经对比位移数列的突变特征, 确定临界安全系数为 1.120 47。

#### 参考文献:

- [1] 郑明新, 殷宗泽, 吴继敏, 等. 滑坡防治工程的模糊综合评价研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(10): 1224-1229.  
ZHENG Ming-xin, YIN Zong-ze, WU Ji-min, et al. Post-fuzzy comprehensive evaluation of effectiveness of landslide control[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(10): 1224-1229.
- [2] 谢全敏, 夏元友. 岩体边坡治理决策的层次分析方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(7): 1117-1120.  
XIE Quan-min, XIA Yuan-you. Fuzzy hierarchy analysis on decision making of rockmass slope treatment based on entropy weight[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(7): 1117-1120.
- [3] 阮永芬, 叶燎原. 用灰色理论与方法确定深基坑支护方案[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(7): 1203-1206.  
RUAN Yong-fen, YE Liao-yuan. Determination of deep foundation pit supporting scheme by using the grey system theory and method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(7): 1203-1206.
- [4] 赵尚毅, 郑颖人, 邓卫东. 用有限元强度折减法进行节理岩质边坡稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 254-260.  
ZHAO Shang-yi, ZHENG Yeng-ren, DENG Wei-dong. Stability analysis on jointed rock slope by strength reduction FEM[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(2): 254-260.
- [5] 郑颖人, 赵尚毅. 岩土工程极限分析有限元法及其应用[J]. 土

- 木工程学报, 2005, 38(1): 91-98.
- ZHENG Yeng-ren, ZHAO Shang-yi. Limit state finite element method for geotechnical engineering analysis and its applications[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2005, 38(1): 91-98.
- [6] 郑颖人, 赵尚毅. 用有限元法求边坡稳定安全系数[J]. *公路交通技术*, 2002, 21(1): 7-9.
- ZHENG Yeng-ren, ZHAO Shang-yi. How to get the safety coefficient of slope stability by finite element method[J]. *Technology of Highway and Transport*, 2002, 21(1): 7-9.
- [7] 张鲁渝, 郑颖人, 赵尚毅, 等. 有限元强度折减系数法计算土坡稳定安全系数的精度研究[J]. *水利学报*, 2003, 23(1): 21-27.
- ZHANG Lu-yu, ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi, et al. The feasibility study of strength reduction method with FEM for calculating safety factors of soil slope stability[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003, 23(1): 21-27.
- [8] 宋二祥, 高翔, 邱钥. 基坑土钉支护安全系数的强度参数折减有限元方法[J]. *岩土工程学报*, 2005, 27(3): 258-263.
- SONG Er-xiang, GAO Xiang, QIU Yue. Finite element calculation for safety factor of soil nailing through reduction of strength parameters[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2005, 27(3): 258-263.
- [9] 宋二祥. 土工结构安全系数的有限元计算[J]. *岩土工程学报*, 1997, 19(2): 1-7.
- SONG Er-xiang. Finite element analysis of safety factor for soil structures[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1997, 19(2): 1-7.
- [10] Griffiths D V, Lane P A. slope stability analysis by finite elements[J]. *Geotechnique*, 1999, 49(3): 387-403.
- [11] 迟世春, 关立军. 基于强度折减的拉格朗日差分方法分析土坡稳定性[J]. *岩土工程学报*, 2004, 26(1): 42-46.
- CHI Shi-chun, GUAN Li-jun. Slope stability analysis by lagrangian difference method based on shear strength reduction[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2004, 26(1): 42-46.
- [12] 李江腾, 曹平. 硬岩矿柱纵向劈裂失稳突变理论分析[J]. *中南大学学报: 自然科学版*, 2006, 37(2): 371-375.
- LI Jiang-tong, CAO Ping. Analysis of pillar stability in hard rock mass by longitudinal splitting based on catastrophe theory [J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2006, 37(2): 371-375.
- [13] 杨小礼. 用于岩土极限分析的非线性能量耗散理论[J]. *中南大学学报: 自然科学版*, 2005, 36(4): 710-714.
- YANG Xiao-li. Nonlinear energy dissipation theory for limit analysis in geotechnical engineering[J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2005, 36(4): 710-714.
- [14] 曹平, 邓志斌, 陈枫. 边坡稳定性任意条分法中安全系数的计算[J]. *中南大学学报: 自然科学版*, 2005, 36(2): 302-306.
- CAO Ping, DENG Zhi-bin, CHEN Feng. Calculation of safety factor for slope stability analysis with polygon element[J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2005, 36(2): 302-306.
- [15] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- LIU Si-feng, DANG Yao-guo, FANG Zhi-geng, et al. Theory and application of the grey system[M]. Beijing: Science Press, 2005.
- [16] 唐天国, 万星, 刘浩吾. 高边坡安全监测的改进 GM(1, 1) 模型预测研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, 24(2): 307-311.
- TANG Tian-guo, WAN Xin, LIU Hao-wu. Improve GM model for safety monitoring of high rock slopes[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(2): 307-311.
- [17] 肖新平, 宋中民, 李峰. 灰技术基础及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- XIAO Xin-ping, SONG Zhong-min, LI Feng. Foundation and application of the grey system technology[M]. Beijing: Science Press, 2005.