

一种无碴轨道动力学建模的新方法

赫丹, 向俊, 曾庆元

(中南大学 土木建筑学院, 湖南 长沙, 410075)

摘要: 针对无碴轨道(以博格板式轨道为例)结构特点, 提出横向有限条与板段单元动力分析新模型。将高速列车(以中华之星为例)的动车及拖车均离散为具有二系悬挂的多刚体系统, 基于弹性系统动力学总势能不变值原理及形成系统矩阵的“对号入座”法则, 建立高速列车-无碴轨道时变系统竖向振动矩阵方程, 采用 Wilson- θ 法求解。分别采用传统的静力模型和横向有限条与板段单元动力分析模型, 计算并比较钢轨与博格板的静、动态竖向位移最大值, 得出车速为 200 km/h 时此系统竖向振动响应时程曲线。计算结果表明, 钢轨与博格板的静、动态竖向位移最大值接近, 计算值均在通常值范围内, 说明所提出的新模型正确、可行。

关键词: 高速铁路; 无碴轨道; 博格板式轨道; 横向有限条; 板段单元; 高速列车; 竖向振动

中图分类号: U211.3

文献标识码: A

文章编号: 1672-7207(2007)06-1206-06

A new method for dynamics modeling of ballastless track

HE Dan, XIANG Jun, ZENG Qing-yuan

(School of Civil and Architectural Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: According to the structural characteristics of the ballastless track such as the Bögl slab track, a new dynamic analysis model of the lateral finite strip and slab segment element was put forward. Both the motor car and trailers of the high-speed train such as the China-star were modeled as the multi-body system with two suspensions. Based on the principle of total potential energy with stationary value in elastic system dynamics and the rule of “set-in-right-position” for formulating system matrixes, the vertical vibration equation set of the high-speed train and ballastless track time-dependent system was established. The equation set was solved by Wilson- θ method. The vertical displacements of the rail and the slab were obtained by the traditional static model and the dynamic analysis model of the lateral finite strip and slab segment element respectively. And the comparison between the vertical static and dynamic maximum displacements of the rail and the slab was made. The time history curves of the vertical vibration of the system were obtained when the train runs at the speed of 200 km/h. The calculated results demonstrate that the vertical static and dynamic maximum displacements of the rail and the slab are close and the values are in general range. All the calculated results demonstrate the correctness and feasibility of the new model.

Key words: high-speed railway; ballastless track; Bögl slab track; lateral finite strip; slab segment element; high-speed train; vertical vibration

无碴轨道由于其结构高度低、轨道横向阻力大、稳定性好、适用性及耐久性强、使用寿命长、维修保
养工作量少、列车高速行驶时不存在道碴飞溅现象等
突出优点, 在日本、德国等国家得到了广泛应用。日

收稿日期: 2007-03-15; 修回日期: 2007-05-05

基金项目: 国家重点基础研究发展计划项目(2007CB714706); 国家自然科学基金资助项目(50678176,50078006)

作者简介: 赫丹(1981-), 男, 河南确山人, 博士研究生, 从事列车-轨道系统振动研究

通信作者: 赫丹, 男, 博士研究生; 电话: 13755062340(手机); E-mail: hdp8110@sina.com

本主要采用板式(Slab)无碴轨道, 德国主要采用雷达(Rheda)和博格(Bögl)无碴轨道。

我国正大力发展客运专线, 其轨道结构型式将以成区段铺设无碴轨道为主^[1-3]。然而, 我国在无碴轨道建设方面尚缺乏成熟经验, 主要参照国外已有技术。因此, 对无碴轨道进行动力分析具有重要现实意义。长期以来, 国内外有关无碴轨道的研究多限于静力分析, 对动力学方面的研究较少。例如, Verbic 等^[4]利用边界有限元方法建立了无碴轨道竖向动力模型并分析了其动力特性; Esveld^[5]建立了板式轨道与列车竖向振动模型, 分析了车辆及无碴轨道竖向振动响应; 针对高速列车在无碴轨道上运行时所产生的噪声问题, Diehl 等^[6]提出了无碴轨道竖向振动模型, van Lier^[7]利用 TWINS 软件建立了钢轨埋入式板式轨道竖向振动模型, Cui 等^[8]建立了浮置板式无碴轨道系统竖向振动模型; 翟婉明等^[9]认为板式轨道结构形式对称, 取一股轨道, 并抽象为弹性基础上的叠合梁, 建立了车辆与板式轨道垂向相互作用的动力学分析模型; 蔡成标等^[10]将轨道板简化为弹性薄板, 建立了车辆-轨道竖向耦合动力学模型; 张格明^[11]建立了长枕埋入式、弹性支承块式及板式三种无碴轨道结构的横向及竖向振动分析模型, 其中板式轨道竖向振动分析模型与文献[9]中的模型类似。在此, 本文作者针对博格板式无碴轨道结构特点, 提出横向有限条与板段单元动力分析新模型。在此基础上, 以高速列车中的中华之星(China-star)及无碴轨道类型中的博格板式轨道(Bögl slab track)为例, 研究高速列车-无碴轨道时变系统竖向振动。

1 无碴轨道动力学模型及参数

路基上博格板式无碴轨道系统的结构构造层次^[5]依次为: 防冻层(FSS)、水硬性混凝土支承层(HGT)、水泥沥青砂浆层(CAM)、预制的博格板(在其上安装扣件系统)。针对博格板式无碴轨道结构特点, 利用横向有限条与板段单元来模拟博格板式无碴轨道, 具体有限元模型如图 1 所示。

在应用该单元时, 遵循如下基本假定: 垂直截取轨道相邻两扣件之间的博格板式无碴轨道为一个轨段单元; 钢轨与博格板之间的竖向相互作用模拟为线弹簧和粘滞阻尼器; 博格板通过水泥沥青砂浆与水硬性混凝土支承层连接, 水泥沥青砂浆层模拟为线性均布面弹簧和粘滞阻尼器; 水硬性混凝土支承层及其下基础视为刚性; 钢轨离散为弹性点支承 Euler 梁, 其节

点位移取在钢轨两端位置上; 博格板的节点位移取在轨段单元中博格板的 4 个角点位置上。这样, 可取如下变位参数描述轨段单元的节点位移。

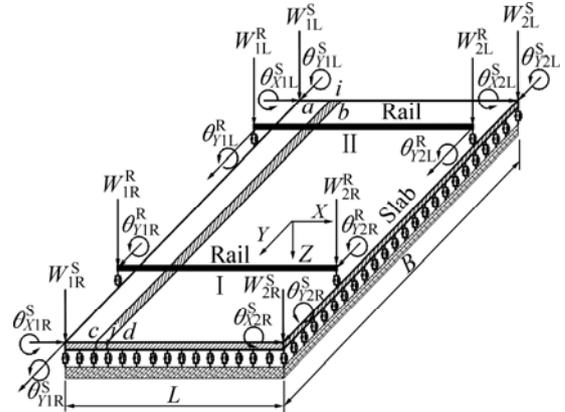


图 1 博格板式无碴轨道横向有限条与板段单元分析模型
Fig.1 Analysis model of lateral finite strip and slab segment element for Bögl slab track

$$\{\delta\}_e = \begin{Bmatrix} \{\delta_1\} \\ \{\delta_2\} \end{Bmatrix}_{20 \times 1} \quad (1)$$

其中:

$$\{\delta_1\} =$$

$$[W_{iL}^R, \theta_{YiL}^R, W_{jL}^R, \theta_{YjL}^R, W_{iL}^S, \theta_{XiL}^S, \theta_{YiL}^S, W_{jL}^S, \theta_{XjL}^S, \theta_{YjL}^S]^T; \quad (2)$$

$$\{\delta_2\} =$$

$$[W_{iR}^R, \theta_{YiR}^R, W_{jR}^R, \theta_{YjR}^R, W_{iR}^S, \theta_{XiR}^S, \theta_{YiR}^S, W_{jR}^S, \theta_{XjR}^S, \theta_{YjR}^S]^T. \quad (3)$$

式中: 下标 1 和 2 分别表示单元 X 轴方向上左端与右端节点; 上标 R 表示钢轨的位移; 上标 S 表示博格板的位移; 下标 L 表示横向(Y 轴方向)上轨段单元的左边; 下标 R 表示横向(X 轴方向)上轨段单元的右边; 下标 X 和 Y 表示转角位移所绕的坐标轴; W 表示沿 Z 轴方向的线位移; θ 表示转角位移。

有关轨段单元中钢轨上任一点处的竖向位移表示式见文献[12]。下面研究博格板上任一点竖向位移的插值方法。

如图 1 所示, 在轨段中沿 Y 轴方向任取一横向有限条 $abcd$, 当其宽度较小时可视为梁段 ij , 则梁段 ij 上任一点的挠度 W 可用其两端点 i 和 j 的变位参数并采用 Hermite 三次方插值函数插值得到。而 i 和 j 两端点处的变位参数又可用轨段单元的节点位移插值得到, 其中线位移采用 Hermite 三次方插值函数插值, 转角采用线性插值。最后, 可得博格板上任一点处的

竖向位移 W 的表示式:

$$W = [N_W] \{\delta\}_e \quad (4)$$

其中:

$$[N_W] =$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ N_{W1} & N_{W2} & N_{W3} & N_{W4} & N_{W5} & N_{W6} & N_{W7} & N_{W8} & N_{W9} & N_{W10} & N_{W11} & N_{W12} \end{bmatrix}_{1 \times 20} \circ$$

其上边一行数字表示各元素在矩阵中的列位置, 没有标示的其他元素为 0。各矩阵元素如下:

$$N_{W1} = \frac{(x-L)^2(y-B)^2(2x+L)(2y+b)}{B^3L^3};$$

$$N_{W2} = \frac{-y(x-L)(y-B)^2}{B^2L};$$

$$N_{W3} = \frac{x(x-L)^2(y-B)^2(2y+B)}{B^3L^2};$$

$$N_{W4} = \frac{-(x-L)^2y^2(2x+L)(2y-3B)}{B^3L^3};$$

$$N_{W5} = \frac{-(x-L)y^2(y-B)}{B^2L};$$

$$N_{W6} = \frac{-xy^2(2y-3B)(x-L)^2}{B^3L^2};$$

$$N_{W7} = \frac{-(2y+B)x^2(y-B)^2(2x-3L)}{B^3L^3};$$

$$N_{W8} = \frac{xy(y-B)^2}{B^2L};$$

$$N_{W9} = \frac{x^2(y-B)^2(2y+B)(x-L)}{B^3L^2};$$

$$N_{W10} = \frac{x^2y^2(2y-3B)(2x-3L)}{B^3L^3};$$

$$N_{W11} = \frac{xy^2(y-B)}{B^2L};$$

$$N_{W12} = \frac{-x^2y^2(2y-3B)(x-L)}{B^3L^2} \circ$$

其中: L 为轨段单元中钢轨的长度、博格板的宽度; B 为轨段单元中博格板的长度; x 和 y 分别为 X 轴和 Y 轴上的坐标。

上述有关博格板竖向位移插值的方法, 称为“横向有限条与板段单元”分析方法。这种方法与一般的常规板单元相比, 具有简单、实用的特点。

据上述各位移表示式, 可以导出博格板式无碴轨道各部件的竖向振动势能式, 包括: 钢轨的弹性变形能及惯性力势能、博格板的弹性变形能及惯性力势能、钢轨垫层的弹性变形能及阻尼力势能、CAM 的弹性变形能及阻尼力势能。

这里仅列出博格板的竖向弯曲弹性变形能 U_s 及竖向惯性力势能 U_E^s 。

将上述轨段单元中各部件的竖向振动势能式相加, 即得到第 i 个轨段单元竖向振动总势能 Π_{Ti} 。设计计算长度范围内共划分了 N 个轨段单元, 则整个博格板式无碴轨道竖向振动总势能为

$$\Pi_T = \sum_{i=1}^N \Pi_{Ti} \quad (5)$$

其中, 轨段单元中博格板的竖向弯曲弹性变形能为

$$U_s = \frac{1}{2} \int_{-B/2}^{B/2} \int_{-L/2}^{L/2} \left\{ \frac{1}{\rho} \right\}^T [D] \left\{ \frac{1}{\rho} \right\} dx dy \quad (6)$$

式中:

$$\left\{ \frac{1}{\rho} \right\} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} W;$$

$$[D] = \frac{E_s h_s^3}{12(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \circ$$

E_s , h_s 和 μ 分别为博格板的弹性模量、厚度和泊松比。

轨段单元中博格板的竖向惯性力势能为

$$U_E^s = -m_s h_s \int_{-B/2}^{B/2} \int_{-L/2}^{L/2} -(\ddot{W} \cdot W) dx dy \quad (7)$$

其中, m_s 为博格板的单位体积质量。

有关博格板式轨道动力学参数取值见表 1。

表 1 博格板式轨道动力学基本参数

Table 1 Basic dynamic parameters of Bögl slab track

参数	数值
钢轨单位长度质量/(kg·m ⁻¹)	60.64
博格板单位体积质量/(kg·m ⁻³)	2 500
轨下垫层刚度/(N·m ⁻¹)	5.1×10 ⁷
轨下垫层阻尼/(N·s·m ⁻¹)	4.77×10 ⁴
CAM 刚度/(N·m ⁻³)	3.3×10 ¹⁰
CAM 阻尼/(N·s·m ⁻³)	3.458×10 ⁴
钢轨弹性模量/Pa	2.059×10 ¹¹
钢轨截面惯性矩/m ⁴	3.055×10 ⁻⁵
博格板弹性模量/Pa	3.9×10 ¹⁰
博格板泊松比	0.1

2 高速列车动力学模型及参数

以中华之星(China-star)高速列车(列车编组取为 1 动+1 拖)为例, 进行高速列车-博格板式无碴轨道时变系统竖向振动分析。其中, 列车的动车及拖车均离散为具有二系悬挂的多刚体系统, 每辆车的车体及转向架均考虑浮沉和点头 2 个自由度, 每个轮对仅考虑浮沉 1 个自由度。这样, 每辆车共计有 10 个自由度。据此位移模式, 可以导出高速列车的竖向振动总势能 Π_V [12]。

有关中华之星高速列车动力学参数取值见表 2。

表 2 中华之星动车及拖车动力学基本参数

Table 2 Basic dynamic parameters of motor car and trailer of

China-star high-speed train		
参数	动车	拖车
车体质量/t	59.36	40.00
构架质量/t	5.63	2.10
轮对质量/t	1.84	1.95
车体惯量/(kt·m ²)	1.72	2.56
构架惯量/(t·m ²)	9.49	2.1
一系悬挂垂向刚度/(MN·m ⁻¹)	2.4	0.6
一系悬挂垂向阻尼/(kN·s·m ⁻¹)	30	10
二系悬挂垂向刚度/(MN·m ⁻¹)	0.89	0.26
二系悬挂垂向阻尼/(kN·s·m ⁻¹)	45	60

3 高速列车-博格板式无碴轨道时变系统竖向振动方程的建立及求解

设在 t 时刻轨道的计算长度范围内有 M 辆车, 则此时轨道上高速列车的竖向振动总势能为

$$\Pi_V = \sum_{i=1}^M \Pi_{Vi} \quad (8)$$

此系统在 t 时刻的竖向振动总势能为

$$\Pi = \Pi_V + \Pi_T \quad (9)$$

考虑轮轨竖向位移衔接条件(车轮竖向位移=钢轨竖向位移+轨道竖向不平顺+轮轨竖向相对位移), 根据弹性系统动力学总势能不变值原理 [13] 及形成系统矩阵的“对号入座”法则 [14], 即可得到此系统在 t 时刻的竖向振动矩阵方程:

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{P\} \quad (10)$$

式中: $[M]$, $[C]$ 和 $[K]$ 分别为此系统的质量、阻尼和刚度矩阵; $\{\ddot{\delta}\}$, $\{\dot{\delta}\}$, $\{\delta\}$ 和 $\{P\}$ 分别为此系统的加速度、速度、位移和荷载列阵。采用 Wilson- θ 直接数值积分法求解该矩阵方程。取时间步长 $\Delta t = 1.5 \text{ ms}$, $\theta = 1.4$ 。

4 计算结果与分析

对中华之星高速列车(列车编组取为 1 动+1 拖)以 200 km/h 速度通过长度为 120 m 的博格板式无碴轨道时的系统竖向振动响应进行计算。作为此系统竖向振动激振源的轨道高低不平顺取为周期性正弦函数。

4.1 模型验证

为了初步验证本文提出的计算模型与方法的正确性, 不考虑轨道不平顺, 计算博格板式无碴轨道在中华之星高速列车以 50 km/h 作用下的钢轨及博格板竖向振动位移最大值, 计算结果见表 3; 同时, 将采用文献 [15] 中板式轨道静力模型(双层叠合梁)计算所得的结果也列于表 3。需要说明的是, 在动力计算中, 不考虑轨道不平顺, 车速取得较低, 其目的是为了增加与静力计算模型的可比性。由表 3 可知, 本文提出的计算模型与方法证明正确、可行。

表 3 采用本文模型与文献 [15] 中模型计算竖向位移最大值的比较

Table 3 Comparison of maximum vertical displacement calculated by model in this paper with one in Ref. [15]

计算参数	本文模型 计算值	文献 [15] 中模型 计算值
钢轨竖向位移/mm	0.817	0.802
博格板竖向位移/mm	1.700	0.800

4.2 时速为 200 km/h 时此系统竖向振动响应的时程曲线

这里只列出部分具有代表性的系统振动响应时程曲线图, 其中包括: 车体竖向加速度、轮轨竖向力、钢轨及博格板的竖向位移和加速度, 分别如图 2~7 所示。以轨道高低不平顺为激振源, 并取为波长 20 m, 波幅 6 mm 的周期性正弦函数。

从图 2~7 可以看出, 计算结果均在通常范围内, 各响应波形符合物理概念。例如, 对于钢轨某一处来说, 当列车车轮经过该处时, 钢轨竖向位移均较大, 当车轮在该处之前及之后时, 钢轨竖向位移均很小,

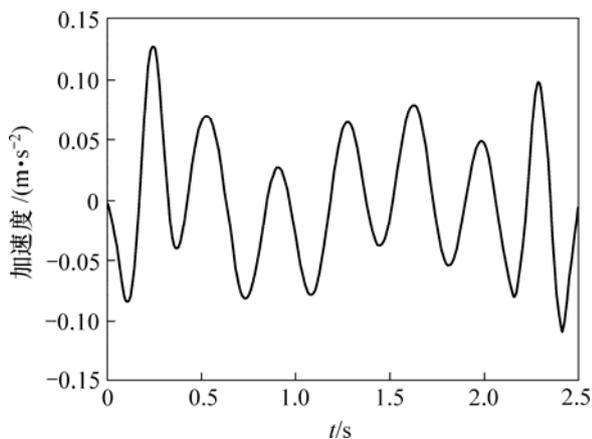


图 2 动车车体竖向加速度时程曲线

Fig.2 Time history curve of vertical acceleration of motor car body

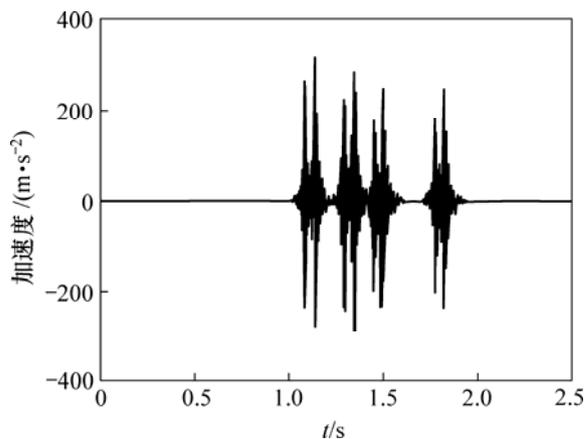


图 5 钢轨中点竖向加速度时程曲线

Fig.5 Time history curve of vertical acceleration in the middle of rail

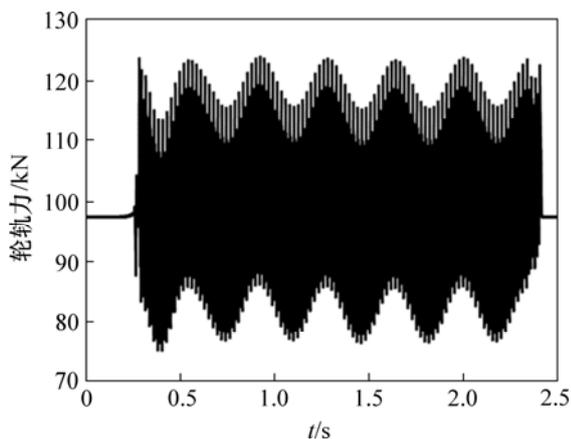


图 3 动车第 4 轮对左轮竖向轮轨力时程曲线

Fig.3 Time history curve of vertical wheel-rail force of the left wheel of the fourth wheel set of motor car

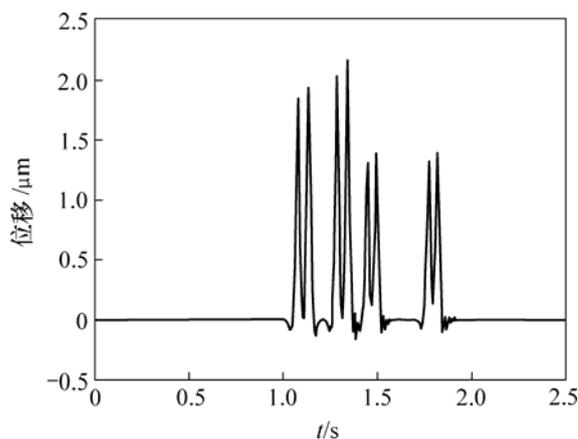


图 6 博格板中点竖向位移时程曲线

Fig.6 Time history curve of vertical displacement in the middle of Bögl slab

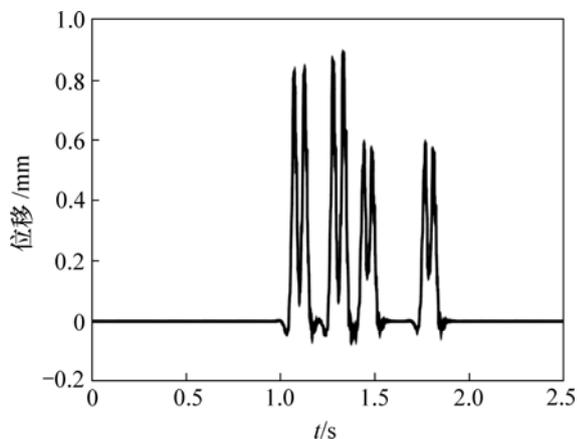


图 4 钢轨中点竖向位移时程曲线

Fig.4 Time history curve of vertical displacement in the middle of rail

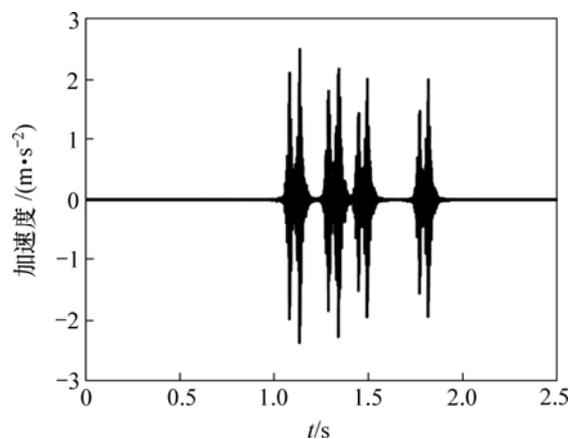


图 7 博格板中点竖向加速度时程曲线

Fig.7 Time history curve of vertical acceleration in the middle of Bögl slab

甚至为零;此外,从图中还可确定列车车辆的数目,以及列车何时通过钢轨观察点,从而说明本文模型与方法正确可靠,并能较好地反映博格板式无碴轨道的动力特性。

5 结 论

a. 针对无碴轨道结构类型之一的博格板式轨道结构特点提出的横向有限条与无碴轨道板段单元新模型,相对于有限元教材中的常规薄板单元,具有自由度少、简单和实用的特点,其核心在于对板单元的处理,可用于大型列车-无碴轨道系统振动分析。该新模型亦适用于其他无碴轨道结构动力学建模。

b. 计算了时速为 200 km/h 的中华之星高速列车与博格板式无碴轨道时变系统竖向振动响应,得出了系统各响应时程曲线。其计算波形及量值,可以较好地反映博格板式无碴轨道的动力特性,证明该模型正确、可行。

参考文献:

- [1] 何华武.我国客运专线应大力发展无碴轨道[J].中国铁路, 2005(1): 11-15.
HE Hua-wu. Ballastless track shall be developed in great efforts on Chinese passenger dedicated lines[J]. Chinese Railways, 2005(1): 11-15.
- [2] 孙立. 客运专线双块式无碴轨道设计中若干关键技术问题的研究[C]//铁路客运专线建设技术交流会论文集. 武汉: 长江出版社, 2005: 3-8.
SUN Li. Study on several key problems in the design of double block ballastless track on the passenger dedicated lines[C]//Proceedings of Railway Construction of Passenger Dedicated Lines. Wuhan: Changjiang Press, 2005: 3-8.
- [3] 卢祖文. 解决关键技术, 发展无碴轨道[J]. 中国铁路, 2005(1): 16-19.
LU Zu-wen. Resolve the key technology and develop ballastless track[J]. Chinese Railways, 2005(1): 16-19.
- [4] Verbic B. Investigating the dynamic behavior of rigid track[J]. Railway Gazette International, 1997, 153(9): 585-586.
- [5] Esveld C. Modern railway track[M]. 2nd ed. Delft: Tu Delft Press, 2001.
- [6] Diehl R J, Nowack R, Holz G. Solutions for acoustical problems with ballastless track[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 231(3): 899-906.
- [7] van Lier S. The vibra-acoustic modeling of slab track with embedded rails[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 231(3): 805-817.
- [8] Cui F, Chew C H. The effectiveness of floating slab track system: Part I. Receptible methods[J]. Applied Acoustics, 2000(61): 441-453.
- [9] 翟婉明, 韩卫军, 蔡成标, 等. 高速铁路板式轨道动力特性研究[J]. 铁道学报, 1999, 21(6): 65-69.
ZHAI Wan-ming, HAN Wei-jun, CAI Cheng-biao, et al. Dynamic properties of high-speed railway slab tracks[J]. Journal of the China Railway Society, 1999, 21(6): 65-69.
- [10] 蔡成标, 翟婉明, 王开云. 高速列车与桥上板式轨道动力学仿真分析[J]. 中国铁道科学, 2004, 25(5): 57-60.
CAI Cheng-biao, ZHAI Wan-ming, WANG Kai-yun. Dynamics simulation of interactions between high-speed train and slab track laid on bridge[J]. China Railway Science, 2004, 25(5): 57-60.
- [11] 张格明. 中高速条件下车线桥动力分析模型与轨道不平顺影响[D]. 北京: 铁道科学研究院, 2001.
ZHANG Ge-ming. Vehicle-track-bridge system dynamic analysis model and track irregularities control on quasi & high-speed railway[D]. Beijing: China Academy of Railway Science, 2001.
- [12] 李德建. 列车-轨道时变系统空间振动分析[D]. 长沙: 长沙铁道学院土木建筑学院, 1996.
LI De-jian. Dynamic analysis of train-track space-coupling time-varying system[D]. Changsha: School of Civil and Architectural Engineering, Changsha Railway University, 1996.
- [13] ZENG Qing-yuan, LOU Ping, XIANG Jun. The principle of total potential energy with stationary value in elastic system dynamics and its application to the analysis of vibration and dynamic stability[J]. Journal of Huazhong University of Science & Technology: Urban Science Edition, 2002, 19(1): 7-14.
- [14] 曾庆元, 杨平. 形成矩阵的“对号入座”法则与桁梁空间分析的桁段有限元法[J]. 铁道学报, 1986, 8(2): 48-59.
ZENG Qing-yuan, YANG Ping. The “set-in-right-position” rule for forming structural matrices and the finite truss element method for space analysis of truss bridge[J]. Journal of the China Railway Society, 1986, 8(2): 48-59.
- [15] 陈秀方. 轨道工程[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005.
CHEN Xiu-fang. Railway track engineering[M]. Beijing: China Construction Industry Press, 2005.