

基于 Matlab 的激光测厚仪的误差分析及数据仿真

安博文, 梅云华

(武汉大学 GPS 工程技术研究中心, 湖北 武汉 430079)

The Error Analysis and Data Simulation of Thickness Determination Equipment Using Laser Based on Matlab

AN Bo-wen, MEI Yun-hua

摘要:介绍测量炉壁厚度的方法并着重对测量结果进行误差分析,用 Matlab 对测量数据进行误差仿真。

关键词:误差分析; 数据仿真; Matlab 符号运算法

工业生产中,有些设备体积庞大,无法用传统的测量方法进行测量;有很多设备工作在恶劣的环境(如强酸性、高温等)中,难以对其尺寸进行直接测量。例如:盛装酸液的密封罐,其厚度随酸性液体的腐蚀不断变薄;炉体的耐热材料在生产过程中不断被侵蚀磨损,当损耗到一定程度后必须对其进行大修,否则就会出现安全事故,如果还没有达到临界工作程度就对其进行加厚,则不能发挥最佳效益。长期以来,对这类物体的测量依赖进口设备,其价格昂贵,维护费用高,且不能及时维护,以至于有的生产单位仅凭经验估计维修。

一、测量坐标系及模型的建立

测量炉体厚度的系统中,建立如图 1 所示的测量坐标系,由于炉体本身的规格已知,通过对炉体若干点的测量,建立炉体模型在坐标系中的位置。测量系统中,在炉体附近选取两个参考点 A 和 B,作为以后测量定标的基准,测量出两点的坐标值,这两点的坐标看成已知值。

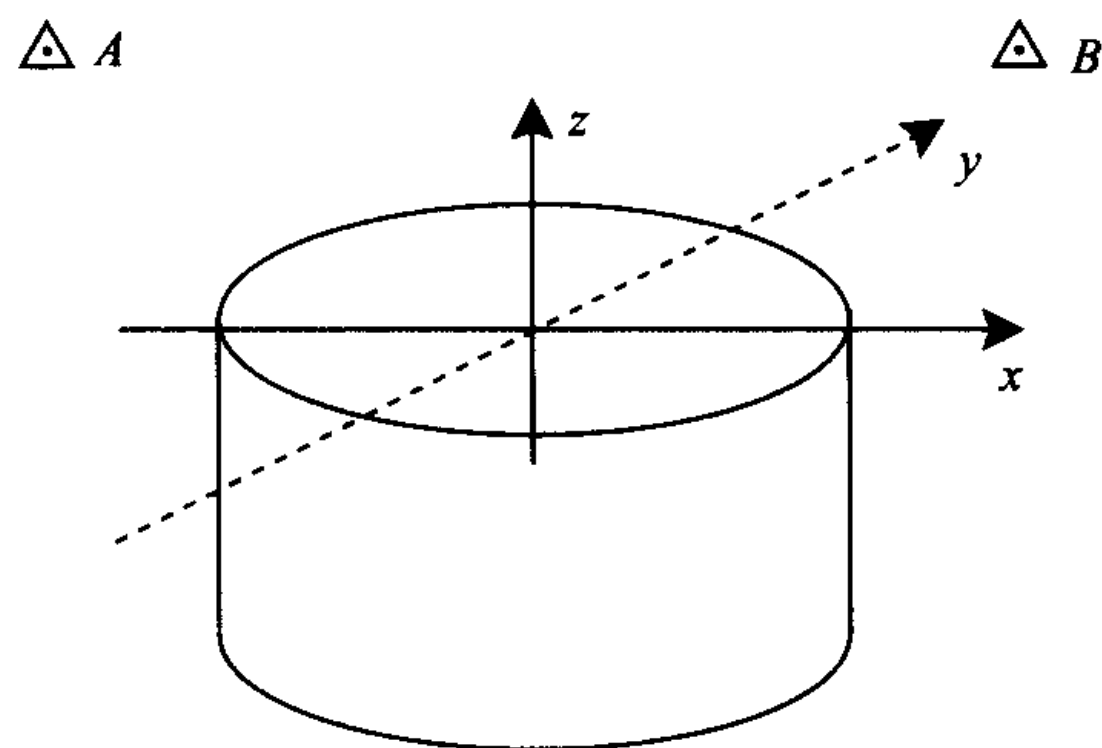


图 1

二、炉壁厚度的测量

实际测量时,首先对 A, B 两点进行测量,得到相应的参数:径向距离、垂直仰角、水平偏转角;然后测量炉体中任意点 M 的参数,根据所得的数据首先计算出测站 O 的坐标,进而计算出点 M 的坐标,将测量坐标转换成模型坐标便可计算出被测点 M 的厚度,见图 2。

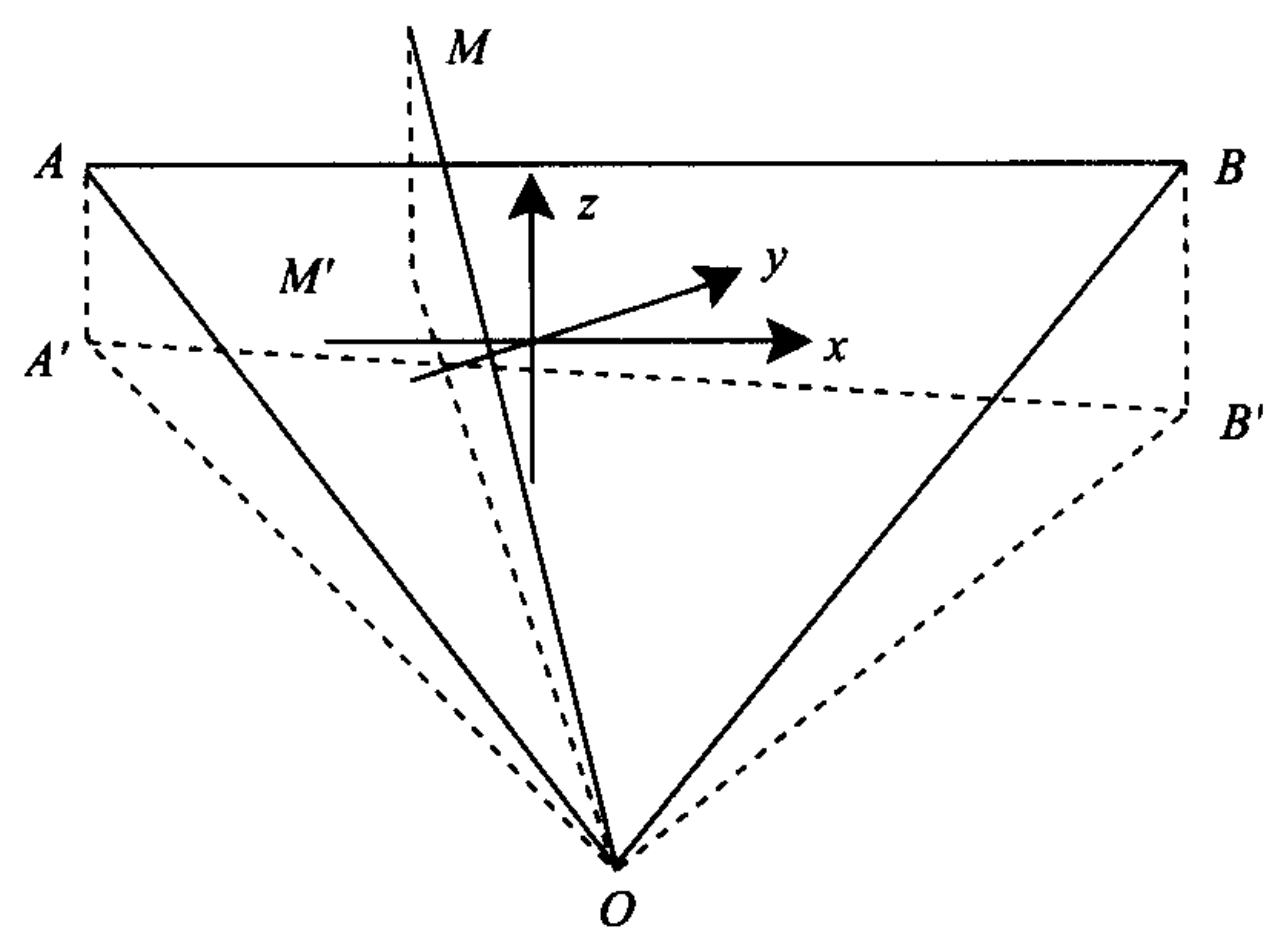


图 2

三、测量误差的组成

使用标称误差为“3 mm, 2'”的全站仪对炉体炉壁进行测量,在计算被测点模型坐标时还必须利用另一仪器测量出炉体的倾斜角度,由于仪器本身存在系统误差,即使不考虑测量时的偶然误差,测量结果也存在误差。

1. 全站仪引起的误差

计算点 M 坐标误差时,利用对 A, B 两点的测量数据计算出站点 O 的坐标,根据误差传播定律,

得出站点 O 的坐标误差,由站点坐标以及对点 M 的测量数据,再次利用误差传播定律,计算被测点的坐标及误差。

已知两个固定点 A, B 的坐标分别为 $A(X_a, Y_a, Z_a), B(X_b, Y_b, Z_b)$, 测量定标时测得 A 的数据为 (S_a, V_a, H_a) , 其中 S_a 为径向距离, V_a 垂直角, H_a 为水平转角; B 的相应参数为 (S_b, V_b, H_b) 。则测控仪的坐标为 $O(X_o, Y_o, Z_o)$ 由测量数据及 A, B, O 的几何关系得到

$$Z_o = Z_a - S_a \sin V_a \quad (1)$$

或

$$Z_o = Z_b - S_b \sin V_b \quad (1a)$$

$$(X_a - X_o)^2 + (Y_a - Y_o)^2 = (S_a \cos V_a)^2 \quad (2)$$

$$(X_b - X_o)^2 + (Y_b - Y_o)^2 = (S_b \cos V_b)^2 \quad (3)$$

已知仪器的标称误差分别为 ds (径向误差, 3 mm), dv (转角误差 $2'$, 需要转换成弧度), S 点的坐标误差设为 (dx, dy, dz) , 则由上面方程得出

$$dz_1 = -\sin V_a ds - S_a \cos V_a dv \quad (4)$$

或

$$dz_2 = -\sin V_b ds - S_b \cos V_b dv \quad (4a)$$

$$2(X_a - X_o)dx_o + 2(Y_a - Y_o)dy_o = 2S_a(\cos V_a)^2 ds - S_a^2 \sin(2V_a)dv \quad (5)$$

$$2(X_b - X_o)dx_o + 2(Y_b - Y_o)dy_o = 2S_b \cos V_b^2 ds - S_b^2 \sin(2V_b)dv \quad (6)$$

根据误差传播定律

$$m^2 = (\partial f / \partial x_1)^2 m_1^2 + (\partial f / \partial x_2)^2 m_2^2 + \dots + (\partial f / \partial x_n)^2 m_n^2$$

由方程(4)及(4a)算出 dz_o (取两值的算术平均值),

$$\begin{aligned} & 2(X_o - X)dx_o - 2(X_o - X)dx + 2(Y_o - Y)dy_o - 2(Y_o - Y)dy = \\ & 2S(\cos V)^2 ds - S^2 \sin(2V)dv + 2(X_a - X)dx + 2(Y_a - Y)dy = \\ & 2S_a(\cos V_a)^2 ds - S_a^2 \sin(2V_a)dv + 2S(\cos V)^2 ds - S^2 \sin(2V)dv - (2\cos V_a(S\cos V)\cos(H - H_a) + \\ & 2(S_a \cos V_a)\cos V \cos(H - H_a))ds + \{2(S_a \sin V_a)(S\cos V)\cos(H - H_a) + 2(S_a \cos V_a)(S\sin V) \cdot \\ & \cos(H - H_a) + 2(S_a \cos V_a)(S\cos V)\sin(H - H_a) - 2(S_a \cos V_a)(S\cos V)\cos(H - H_a)\}dv \end{aligned}$$

整理得

$$\begin{aligned} & 2(X_o - X)dx + 2(Y_o - Y)dy = -2S(\cos V)^2 ds + S^2 \sin(2V)dv + 2(X_o - X)dx_o + 2(Y_o - Y)dy_o \\ & 2(X_a - X)dx + 2(Y_a - Y)dy = \{2S_a(\cos V_a)^2 + 2S(\cos V)^2 - 2\cos V_a(S\cos V)\cos(H - H_a) - \\ & 2(S_a \cos V_a)\cos V \cos(H - H_a)\}ds + \{2(S_a \sin V_a)(S\cos V)\cos(H - H_a) + 2(S_a \cos V_a)(S\sin V) \cdot \\ & \cos(H - H_a) - S^2 \sin(2V) + 2(S_a \cos V_a)(S\cos V)\sin(H - H_a) - 2(S_a \cos V_a)(S\cos V) \cdot \\ & \cos(H - H_a) - S_a^2 \sin(2V_a)\}dv \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} m &= 2S_a(\cos V_a)^2 + 2S(\cos V)^2 - 2\cos V_a(S\cos V)\cos(H - H_a) - 2(S_a \cos V_a)\cos V \cos(H - H_a) \\ n &= 2(S_a \sin V_a)(S\cos V)\cos(H - H_a) + 2(S_a \cos V_a)(S\sin V)\cos(H - H_a) - S^2 \sin(2V) + \\ & 2(S_a \cos V_a)(S\cos V)\sin(H - H_a) - 2(S_a \cos V_a)(S\cos V)\cos(H - H_a) - S_a^2 \sin(2V_a) \end{aligned}$$

联立方程(5)、(6)可得 dx_o, dy_o 。

令

$$A = \begin{bmatrix} 2(X_a - X_o) & 2(Y_a - Y_o) \\ 2(X_b - X_o) & 2(Y_b - Y_o) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} dx_o \\ dy_o \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2S_a(\cos V_a)^2 & -S_a^2 \sin(2V_a) \\ 2S_b(\cos V_b)^2 & -S_b^2 \sin(2V_b) \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} ds \\ dv \end{bmatrix}$$

由 $A \cdot B = C \cdot D$ 得: $B = A^{-1} \cdot C \cdot D$, 然后利用误差传播定律, 计算出 dx_o 及 dy_o 。

假设对炉体任意点测量得到的数据为 $M(S, V, H)$, 设其坐标为 (X, Y, Z) , M, A 在 $Z = Z_o$ 平面上投影点 A', M' 之间的距离为 d_{as} , 利用站点的坐标值、余弦定理和它与测量点之间的空间几何关系有如下方程

$$Z = Z_o + S \sin V \quad (7)$$

$$(X_o - X)^2 + (Y_o - Y)^2 = (S \cos V)^2 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} d_{as}^2 &= (X_a - X)^2 + (Y_a - Y)^2 \\ &= (S_a \cos V_a)^2 + (S \cos V)^2 - \\ & 2(S_a \cos V_a)(S \cos V) \cos(H - H_a) \quad (9) \end{aligned}$$

联立上面方程, 得出点 M 的坐标 (X, Y, Z) 。

对式(7)求微分得

$$dz = dz_o + \sin V ds + S \cos V dv$$

利用误差传播定律得出坐标 Z 的误差 dz 。

设坐标 X, Y 的误差分别为 dx, dy , 通过类似方法对式(8), 式(9)进行微分得

方程简写为

$$2(X_a - X)dx + 2(Y_a - Y)dy = mds + ndv$$

令

$$E = \begin{bmatrix} 2(X_o - X), 2(Y_o - Y) \\ 2(X_a - X), 2(Y_a - Y) \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$

G =

$$\begin{bmatrix} -2S(\cos V)^2 & S^2 \sin(2V) & 2(X_o - X) & 2(Y_o - Y) \\ m & n & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H = [ds \quad dv \quad dx_o \quad dy_o]$$

则由表达式 $E \cdot F = G \cdot H$ 得: $F = E^{-1} \cdot G \cdot H$, 再次利用误差传播定律, 得出点 M 的坐标误差 dx, dy。

2. 倾角测量仪引起的误差

点 M 的坐标 (X, Y, Z) 是在测量坐标系中的坐标, 要计算点 M 处的壁厚, 必须将其转换成模型坐标。实际测量时, 炉体围绕坐标轴 X 旋转一个角度 θ , 设点 M 在模型坐标为 (X', Y', Z'), 由旋转变换公式

$$[X \quad Y \quad Z \quad 1] = [X' \quad Y' \quad Z' \quad 1] \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

不难得出两个坐标系下坐标对应关系, 设转角的系统误差为 $d\theta$, 再次利用误差传播定律, 将测量坐标系中的误差、转角的系统误差一起折算到模型坐标系下, 得到点 M 的误差为 (dx', dy', dz'), 则点 M 处壁厚最大误差为

$$d = \sqrt{(dx')^2 + (dy')^2 + (dz')^2}$$

四、Matlab 数据仿真

Matlab 提供了强大的符号运算法, 它比具体的数值运算更具有通用性, 上面的那些公式计算看起来非常繁琐, 但利用符号运算很容易得到结果。表 1 中的数据是从实际测量中挑选出实测误差比较大的一组数据, 实际误差是利用精度为 1 mm 的高强

度卷尺测量所得。已知点 A 的坐标为 (-9.012 8, -8.167 7, 2.798 2), 点 B 的坐标为 (10.054 5, -8.188 7, 2.751 9)。从表 1 中数据可以看出, 被测点理论上最大误差为 9.2 mm, 这与安全生产不超过 10 mm 的要求相符合, 而实际测量结果, 最大误差没有超过 6 mm, 这说明利用本文所述方法完全能满足实际要求。

表 1 点 M 测量数据及理论误差与实际误差对照表

实验次数	径向距离 /m	垂直角 /($^{\circ}$)	水平转角 /($^{\circ}$)	被测点理论误差 /mm	实际误差 /mm
1	28.601 8	2.003 6	33.700 8	2.6	2.3
2	29.064 6	2.958 3	34.382 8	8.6	4.7
3	30.409 7	2.827 3	25.080 7	9.2	5.2
4	30.331 5	3.780 8	37.710 9	5.6	3.7
5	20.493 9	5.600 4	33.995 6	5.0	1.8
6	16.278 8	7.057 1	23.504 2	4.3	2.9
7	19.052 6	15.214 4	22.925 4	6.1	4.7
8	17.916 5	12.900 5	32.065 1	5.6	2.4
9	19.209 4	8.984 9	26.870 6	5.8	3.1
10	27.964 3	4.101 3	30.771 1	4.1	1.9

注:测站点 O 对 A 的测量数据为 (23.999 9, 4.297 2, 0), 对 B 的测量数据为 (17.026 7, 5.907 2, 52.270 9)

五、结 论

采用本文所述的测量及误差分析方法, 较好地解决了恶劣环境(如酸性, 碱性, 高温等)中那些难以直接进行测量的问题, 本测试仪器在国外有大型企业已运行半年的时间, 实测数据与理论分析完全符合。

参考文献:

- [1] 武汉测绘科技大学测量平差教研室. 测量平差基础 [M]. 北京: 测绘出版社, 1996.
- [2] 吴大正, 等. MATLAB 及在电子信息课程中的应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2002.
- [3] 周金萍, 等. MATLAB 6 实践与提高 [M]. 北京: 中国电力出版社, 2002.