

# 基于同心圆求取图像畸变中心的简便方法

田涌涛<sup>1</sup>, 李娟<sup>2</sup>, 田临淮<sup>3</sup>, 孙炳荣<sup>1</sup>

(1. 上海铭源数康生物芯片有限公司, 上海 201403; 2. 道晟灯具(上海)有限公司, 上海 201415; 3. 山西永济市职业中专学校, 永济 044500)

**摘要:** 为了校正计算机视觉系统中由透镜引起的图像畸变, 必须求解出图像的畸变中心。该文提出一种基于同心圆模式确定图像畸变中心的方法。该方法垂直拍摄不同位置的同心圆, 根据相应畸变圆的形心确定出不同的直线, 对这些直线求交点即得出畸变中心位置。不需要特殊实验设备, 避免了复杂的非线性优化过程。对某摄像装置拍摄的图像进行了实验, 结果表明该方法简单可靠, 精度能够满足一般工业要求。

**关键词:** 计算机视觉; 畸变中心; 同心圆; 内部参数; 标定

## Concentric Circles-based Simple Method to Solve Image Distortion Center

TIAN Yong-tao<sup>1</sup>, LI Juan<sup>2</sup>, TIAN Lin-huai<sup>3</sup>, SUN Bing-rong<sup>1</sup>

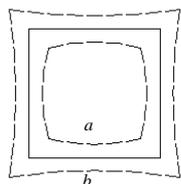
(1. Shanghai Mingyuan Health-digit Biochips Co., Ltd., Shanghai 201403; 2. TAO Light (Shanghai) Co., Ltd., Shanghai 201415; 3 Shanxi Yongji Vocational Special or Technical Secondary School, Yongji 044500)

**【Abstract】** The distortion center must be solved in order to correct the image distortion resulting from the lens in computer vision system. A concentric circles-based method is proposed in the paper to find the distortion center. In the method, the concentric circles in different positions are captured perpendicularly, and then the centroids of distorted concentric circles in corresponding image are computed to determine the straight lines. The intersection point of such different lines is solved as the distortion center. The method needs no special equipments and avoids complex nonlinear optimization procedure. An experiment is performed and the presented method proves to be simple and reliable. Its accuracy can meet the common industrial requirement.

**【Key words】** computer vision; distortion center; concentric circle; internal parameter; calibration

### 1 概述

计算机视觉技术广泛应用于机械、电子制造业和智能监控业的各个方面<sup>[1]</sup>, 如产品整体检验、元器件识别与定位、车牌识别<sup>[2]</sup>、铁轨检测<sup>[3]</sup>、刀具精密测量系统<sup>[4]</sup>等。在这些系统中, 准确地获得感兴趣物体的尺寸信息是最基本、最重要的。但是对带有透镜的摄像光学装置来说, 所拍摄的图像或多或少都有径向畸变。由透镜产生的径向畸变可分为桶形畸变和枕形畸变<sup>[5]</sup>。对一个矩形来说, 它的2种畸变如图1所示。在这种情况下, 必须对这种畸变进行校正, 才能进一步得到真实的图像信息。



a 桶形畸变 b 枕形畸变

图1 图像径向畸变

以图像的左上角为坐标原点, 行方向为x轴方向, 列方向为y轴方向建立坐标系。设图像的畸变中心坐标为 $(u, v)$ , 校正前物体的坐标为 $(x, y)$ , 校正后物体的坐标为 $(x', y')$ 。根据透镜一阶径向畸变模型<sup>[5]</sup>则有下列等式成立:

$$x' = (x - u)[1 + k((x - u)^2 + (y - v)^2)] + u$$

$$y' = (y - v)[1 + k((x - u)^2 + (y - v)^2)] + v \quad (1)$$

可见要校正这种畸变, 必须首先确定畸变中心 $(u, v)$ 及畸变系数<sup>[5]</sup> $k$ , 然后才能按上述公式进行。本文仅研究畸变中心的确定。畸变中心又称图像主点, 许多文献都把它归结在摄像机内部参数的标定中。传统上已经有几种确定畸变中心<sup>[5-6]</sup>的方法。这些方法可分为3类:

(1)直接光学方法, 如激光束方法。这种方法的概念比较简单, 可以对主点进行独立标定, 而不受其他摄像机参数的影响。这种方法需要一个低功率的激光发射器以及一个4自由度的方向调节器, 利用激光束照射摄像机的透镜系统, 根据激光束的反射情况调节激光束使其精确地通过光学中心, 此时图像中激光束的像(一个光点)表示出了图像中心。这种方法具有非常高的精度及重复性。一般多以此方法的结果作为参考, 来评价其他方法的性能及精度。但这种方法对试验技能的要求很高。

(2)变焦方法, 这种方法易于执行, 且不受其他摄像机参数的影响。但是它需要假设镜头沿光轴运动, 这一点难以保证。对单透镜变焦方法来说, 当距离设定变动时, 并不能保证透镜是沿着光轴所在的直线移动。在转动距离设定环时, 透镜似乎是沿着光轴进行螺旋状的运动。而且透镜支撑中的

**作者简介:** 田涌涛(1975 -), 男, 博士, 主研方向: 计算机视觉, 图像处理与模式识别; 李娟、田临淮, 学士; 孙炳荣, 高级工程师  
**收稿日期:** 2007-12-16 **E-mail:** tian\_yt@163.com

螺纹间隙还会导致一些随机干扰运动。虽然总的扰动量非常小(约 20 μm),但是对扩缩中心的位置却有很大影响。由于螺纹间隙导致的随机运动不能被补偿,因此这种方法精度和重复性最差。对双透镜变焦方法来说,虽然不需要调焦,但标定过程中,透镜不得被卸下和装上,这样可能会导致需要保持固定位置的摄像机移动。

(3)基于优化的数值方法,这是用得最广的方法,精度很高且很有效,但是它所涉及的优化过程或非线性方程的求解较为繁琐。一般来说,这种方法需要给定一组世界坐标已知的标定点,通过摄像装置获取其图像并得到其图像上的位置,并根据成像模型建立标定点的空间坐标和相应图像位置之间的关系式。然后建立目标函数,通过设计很精巧或很复杂的优化求解过程来确定摄像机参数。这类方法很有效,具有足够的精度。但是有些优化过程,尤其是非线性的优化,会出现解不稳定、难以收敛的情形。

以上方法都比较复杂,本文利用同心圆畸变后的特征,提出了一种简便的确定畸变中心的方法。这种方法不需特殊硬件,只需求解二元一次方程组或者对多个二元一次方程进行最小二乘求解,完全避免了复杂的非线性优化求解以及解不稳定、难以收敛的情形。可以说是第 4 类方法<sup>[7-8]</sup>。

## 2 基于同心圆确定畸变中心的原理

### 2.1 圆畸变后的特征

**结论** 畸变圆(圆畸变后的图形)对称于图像畸变中心和未畸变圆圆心的连线。

在图 2 中, $O$ 为图像畸变中心, $a$ 为一未畸变圆,圆心为点 $A$ , $b$ 为圆 $a$ 经桶形畸变后的畸变圆,其形心为点 $B$ 。不妨以畸变中心 $O$ 为坐标原点,畸变中心 $O$ 和圆心 $A$ 的连线 $OA$ 为横轴建立坐标系。设点 $p_d(x_d, y_d)$ 为畸变圆 $b$ 上任一点,根据一阶透镜径向畸变模型<sup>[5]</sup>,它必然对应于未畸变圆 $a$ 上的一点 $p_i(x_i, y_i)$ ,且有以下公式成立:

$$\begin{aligned} x_d &= x_i + x_i[k(x_i^2 + y_i^2)] \\ y_d &= y_i + y_i[k(x_i^2 + y_i^2)] \end{aligned} \quad (2)$$

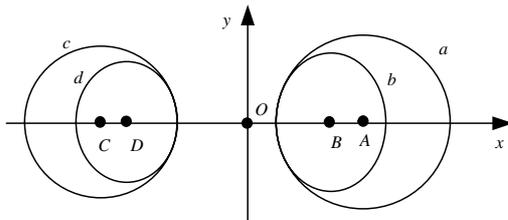


图 2 圆及其畸变圆的形心关系示意图

由于圆 $a$ 关于直线 $OA$ 对称,因此对于点 $p_i(x_i, y_i)$ ,必有点 $p_i'(x_i, -y_i)$ 也是圆 $a$ 上一点,点 $p_i'(x_i, -y_i)$ 畸变后必对应于畸变圆 $b$ 上一点 $p_d'(x_d', y_d')$ :

$$\begin{aligned} x_d' &= x_i + x_i[k(x_i^2 + (-y_i)^2)] \\ y_d' &= (-y_i) + (-y_i)[k(x_i^2 + (-y_i)^2)] \end{aligned} \quad (3)$$

比较式(2)、式(3)有 $x_d = x_d', y_d = -y_d'$ ,所以点 $p_d'(x_d', y_d')$ 是点 $p_d(x_d, y_d)$ 横轴的对称点。也就是说,对于畸变圆上任一点,总能在它上面找到另一点和所给点关于横轴对称,从而证明了结论。

### 2.2 同心圆畸变后的形心特征

由于图像中心与未畸变圆圆心的连线是畸变圆的对称轴,因此畸变圆的形心在此连线上。对于桶形畸变,未畸变

圆上的每一点都向畸变中心方向进行畸变(向畸变中心方向进行非线性收缩变化),这样就造成畸变圆的形心也要偏离未畸变圆的形心(即其圆心),向畸变中心方向收缩。如图 2,畸变圆的形心点 $B$ 偏离未畸变圆的形心点 $A$ 。对于枕形畸变,未畸变圆上的每一点远离畸变中心方向进行畸变(向畸变中心方向进行非线性扩张变化),这样就造成畸变圆的形心也要偏离未畸变圆的形心(即其圆心),远离畸变中心方向扩张。图 2 左边给出了枕形畸变时的情况,其中畸变圆 $d$ 的形心点 $D$ 偏离未畸变圆 $c$ 的圆心 $C$ 。考虑到畸变的非线性、偏离的程度与未畸变圆圆心距畸变中心的距离、未畸变圆半径及透镜畸变系数都有关。对于未畸变同心圆来说,每个圆的圆心和畸变中心的连线是同一条直线,可知畸变同心圆的形心是共线的。由于未畸变同心圆中,每个圆的半径都不同,因此畸变同心圆的形心偏移量也不同,也就是说,畸变同心圆的形心共线而不重合,所以形心的连线通过图像畸变中心。

至此,可以得到求图像畸变中心的方法:对圆心位置不同,且与畸变中心不共线的 2 组未畸变同心圆,获取它们的畸变圆的图像,分别求出由每组畸变圆形心确定的直线,求 2 条直线的交点,即得图像畸变中心的位置。

## 3 实验

如图 3(a)、图 3(b)为同一摄像装置垂直拍摄的 2 幅不同位置的畸变同心圆的图像(其中小圆较小,在黑色大圆里面近乎一白色小孔的即是)。根据本文方法,图 3(a)中畸变同心圆形心确定的方程为 $c = -1.466r + 677.612$ ,图 3(b)确定的方程为 $c = 1.477r - 34.288$ 。其中, $r, c$ 分别表示行、列坐标。这 2 个方程的解为(241.90, 322.88),与激光法确定的中心值(238.3, 319.2)相比,本节所提方法有 5 个像素的偏差。这对一般的工业应用已经足够了<sup>[6]</sup>。图 4(a)为一带畸变的矩形工件图,用本文方法确定出相应摄像装置的图像畸变中心后,进一步校正的结果如图 4(b)所示。直观上看,工件的边缘已经恢复了直线形状。

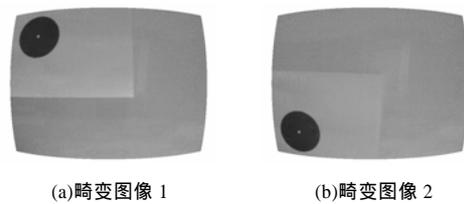


图 3 畸变同心圆的真实图像

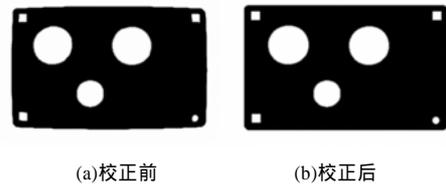


图 4 畸变校正实例

## 4 结束语

基于同心圆确定计算机视觉畸变中心的方法是可行的。从实验结果看,它的精度是可以接受的。

本方法标定物制作简单,用激光打印机打印黑白相间的多个同心圆即可满足要求。最简单地,打印一个中心留有同心小孔的黑圆面即可。本方法计算过程简单,仅需要根据点坐标确定直线方程及求解二元一次线性方程组。整个过程避免了复杂计算,如非线性优化等。(下转第 258 页)