

基于数学优化方法的全站仪设站研究*

牛波, 保宏, 段宝岩

(西安电子科技大学 机电工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要 文中提出了一种数学优化方法对大射电望远镜(Large Radio Telescope)LT5 m模型中用于跟踪测量的全站仪的站点坐标进行修正。目的是为了提高全站仪的设站精度,从而进一步提高其跟踪测量精度。实验表明,应用该方法使得全站仪的测量精度由原来的最大误差5 mm降低至最大误差为1 mm。达到了预期的目的。

关键词 大射电望远镜 前方交会 数学优化

中图分类号: P204 **文献标识码**: A **文章编号**: 1672-4097(2007)03-0005-03

1 引言

为了满足天文观测的需要,中国科学家发起了建造新一代大射电望远镜(LT)阵的倡议。为此,西安电子科技大学研究组提出了光机电一体化设计的革新方案^[1]。该方案中,通过调节六根大跨度悬索的长度来完成馈源舱大范围扫描跟踪。因此,对馈源舱的位置和姿态进行高精度动态测量是实现精确定位与控制的关键技术之一。



图1 LT 5 m模型

在LT5m模型中(见图1)用三台激光全站仪来对馈源舱进行跟踪测量。在对馈源舱进行跟踪测量之前,首先要将三台全站仪的自身坐标精确地定下来,即定标。

在LT5m模型中我们将其中的一台全站仪A所在的点设为坐标系的原点。然后用全站仪A来直接测量^[3]其余两台B、C所在位置的坐标。三台全站仪的坐标测定完之后,我们再用这三台全站仪同时测量同一个点,结果发现,三者所测得的该点的坐标数据误差较大。原因就是由全站仪A测B、

C两台全站仪的坐标时存在误差,而再由B、C测量其他点时会进一步引起误差叠加。为了减小测站点的坐标值误差,通常的做法是列写误差方程对测站点的坐标值进行平差计算。求出其坐标改正数。但是在LT5m模型中,由于已知点只有一个。平差在这里没有意义。

为此,本文采用一种数学优化的方法来求出各站点坐标的修正值,然后再对各站点坐标进行修正。

2 优化模型的建立

如图2所示,A、B、C分别为三台全站仪所在坐标系中的固定位置。其中以全站仪A所在的位置为坐标原点。全站仪A、B连线为坐标系的北坐标N方向。过A点垂直向上的方向为高程H方向(图中未标出)。由右手法则确定东坐标E的方向。

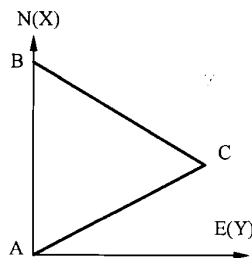


图2 全站仪定标示意图

在该坐标系中,已知点只有坐标原点A。应用全站仪的常规测量功能可以直接测量出B、C两点的坐标。 (X_B, Y_B, Z_B) , (X_C, Y_C, Z_C) 。由于全站仪本身的误差使测得的B、C两点的坐标并不是其真实的坐标,而只是其近似坐标值。为了减小B、C两点的坐标值误差,这里我们采用一种数学优化的方法来求B、C坐标的修正值 (x_B, y_B, z_B) , (x_C, y_C, z_C) 。

测量出 B, C 两点的坐标后就可以用前方交会的方法进行测量,进而建立数学模型。这是因为近距离测量中全站仪的测角误差要远远小于其测距误差^[4]。

用前方交会测量,由几何关系已知 A, B 两点之间的水平距离以及相关的水平角和俯仰角便可求出第三点 O 的三维坐标^[5]。

$$X_O = L_{AB} \frac{\sin \alpha_B \cos \alpha_A}{\sin(\alpha_A + \alpha_B)} \quad (1)$$

$$Y_O = L_{AB} \frac{\sin \alpha_B \sin \alpha_A}{\sin(\alpha_A + \alpha_B)} \quad (2)$$

$$Z_O = L_{AB} \frac{\sin \alpha_B \tan \beta_A}{\sin(\alpha_A + \alpha_B)} \quad (3)$$

式中 L_{AB} 为 A, B 两点得水平距离, α_A, α_B 分别为测站 A, B 测 O 点时的水平角, β_A 为测站 A 测 O 点时的俯仰角。

在该实验中,具体的测量方案如下(图3)。

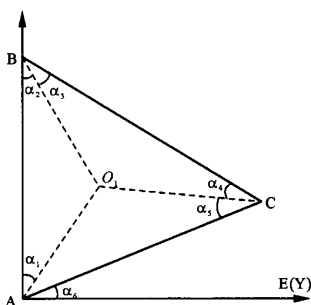


图3 三测站组合测量 O 点

设 O_1 点为馈源舱运动空间中的任意一点。 A, B, C 为三台全站仪所在的位置,将 A, B, C 两两组合对 O_1 点进行测量。这样便得到三组坐标值:由 A, B 组合可得 O_1 点的第一组坐标值 $(X_{O_1}^a, Y_{O_1}^a, Z_{O_1}^a)$, B, C 组合可得 O_1 点的第二组坐标值 $(X_{O_1}^b, Y_{O_1}^b, Z_{O_1}^b)$, A, C 组合可得 O_1 点的第一组坐标值 $(X_{O_1}^c, Y_{O_1}^c, Z_{O_1}^c)$ 。在这里,因为有

$$L_{AB} = \sqrt{[X_A - (X_B + x_B)]^2 + [Y_A - (Y_B + y_B)]^2} \quad (4)$$

$$L_{BC} = \sqrt{[X_B + x_B - (X_C + x_C)]^2 + [Y_B + y_B - (Y_C + y_C)]^2} \quad (5)$$

$$L_{AC} = \sqrt{[X_A - (X_C + x_C)]^2 + [Y_A - (Y_C + y_C)]^2} \quad (6)$$

而水平角和俯仰角均可由全站仪测得,为已知值。所以,可将 O_1 点的三维坐标表示成 B, C 点的坐标修正值的函数。即:利用前方交会 A, B 为一组测 O_1 点可得:

$$X_{O_1}^a = f_1(x_B, y_B) \quad (7)$$

$$Y_{O_1}^a = f_2(x_B, y_B) \quad (8)$$

$$Z_{O_1}^a = f_3(x_B, y_B) \quad (9)$$

同理 A, C 组合, B, C 组合也可以得到相应的函数表达式。

A, B 组合可以直接套用前方交会的坐标计算公式。而利用 B, C 和 A, C 组合计算 O_1 点的三维坐标时则需要进行相应的几何换算。具体的数学表达式如下:

A, B 组合利用前方交会测 O_1 点得^[6]:

$$X_{O_1}^a = \frac{L_{AB} \sin \alpha_2 \cos \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \quad (10)$$

$$Y_{O_1}^a = \frac{L_{AB} \sin \alpha_2 \sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \quad (11)$$

$$Z_{O_1}^a = Z_A + \frac{L_{AB} \sin \alpha_2 \tan \beta_A}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \quad (12)$$

B, C 组合利用前方交会测 O_1 点得:

$$X_{O_1}^b = L_{BC} - \frac{L_{BC} \sin \alpha_4 \cos \alpha_2}{\sin(\alpha_3 + \alpha_4)} \quad (13)$$

$$Y_{O_1}^b = \frac{L_{BC} \sin \alpha_4 \sin \alpha_2}{\sin(\alpha_3 + \alpha_4)} \quad (14)$$

$$Z_{O_1}^b = Z_B + z_B + \frac{L_{BC} \sin \alpha_4 \tan \beta_B}{\sin(\alpha_3 + \alpha_4)} \quad (15)$$

A, C 组合利用前方交会测 O_1 点得:

$$X_{O_1}^c = \frac{L_{AC} \sin \alpha_5 \cos \alpha_1}{\sin(\alpha_5 + \alpha_6)} \quad (16)$$

$$Y_{O_1}^c = \frac{L_{AC} \sin \alpha_5 \sin \alpha_1}{\sin(\alpha_5 + \alpha_6)} \quad (17)$$

$$Z_{O_1}^c = Z_C + z_C + \frac{L_{AC} \sin \alpha_6 \tan \beta_C}{\sin(\alpha_5 + \alpha_6)} \quad (18)$$

上面三组式子中 $\alpha_i, i=1, L, 6$ 为各个测站测 O_1 点时所对应得水平角。 $\beta_A, \beta_B, \beta_C$, 分别为测站 A, B, C 测 O_1 点时的俯仰角。

理论上,由于上面这三组坐标值均为点 O_1 的坐标。其值应该对应相等,为了消除偶然误差,我们取 O_1, O_2, L, O_n 等 n 个点。转化为数学上的问题即为优化问题。即: $\text{Find}(x_B, y_B, z_B, x_C, y_C, z_C)$

$\text{Min obj} =$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{aligned} &(\sqrt{(X_{O_i}^a - X_{O_i}^b)^2 + (Y_{O_i}^a - Y_{O_i}^b)^2 + (Z_{O_i}^a - Z_{O_i}^b)^2})^2 \\ &+ \sqrt{(X_{O_i}^a - X_{O_i}^c)^2 + (Y_{O_i}^a - Y_{O_i}^c)^2 + (Z_{O_i}^a - Z_{O_i}^c)^2})^2 \\ &+ \sqrt{(X_{O_i}^b - X_{O_i}^c)^2 + (Y_{O_i}^b - Y_{O_i}^c)^2 + (Z_{O_i}^b - Z_{O_i}^c)^2})^2 \end{aligned} \right\}$$

$$x_B \leq 0.001, y_B \leq 0.001, z_B \leq 0.001, \text{S. t.}$$

$$x_C \leq 0.001, y_C \leq 0.001, z_C \leq 0.001$$

利用该数学模型求出修正值后,将其加到相应的坐标上去。于是便可得出 B 点和 C 点更为精准的坐标值 $(X_B + x_B, Y_B + y_B, Z_B + z_B)$ 和 $(X_C + x_C, Y_C + y_C, Z_C + z_C)$ 。至此,对三个测站的坐标标定结束。为下一步的跟踪测量工作做好了准备。

3 LT5 m 模型实验

基于上述思想,在 LT5m 模型中。用 MAT-

LAB 编写了相应的计算和优化程序。然后将计算出来的坐标修正值加到对全站仪的设站中。重新设站后我们再次取一些采样点进行测量比较。发现三台全站仪对同一点所测得的坐标十分接近,比之前的测量精度大为提高。表 1 是我们在 LT5m 模型中没有对测站坐标修正前所采集的 5 个点的坐标数据。这里只列出了北坐标 N 。

表 1 对测站坐标修正前所测得的点 单位:m

	O1	O2	O3	O4	O5
A	1.316 2	2.472 5	2.491 4	0.419 2	1.9651
B	1.315 2	2.473 6	2.488 7	0.415 2	1.9684
C	1.311 4	2.475 0	2.490 6	0.417 1	1.9677

通过我们的优化程序最后计算出 B, C 两点的坐标修正值分别为:

$$x_B = -0.000 5, y_B = -0.000 7, z_B = 0.000 1,$$

$$x_C = -0.000 7, y_C = -0.001 0, z_C = 0.000 9$$

然后,将计算所得的坐标修正值加到全站仪设站坐标中对 B, C 进行重新设站。重新设站后我们用三台全站仪同时对一组采样点进行测量,所得数据如下表 2,这里也只列出了北坐标 N 。

表 2 对测站坐标修正后所测得的点 单位:m

	O1	O2	O3	O4	O5
A	1.418 3	0.963 6	3.013 2	3.177 0	1.824 7
B	1.418 2	0.963 3	3.013 3	3.177 3	1.824 4
C	1.418 6	0.962 8	3.012 8	3.176 9	1.825 3

比较表 1 和表 2 两次测得的数据可知:用本文介绍的方法对测站坐标进行修正,然后重新设站。

可知表 2 所得的数据比表 1 更为接近,准确。最大差值只有 1 mm。而表 1 的最大数据差值为 5 mm。

4 小 结

若将按照常规的测量方法所测得的 B, C 点的坐标值作为对 B, C 的设站坐标。则 A, B, C 三台全站仪对同一点进行测量所得的三维坐标值的最大差值达 5 mm 之多。加入坐标修正值重新设站后,三台全站仪对同一点进行测量其相互间的差值最大仅为 1 mm。该方法是一种不同于传统平差的一种数据处理方法。利用该方法可以进一步提高点的定标精度。

参考文献

- 1 Duan, B. Y., A new design project of the line feed structure for large spherical radio telescope and its nonlinear dynamic analysis [J]. Mechatronic, 1999, 9 pp. 53—64
- 2 武汉大学测绘学院测量平差学科组, 误差理论与测量平差基础[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2003
- 3 TPS1000 system user reference manual leica geosystems limited company
- 4 王文利, 段宝岩, 彭勃, 南仁东. 由多台全站仪组成的馈源舱位姿态测量系统[J]. 光学技术, vol. 17 NO.1. 2000, 6(ED)
- 5 Wang Jin-jiang, Liu wen-yao, Cai Hui-yu a flexible large-size shape-measurement system antennas and propagation magazine, vol. 45. NO. 1, February 2003 pp. 112—115 (IEEE)
- 6 龙华伟, 翟超. 空间前方交会法及其在测试技术中的应用 [J]. 计测技术, 2005 Vol. 25 No. 6

Study on Setting Station of Total Station Instrument Based on Mathematics Optimization Method

Niu Bo, Bao Hong, Duan Baoyan

(Mechanical and electrical Engineering college, Xi'an University of Electronic Science and Technology Xi'an 710071)

Abstract In this paper, a method of mathematical optimization is proposed, which is used to modify the coordinates of the total stations in the LT5m. So as to improve both the precision in setting up and the accuracy of the total stations' tracking measurement. Being validated by the experiment, the maximum error in setting up the total station falls from 5mm to 1mm, the expectant aim is obtained.

Key words Large Radio Telescope; Forward Intersection; Mathematical Optimization