

# TDOA/AOA 混合定位方案中的 UKF 算法

王 杰<sup>1</sup>, 金 梁<sup>1</sup>, 宋华伟<sup>1</sup>, 张 鹏<sup>1,2</sup>

(1. 国家数字交换系统工程技术研究中心, 郑州 450002; 2. 中国人民解放军 61886 部队, 北京 100084)

**摘 要:** 针对 CDMA 无线定位系统中的“听力”问题, 在 CDMA 无线系统中建立到达时间差/到达角度(TDOA/AOA)混合定位方案模型。针对常用滤波算法的性能改善问题, 提出无迹卡尔曼滤波(UKF)算法解算定位方程, 并结合设定环境对算法进行 Matlab 仿真。与常用 EKF 算法的比较表明, 在 TDOA/AOA 混合定位方案中, UKF 算法具有更好的收敛性和精度。

**关键词:** 无线定位; 无迹卡尔曼滤波算法; 扩展卡尔曼滤波

## UKF Algorithm in TDOA/AOA Hybrid Location Scheme

WANG Jie<sup>1</sup>, JIN Liang<sup>1</sup>, SONG Hua-wei<sup>1</sup>, ZHANG Peng<sup>1,2</sup>

(1. National Digital Switching System Engineering & Technological Center, Zhengzhou 450002; 2. PLA Unit 61886, Beijing 100084)

**【Abstract】** A Time Difference of Arrival/Angle of Arrival(TDOA/AOA) hybrid location scheme model is presented to solve the “hearing ability” problem in CDMA wireless location systems. The Unscented Kalman Filter(UKF) algorithm which is applied and simulated by using Matlab tools under the supposed circumstances. The final simulation results show that under the circumstances of TDOA/AOA hybrid location scheme, the UKF algorithm has better performances of convergence and precision than the common EKF.

**【Key words】** wireless location; Unscented Kalman Filter(UKF) algorithm; Extended Kalman Filtering(EKF)

### 1 概述

在CDMA蜂窝网无线定位系统中, 目标移动台接近服务基站时必须采用功率控制, 即减少发射功率来解决远近效应问题, 从而可能无法接收到其他基站的信号。这种情况会导致定位所需的基站数量不足, 使正常定位无法完成。为解决以上的“听力”问题, 在采用到达时间、到达时间差以及方位角定位方法的基础上<sup>[1]</sup>, 出现了到达时间差/到达角度(Time Difference of Arrival/ Angle of Arrival, TDOA/AOA)混合定位方案, 这种方案融合时间差和目标角度的测量数据, 能有效解决CDMA定位系统中的“听力”问题。

在定位方案的应用中, 常采用扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filtering, EKF)或修正后的EKF算法来解算定位方程。在非线性系统中使用EKF算法必须进行线性化近似, 此过程中难免产生误差, 有时可能导致滤波发散<sup>[2]</sup>。本文在TDOA/AOA混合定位模型的基础上, 采用无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)解算方程, 并与广为应用的EKF算法进行比较, 仿真结果表明UKF算法具有更优越的性能。

### 2 TDOA/AOA 混合定位

TDOA 定位通过处理 3 个或 3 个以上基站采集到的信号到达时间数据对目标移动台进行定位, 它所测量的是目标移动台发射机到达不同基站接收机的传播时间差而不是确切的时间。因此, TDOA 定位方式无须移动台与基站间的精确同步, 可以消除或减少目标移动台与基站间信道所造成的共同误差。

在该定位方式中, 目标移动台在以 2 个基站为焦点的双曲线方程上进行定位, 2 条双曲线交点即为目标移动台的二维坐标, 因此, TDOA 定位又称为双曲线定位。

AOA 定位根据信号到达的角度测定目标移动台的位置。

在此方式中, 只要测量出目标移动台距离 2 个基站的信号到达角度, 就可确定移动台位置。测量时需采用定向天线, 基站接收机利用天线阵列测量出目标移动台信号入射角, 构成一条从基站接收机到目标移动台间的径向测位线, 目标移动台的二维坐标为 2 条测位线的交点。

在现有的 TDOA/AOA 混合定位方式中, 由于前向导频无功率控制, 远近效应的影响很小, 因此常在移动台侧接收服务基站及若干邻近基站的导频信号, 然后使用互相关估计法算出 TDOA 参数; 在基站侧采用自适应天线阵列跟踪移动台的反向导频信号, 测算出目标移动台的方位角。

TDOA 对定位时间基准要求不高, 测量方法较为简单; AOA 理论上只需要 2 个基站即可实现定位, 可应用于“听力”问题较为严重的场合, 但精度较低。TDOA/AOA 综合 2 种定位方法的优点, 克服了各自的局限, 可实现较高精度的定位<sup>[3]</sup>。

### 3 UKF 滤波算法

UKF 基于无迹变换(Unscented Transformation, UT)的滤波思想, 即用一定数量的参数去近似一个高斯分布, 比任意非线性函数或变换近似更加容易实现<sup>[4]</sup>。该算法在原基础上不断改进, 近年来在信息融合、目标跟踪等领域得到广泛应用, 获得了较好效果。其实现原理如下: 在原来的状态分布中按某一规则取一些点, 使这些点的均值和协方差与原来状态分布的均值和协方差相等; 将这些点代入非线性函数中, 相应得到非线性函数值点集, 通过这些点集求变换后的均

**作者简介:** 王 杰(1982 -), 男, 硕士研究生, 主研方向: 通信与信息系统; 金 梁, 教授、博士生导师; 宋华伟, 讲师、硕士; 张 鹏, 硕士研究生

**收稿日期:** 2007-11-30 **E-mail:** wungjie@163.com

值和协方差。该变换未经线性化，没有将所有的高阶项忽略，所得到的均值和协方差的估计精度要优于EKF<sup>[5]</sup>。

给定如下非线性模型：

$$\mathbf{x}_{k+1} = F(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k) \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k = H(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) \quad (2)$$

其中， $\mathbf{x}_k$  为系统的  $n$  维状态向量； $\mathbf{u}_k$  为  $r$  维控制向量； $F$  为  $n$  维向量函数； $H$  为  $m$  维向量函数； $\mathbf{w}_k$  为  $p$  维随机过程噪声； $\mathbf{v}_k$  为  $q$  维随机观测噪声。

假设过程噪声和测量噪声为不相关零均值白噪声，它们的统计特征为

$$E[\mathbf{w}_k] = 0, \text{cov}[\mathbf{w}_k, \mathbf{w}_j] = \mathbf{Q}_k \delta_{kj}, E[\mathbf{v}_k] = 0, \text{cov}[\mathbf{v}_k, \mathbf{v}_j] = \mathbf{R}_k \delta_{kj}, \text{cov}[\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_j] = 0$$

UKF 算法的状态变量为

$$\mathbf{x}_k^\alpha = [\mathbf{x}_k^T, \mathbf{w}_k^T, \mathbf{v}_k^T]^T \quad (3)$$

状态方差为

$$\mathbf{P}_k^\alpha = \begin{bmatrix} P_k & 0 & 0 \\ 0 & Q_k & 0 \\ 0 & 0 & R_k \end{bmatrix} \quad (4)$$

下标  $k$  对应第  $k$  个测量时刻。令变量  $\mathbf{x}_k^\alpha$  为  $L$  维列向量： $L = n + p + q$ 。UT 变换时，取变量  $\mathbf{x}_k^\alpha$  为  $L \times (2L + 1)$  维矩阵， $\mathbf{x}_k^\alpha$  具有如下表达式：

$$\mathbf{x}_k^\alpha = [\hat{x}_k^\alpha, \hat{x}_k^\alpha + \sqrt{(L + \lambda)P_k^\alpha}, \hat{x}_k^\alpha - \sqrt{(L + \lambda)P_k^\alpha}] \quad (5)$$

$$\mathbf{x}_k^\alpha = [(\mathcal{X}_k^x)^T, (\mathcal{X}_k^w)^T, (\mathcal{X}_k^v)^T]^T \quad (6)$$

在  $\mathbf{x}_k^\alpha$  的表达式中， $\hat{x}_{0,k}^\alpha = \hat{x}_k^\alpha$  为状态变量均值

$$\mathcal{X}_{i,k}^\alpha = \hat{x}_k^\alpha + (\sqrt{(L + \lambda)P_k^\alpha})_i, (i = 1, 2, \dots, L)$$

$$\mathcal{X}_{i,k}^\alpha = \hat{x}_k^\alpha - (\sqrt{(L + \lambda)P_k^\alpha})_{i-L}, (i = L + 1, L + 2, \dots, 2L)$$

其中， $\mathcal{X}_{i,k}^\alpha$  是状态变量均值附近的第  $i$  个采样点； $(\sqrt{(L + \lambda)P_k^\alpha})_i$  为矩阵  $\sqrt{(L + \lambda)P_k^\alpha}$  的第  $i$  列；系数  $\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$ ， $\alpha$  和  $\kappa$  为待选参数， $\kappa$  值应确保矩阵  $(L + \lambda)P_k^\alpha$  半正定。状态变量服从高斯分布时，如为单变量， $\kappa = 2$ ；如为多变量，选  $\kappa = 3 - L$ 。选  $0 < \alpha < 1$ ， $\alpha$  控制采样点分布，合理调整  $\alpha$  值可使高阶项的影响降低。

UKF 的时间更新方程为

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{X}_{i,k}^\alpha(-) &= F(\mathcal{X}_{i,k-1}^\alpha, \mathbf{u}_{k-1}, \mathcal{X}_{i,k-1}^w), (i = 0, 1, \dots, 2L) \\ \hat{x}_k^- &= \sum_{i=0}^{2L} W_i \mathcal{X}_{i,k}^\alpha(-) \\ P_k^- &= \sum_{i=0}^{2L} W_i [\mathcal{X}_{i,k}^\alpha(-) - \hat{x}_k^-][\mathcal{X}_{i,k}^\alpha(-) - \hat{x}_k^-]^T \\ Z_{i,k} &= H(\mathcal{X}_{i,k}^\alpha(-), \mathcal{X}_{i,k}^v), (i = 0, 1, \dots, 2L) \\ \hat{z}_k^- &= \sum_{i=0}^{2L} W_i Z_{i,k}(-) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

UKF 的测量更新方程为

$$\left. \begin{aligned} P_{z_k z_k} &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^c [Z_{i,k}(-) - \hat{z}_k^-][Z_{i,k}(-) - \hat{z}_k^-]^T \\ P_{x_k z_k} &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^c [\mathcal{X}_{i,k}^\alpha(-) - \hat{x}_k^-][Z_{i,k}(-) - \hat{z}_k^-]^T \\ K_k &= P_{x_k z_k} P_{z_k z_k}^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k (z_k - \hat{z}_k^-) \\ P_k &= P_k^- - K_k P_{z_k z_k} K_k^T \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

以上各式中， $W_i$  和  $W_i^c$  均为权系数，具体值如下：

$$\left. \begin{aligned} W_0 &= \frac{\lambda}{L + \lambda} \\ W_i &= \frac{1}{2(L + \lambda)}, (i = 1, 2, \dots, 2L) \\ W_0^c &= \frac{\lambda}{L + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \\ W_i^c &= W_i, (i = 1, 2, \dots, 2L) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

各参数的具体选值可参见文献[1]。

#### 4 UKF 在 TDOA/AOA 混合定位模型中的应用

不失一般性，假设定位的基站为  $N(3)$ ， $BS_1$  为服务基站，AOA 测量得到 MS 到  $BS_i$  的方位角，测量方程如下：

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_{k1} &= (d_k - d_1) + n_{k1} \\ \beta &= \arctan\left(\frac{y - y_1}{x - x_1}\right) + n_\beta \end{aligned} \right. \quad (10)$$

其中， $k = 2, 3, \dots, N$ ；基站  $BS_k$  的坐标为  $(x_k, y_k)$ ， $d_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}$ ； $n_{k1}$  和  $n_\beta$  是测量噪声。

测量方程的矩阵形式为

$$\mathbf{r} = f(\mathbf{X}) + \mathbf{N} \quad (11)$$

测量噪声协方差阵为  $N$  阶方阵  $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_n & 0 \\ 0 & \sigma_\beta^2 \end{bmatrix}$ ； $Q_n$  为 TDOA 测量的方差矩阵； $\sigma_\beta^2$  是 AOA 测量误差的方差。

当采用 EKF 滤波时，定义状态变量为  $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix}$ ， $(x, y)$  为

目标移动台的二维坐标； $v_x$  为移动台沿  $x$  方向的速度； $v_y$  为沿  $y$  方向的速度。

状态方程为

$$\mathbf{X}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \quad (12)$$

测量方程为

$$r_k = f(\mathbf{X}_k) + n_k \quad (13)$$

其中， $\Phi_{k,k-1}$  为  $k-1$  时刻至  $k$  时刻的一步转移矩阵； $\Gamma_{k-1}$  为系统噪声驱动矩阵； $\mathbf{W}_{k-1}$  是系统噪声序列。

$$\text{令 } \Phi_{k,k-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \Gamma_{k-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, T \text{ 表示测量间隔。}$$

取 UKF 算法的状态变量为  $\mathbf{x}_k^\alpha = [\mathbf{x}_k^T, \mathbf{w}_k^T, \mathbf{n}_k^T]^T$ ，进行 UT 变换可得 UKF 方法所需各变量。

为便于研究，设系统蜂窝结构如图 1 所示。小区为正六边形，小区半径为 5 000 m， $BS_1$  为服务基站，位于原点。且假设测量噪声是均值为 0 的独立高斯随机变量。

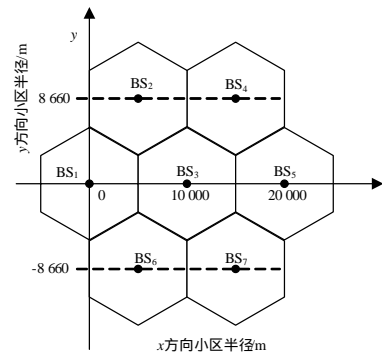


图 1 CDMA 蜂窝系统结构示意图

为便于比较且不失一般性，EKF 和 UKF 算法均满足以下假设条件：

目标移动台真实位置坐标为(1 000 m, 10 000 m), TDOA 测量的标准方差为 300 m, 仿真步长为 400, AOA 测量的标准方差为  $1^\circ$ , 蒙特卡罗仿真次数为 5 000 次。本文重点比较 TDOA/AOA 混合定位条件下的 EKF 与 UKF 滤波算法的性能, TDOA/AOA 混合定位相对于 TDOA 和 AOA 等单一定位手段的优越性只在前文作了简单介绍, 不再进行详细比较, 具体可参见文献[6]。

图 2 中, 在适当的系统过程噪声和测量噪声影响下, 2 种算法的估计点大致分布在目标点周围。EKF 算法的估计点分布范围较大且不对称, 即使进行了多次蒙特卡罗仿真实验, 仍会出现较多估计点过分偏离目标点的情况。相比之下, UKF 算法估计点分布较为均匀对称, 估计点过分偏离真实坐标的数量和次数较少。图 3~图 5 表明, UKF 测量误差比 EKF 小, 且不易发散; 而在 TDOA/AOA 定位的测量方程非线性化严重的情况下, UKF 比 EKF 具有更好的性能; 且在某些情况下, EKF 算法已不能完成目标定位跟踪等任务[7]。

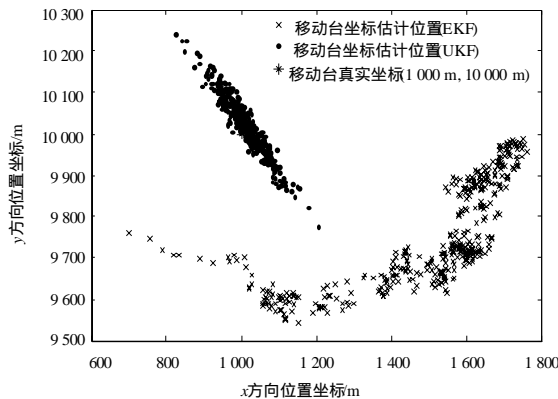


图 2 EKF和UKF算法估计的目标移动台坐标

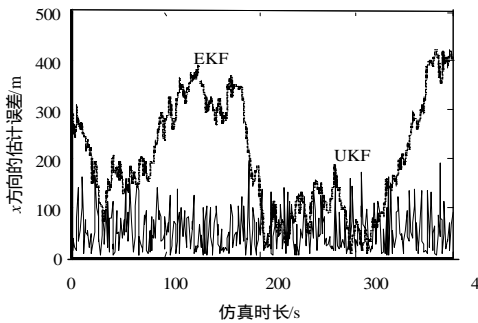


图 3 x 坐标估计的误差

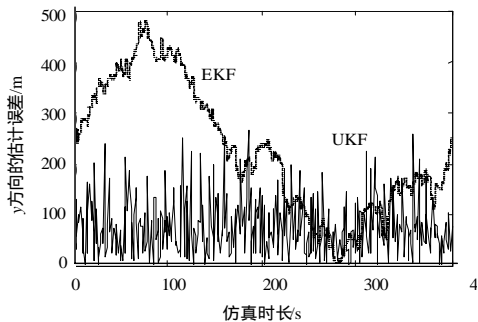


图 4 y 坐标估计的误差

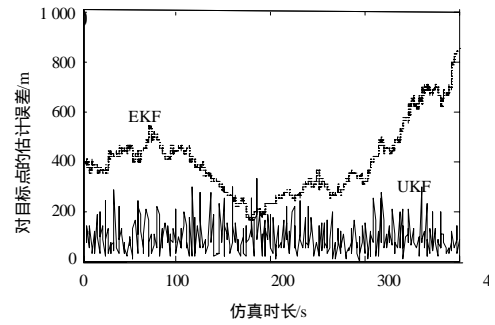


图 5 对目标点的估计误差

图 6 显示了在激励噪声和测量偏差较大(设系统噪声标准方差约为原来的 1.5 倍, TDOA 测量噪声标准方差为 500 m, AOA 测量噪声标准方差为  $10^\circ$ ) 的情况下, UKF 仍然保持了较好的性能。

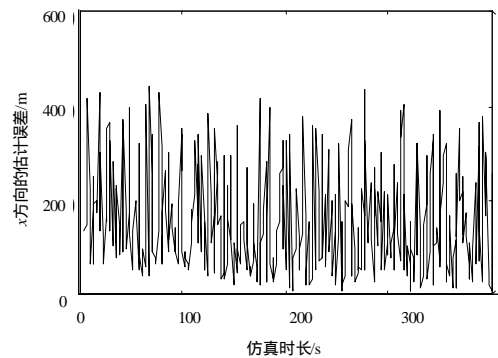


图 6 测量偏差较大时 UKF 估计误差

## 5 结束语

在仿真实验中, 结合 TDOA/AOA 混合定位方案, 对 UKF 滤波算法与 EKF 算法作了比较。虽然作为比较的 EKF 算法并未用现有的各种方法加以修正[8], 但仿真结果仍表明 UKF 算法具有比 EKF 算法更好的性能, 避免了较多的雅可比矩阵运算, 减少了函数方程线性化的误差, 在无线定位计算中能取得较好的效果。

## 参考文献

- [1] 邓平. 蜂窝网络移动台定位技术研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2002.
- [2] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented Filtering and Nonlinear Estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [3] Li Cong, Wei Hua. Hybrid TDOA/AOA Mobile User Location for Wideband CDMA Cellular Systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2002, 1(3): 439-447.
- [4] Julier S, Uhlmann J K. A General Method for Approximating Nonlinear Transformations of Probability Distributions[Z]. (1994-09-08). <http://www.robots.ox.ac.uk/>.
- [5] 冯志全, 孟祥旭, 简永政. UKF 滤波器的强跟踪性研究[J]. 小型微型计算机系统, 2006, 27(11): 2142-2145.
- [6] 范平志, 邓平, 刘林. 蜂窝网无线定位[M]. 北京: 电子工业出版社, 2002-12.
- [7] 吴玲, 卢发兴, 刘忠. UKF 方法及其在目标被动跟踪中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(1): 50-51.
- [8] Daum F. Nonlinear Filters: Beyond the Kalman Filter[J]. IEEE A&E Systems Magazine, 2005, 20(8): 57-67.