

## 基于混沌自适应变异粒子群优化的解相干算法

张陆游 张永顺 杨云  
(空军工程大学 三原 713800)

**摘要:** 针对相干信源波达方向估计的需要, 结合粒子群优化算法, 论文提出了一种基于混沌自适应变异粒子群优化的广义极大似然算法(CAMPSOGML), 算法对阵列的几何结构没有任何约束, 分辨的信源数可大于阵元数, 算法把混沌初始化和自适应变异策略引进粒子群算法中, 有效地提高了收敛速度, 克服了粒子群算法容易陷入局部最优值的缺点。计算机仿真表明: 与基于实数遗传算法和粒子群算法的广义极大似然估计方法相比, CAMPSOGML 算法在收敛速度和估计精度上都有优势, 是一种新颖的有效的解相干算法。

**关键词:** 波达方向估计; 混沌自适应变异; 广义最大似然; 粒子群算法; 相干

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)08-1825-05

## A De-correlation Algorithm Based on Chaos Adaptive Mutation PSO Optimization

Zhang Lu-you Zhang Yong-shun Yang Yun  
(Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

**Abstract:** Meeting to the need of coherent signal direction-of-arrival estimation, applying particle swarm optimization algorithm, a Generalized Maximum Likelihood algorithm Based on Chaos Adaptive Mutation PSO (CAMPSOGML) optimization is proposed, the array's geometry is unrestricted, furthermore, the number of sources resolved can be larger than the number of sensors, chaos initiation and adaptive mutation strategy is applied to basic PSO algorithm, the algorithm convergence speed is improved. The PSO algorithm's defect which is easy to running into local optimum is overcome. Computer simulation results show that compared with the GML algorithm based on real genetic algorithm (GA) or PSO algorithm, CAMPSOGML algorithm is better at the aspects of convergence speed and estimation accuracy, this algorithm is a new and effective de-correlation DOA algorithm.

**Key words:** Direction-Of-Arrival (DOA); Chaos adaptive mutation; Generalized Maximum Likelihood (GML); Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm; Coherent

### 1 引言

波达方向(DOA)估计是阵列信号处理的重要研究方向, 广泛应用于无源定位、智能天线、雷达、声呐等领域, 但现有的 DOA 估计方法其通用性较差, 都有其各自的适用条件, 特别是对信源间的相干性、阵列的几何结构都有一定的约束, 当空间存在相干源时其估计性能严重下降, 如 MUSIC 算法和最小范数算法等等, 文献[1]提出的广义最大似然(GML)算法是一类估计性能优良但运算量较大的相干信源 DOA 估计算法, 但它的实现需要求解多模高维优化问题, 运算量相当庞大, 而且参数估计的全局收敛性往往无法保证。粒子群优化算法<sup>[2,3]</sup>是一种性能优良的多维优化算法, 一般采用实数编码,

同遗传算法相比, 由于没有选择、交叉与变异等操作, 所以有算法结构相对简单, 收敛速度较快的特点。本文结合粒子群算法和广义最大似然算法的优点, 提出了一种基于混沌自适应变异粒子群优化的相干信源波达估计的新算法, 采用混沌初始化和自适应变异策略, 提高了算法的收敛速度, 提高了算法的全局收敛性。

### 2 广义极大似然估计

对于  $M$  元阵列, 假设均为全向阵元, 阵列在远场有  $N$  个窄带信号入射, 若将空间信源( $N$  个)分为  $Q$  个相干源组, 其信源个数分别为  $d_1, d_2, \dots, d_Q$  ( $d_1 + d_2 + \dots + d_Q = N$ )(为分析方便, 假设各相干源组的信号源是相互独立的, 但算法的适用性不受该假设的限制)。相干源组对应的各信号记为  $s_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, Q$ )。各相干源对应的相干因子矢量记为  $U_i =$

$[u_{i1}, u_{i2}, u_{i3}, \dots, u_{id_i}]^T$ 。即

$$s_{ij}(t) = u_{ij}s_i(t), \quad j = 1, 2, \dots, d_i \quad (1)$$

阵列接收快拍数据模型可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{SX}(t) &= [\mathbf{A}_1 \mathbf{P}_1, \mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{A}_Q \mathbf{P}_Q] \mathbf{S}'(t) + \mathbf{N}(t) \\ &= [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_Q] \mathbf{S}'(t) + \mathbf{N}(t) \\ &= \mathbf{GS}'(t) + \mathbf{N}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{U}_i, \quad i = 1, 2, \dots, Q \quad (3)$$

$$\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_Q] \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{S}'(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_Q(t)]^T$  为各相干信源组构成的信号矢量,  $\mathbf{A}_i$  为第  $i$  个相干源组对应的阵列流形矩阵,  $\mathbf{g}_i (i = 1, 2, \dots, Q)$  我们称为阵列的广义导向矢量, 它是由相干源组内导向矢量以相干因子为权进行线性叠加构成的。矩阵  $\mathbf{G}$  我们称为由广义导向矢量构成的广义流形矩阵。这时阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}$  可以表示为

$$\mathbf{R} = \mathbf{GR}'_s \mathbf{G}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (5)$$

其中  $\mathbf{R}'_s = E[\mathbf{S}'(t) \mathbf{S}'^H(t)]$  为由相干信源组的各信号源形成的源协方差矩阵, 它为  $Q \times Q$  的对角矩阵。可见, 通过引入广义导向矢量  $\mathbf{g}_i$  和广义流形矩阵  $\mathbf{G}$ , 多相干源(组)情况下的原  $M \times M$  分块对角的信源协方差矩阵  $\mathbf{R}_s$  退化为相干源组各生成源的协方差矩阵  $\mathbf{R}'_s$ , 由于空间原理, 容易证明此时阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}$  的信号子空间与阵列广义流形矩阵  $\mathbf{G}$  张成的子空间相同。

信号参数  $\theta$  的广义极大似然估计(GML)是下列最大化问题的解:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \text{tr}[\mathbf{P}_G \mathbf{R}] \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_G = \mathbf{G}(\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^H \quad (7)$$

$$\mathbf{G}(\theta) = [\mathbf{g}_1 \ \mathbf{g}_2 \ \dots \ \mathbf{g}_Q] = [\mathbf{A}_1 \mathbf{U}_1 \ \mathbf{A}_2 \mathbf{U}_2 \ \dots \ \mathbf{A}_Q \mathbf{U}_Q] \quad (8)$$

### 3 混沌自适应变异粒子群算法

#### 3.1 基本的粒子群算法

粒子群算法是一种进化计算技术, 最早是由 Kenney 和 Eberhart 于 1995 年提出的, 算法基于群体(这里称作粒子群)与适应度, 粒子群的个体(这里称作粒子)代表问题的一个可能解, 每个粒子具有位置和速度两个特征, 粒子位置坐标对应的目标函数值即可作为该粒子的适应度, 算法通过适应度来衡量粒子的优劣。

假设在  $D$  维搜索空间中, 有  $m$  个粒子组成一群体, 第  $i$  个粒子在  $D$  维空间中的位置表示为  $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 第  $i$  个粒子经历过的最好位置(等同于有最好的适应度)记为  $\mathbf{p}_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots,$

$p_{iD})$ , 每个粒子的飞行速度为  $\mathbf{V}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$ 。在整个群体中, 所有粒子经历过的最好位置为  $\mathbf{p}_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$ , 每一代粒子根据下面公式更新自己的速度和位置:

$$v_{id} = wv_{id} + c_1 r_1 (p_{id} - x_{id}) + c_2 r_2 (p_{gd} - x_{id}) \quad (9)$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id} \quad (10)$$

其中,  $w$  为惯性权重, 一般在 0.1~0.9 之间取值,  $c_1$  和  $c_2$  为学习因子,  $r_1$  和  $r_2$  是 [0,1] 之间的随机数。公式有 3 部分组成, 第 1 部分是粒子先前的速度, 说明了粒子目前的状态; 第 2 部分是认知部分(Cognition Modal), 是从当前点指向此粒子自身最好点的一个矢量, 表示粒子的动作来源于自身经验的部分; 第 3 部分为社会部分(social modal), 是一个从当前点指向种群最好点的一个矢量, 反映了粒子间的协同合作和知识的共享。3 个部分共同决定了粒子的空间搜索能力。第 1 部分起到了平衡全局和局部搜索的能力。第 2 部分使粒子有了足够强的全局搜索能力, 避免局部极小。第 3 部分体现了粒子间的信息共享。在这 3 部分的共同作用下粒子才能有效地到达最好位置。更新过程中, 粒子每一维的位置、速度都被限制在允许范围之内。如果  $v_{ij}$  太大, 粒子可能飞过最优解的位置; 如果太小, 可能降低粒子的全局搜索能力。

分析基本粒子群优化算法, 其搜索过程有两点不足<sup>[4,5]</sup>:

(1) 初始化过程是随机的, 随机过程虽然大多可以保证初始解群分布均匀, 但对个体的质量不能保证, 解群中有一部分远离最优解。如果初始解群较好, 将会有助于求解效率与解的质量。

(2) 利用式(9)和式(10)更新自己的速度和位置, 本质是利用本身信息、个体极值  $p_{id}$  和全局极值  $p_{gd}$  3 个信息, 来指导粒子下一步迭代位置。这实际上是一个正反馈过程, 当本身信息和个体极值信息占优势时, 该算法容易陷入局部最优解, 分析式(9)和式(10)进一步可以发现, 当某些粒子的位置及其  $p_{id}$  接近群体的  $p_{gd}$  时, 其速度更新由  $wv_{id}$  决定。  $w < 1$  时, 粒子的运行速度越来越小, 接近于零, 粒子运行出现“惰性”。随着进化的进行, 其他粒子将很快聚集到这些惰性粒子的周围, 使进化过早地收敛到局部最优解, 即出现了所谓的早熟收敛现象。

#### 3.2 自适应混沌变异

**3.2.1 混沌及其特性** 混沌是非线性系统中一种较为普遍的现象, 广泛存在于自然现象和社会现象中, 混沌运动具有随机性、遍历性、对初始条件的敏感性等特点, 基于混沌的搜索技术比其它随机搜索更具优越性。

Logistic 映射是一个典型的混沌系统, 迭代公式如下:

$$z_{i+1} = \tau z_i(1 - z_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, \tau \in (2, 4] \quad (11)$$

式中,  $\tau$  为控制参量, 已经证明, 当  $\tau = 4$ ,  $0 < z_0 < 1$  时, Logistic 完全处于混沌状态。

**3.2.2 混沌初始化策略** 随机产生一个  $D$  维、每个分量数值在  $0 \sim 1$  之间的向量  $\mathbf{z}_1 = (z_{11} \ z_{12} \ \dots \ z_{1D})$ , 根据式(11)得到  $N$  个  $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_N$ , 将  $\mathbf{z}_i$  的各个分量映射到优化变量的取值范围:  $x_{ij} = a_j + (b_j - a_j)z_{ij}$  ( $j = 1, 2, \dots, D; i = 1, 2, \dots, N$ )。计算目标函数, 从  $N$  个初始群体中选择性能较好的  $m$  个解作为初始解, 随机产生  $m$  个初始速度。

**3.2.3 早熟判断与其机制** 在粒子群算法的运行过程中, 粒子的位置决定着粒子的适应度, 根据粒子群中所有粒子适应度的整体变化可以跟踪粒子群的状态。设粒子群的粒子数目为  $m$ ,  $f_i$  为第  $i$  个粒子的适应度,  $f_{\text{avg}}$  为粒子群目前的平均适应度,  $\sigma^2$  为粒子群的群体适应度方差<sup>[6]</sup>, 定义为

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{f_i - f_{\text{avg}}}{f} \right\}^2 \quad (12)$$

其中  $f$  是归一化因子, 其作用是限制  $\sigma^2$  的大小。  $f$  的取值采用如下公式:

$$f = \begin{cases} \max_{1 \leq i \leq m} \{ |f_i - f_{\text{avg}}| \}, & \max_{1 \leq i \leq m} \{ |f_i - f_{\text{avg}}| \} > 1 \\ 1, & \text{其它} \end{cases} \quad (13)$$

式(12)表明, 群体适应度方差  $\sigma^2$  反映的是粒子群中所有粒子的“聚集”程度。  $\sigma^2$  越小, 则粒子群的“聚集”程度就越大, 若此时算法不满足结束条件, “聚集”将使群体失去多样性陷入了早熟状态。文献[6]给出了适应度与早熟收敛和全局收敛的关系, 原定理及证明可参考原文。

**定理 1** 如果粒子群优化算法陷入早熟收敛或者达到全局收敛, 粒子群中的粒子将聚集在搜索空间的一个或几个特定位置, 群体适应度方差  $\sigma^2$  等于零。

**3.2.4 自适应变异策略** 从前面的分析可知, 在粒子群优化算法运行过程中, 如果群体适应度方差等于零, 且此时得到的最优解不是理论最优解或者期望最优解  $f_d$ , 则粒子群陷入局部最优, 算法将出现早熟收敛。本文采用自适应变异策略, 以改善了粒子群优化算法摆脱局部极值点的能力, 提高了算法的收敛速度和精度。

根据式(8), 可设粒子群优化算法的适应度函数为

$$f(\theta) = \text{trace}(\mathbf{PGR}) \quad (14)$$

则求相干信源波达方向最优估计转化为在粒子群优化算法搜索粒子的全局最优位置。为了增强全局搜索能力, 我们以一定概率对随机选择的某一维进行局部小变异操作, 增加了当前最优值跳出局部收敛的可能, 发生变异的概率  $p_m$  的取值为

$$p_m = \begin{cases} 0.2, & \sigma^2 \leq \sigma_d^2 \text{ 和 } f(p_{gd}) < f_d \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

其中,  $\sigma_d^2$  的取值与实际问题的有关, 一般远小于  $\sigma^2$  的最大值,  $f_d$  为理论最优值。

设  $p_{gd}^k$  为  $p_{gd}$  的第  $k$  维取值, 本文采用增加随机扰动的方法, 对  $p_{gd}^k$  的进行变异操作,  $\eta$  是服从  $N(0, 1)$  高斯分布的随机变量, 则

$$p_{gd}^k = p_{gd}^k(1 + 0.5\eta) \quad (16)$$

现把基于混沌自适应变异粒子群优化的广义极大似然波达方向估计(CAMPSOGLM)算法流程简述如下:

- (1)混沌初始化粒子的位置, 随机初始化速度, 位置向量与速度向量都采取实数编码。
- (2)根据式(14)计算粒子的适应值, 将粒子的  $p_{ix}$  设置为当前位置,  $p_{gd}$  设置为初始群体中最佳粒子的位置。
- (3)判断算法迭代终止条件(迭代终止条件为预先设定的最大迭代次数或达到理想适应值)是否满足, 如果满足, 转向(7); 否则, 执行(4)。
- (4)对于粒子群中的所有粒子, 执行如下操作:
  - (a)根据式(9)~式(10)更新粒子的位置与速度。
  - (b)计算每个粒子适应度值, 如果第  $i$  个粒子适应度优于  $p_{ix}$  的适应度, 则  $p_{ix}$  的位置更新。
  - (c)如果粒子适应度优于  $p_{gd}$  的适应度,  $p_{gd}$  的设置更新。
- (5)若陷入早熟, 则根据式(15)计算变异概率  $p_m$ , 按式(16)执行  $p_{gd}$  的变异操作。
- (6)判断算法迭代终止条件是否满足, 如果满足, 执行(7); 否则, 转向(4)。
- (7)输出  $p_{gd}$ , 算法运行结束。

## 4 计算机仿真

仿真中, 若未特别声明, 实验条件设置如下: 阵列为等间距的 6 元均匀线阵, 阵元间距为 0.5 倍波长, 接收噪声为高斯白噪声。有 3 个相干入射信号, 入射角度分别为  $10^\circ$ 、 $20^\circ$  和  $30^\circ$ , 采样数为 200, 信噪比  $\text{SNR} = 15$  dB。

**试验 1** 算法的收敛性能仿真。下面通过比较与理想适应度之间的差值, 来比较基于实数遗传算法(RGA)、粒子群算法(PSO)和混沌自适应粒子群(CAMPSSO)算法的广义极大似然波达方向估计方法的收敛性能, 适应度函数为式(8)所定义, 仿真结果如图 1 所示。实验设置的参数如下: 3 种算法的群体大小都为 30, 实数遗传算法的交叉概率为 0.8, 变异概率为 0.05, 粒子群优化算法与混沌自适应粒子群算法的惯性权重  $w = 0.8$ , 混沌自适应粒子群算法的混沌初始化粒子数  $N = 60$ ,  $\sigma_d^2 = 0.005$ , 进化次数对应的每个适应度差值是通过 50 次 Monte-Carlo 统计实验得出的。

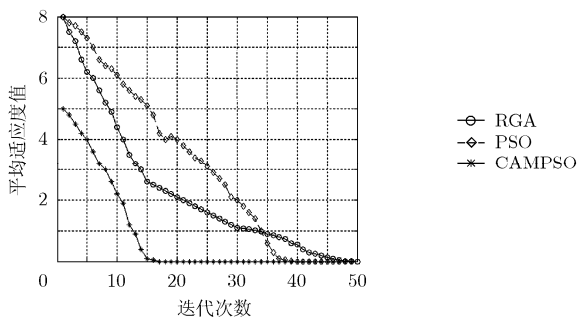


图 1 收敛性能比较图

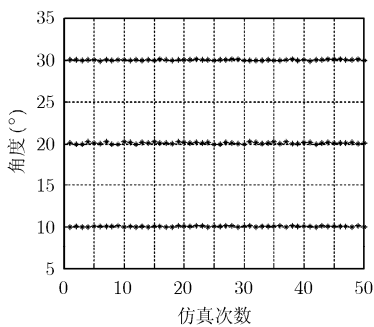


图 2 CAMPSSO 算法的方位估计曲线

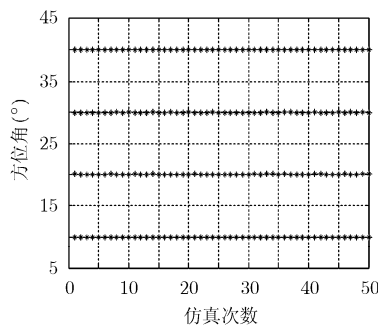


图 3 信源过载时算法的方位估计曲线

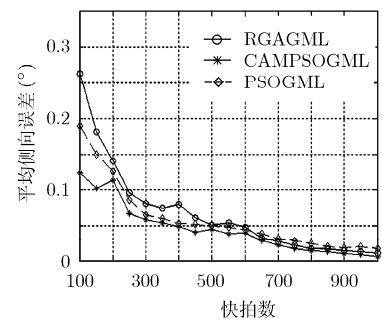


图 4 采样数与角度平均估计偏差的关系曲线

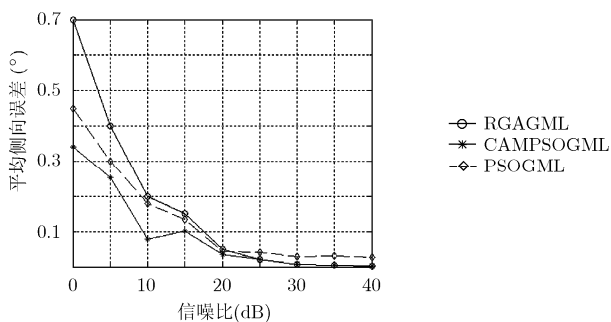


图 5 信噪比与角度平均估计偏差的关系曲线

从图 2, 图 3, 图 4 和图 5 可以看出,

从图 1 的试验结果可知, 基于 PSO 算法的收敛速度优于基于 RGA 的算法, 而基于 CAMPSSO 算法的收敛速度快于基于 PSO 算法与 RGA 算法。并且我们知道: PSO 算法实现简单, 故在相同个体数时基于 PSO 算法的每一代的计算量要少于遗传算法, 进而会有更好的实时性, 本文提出的基于 CAMPSSO 算法的运算量比 PSOGML 算法略微有所增加, 但是比实数遗传算法的运算量要小得多, 具有较好的实时性且能有效地克服早熟现象。

**试验 2** 对相干信源波达方向估计的性能仿真。图 2 给出了 50 次仿真试验的 CAMPSSO 算法方位估计曲线, 初始值随机取自  $(-90^\circ, 90^\circ]$ , 群体大小都为 30。图 3 给出了当信源数大于阵列数时 50 次仿真试验的 CAMPSSO 算法方位估计曲线, 这时阵列为 3 阵元的均匀线阵, 快拍数为 200, 有 4 个空间信号源, 入射方位分别为  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  和  $40^\circ$ , 分成 2 组相干信源组, 其中  $10^\circ$  和  $30^\circ$  信源构成完全相干源组,  $20^\circ$  和  $40^\circ$  构成完全相干源组, 信噪比  $\text{SNR} = 15\text{dB}$ 。图 4 和图 5 给出了 RGAGML、PSOGML 和 CAMPSSO 算法的 50 次蒙特卡罗仿真(即每个对应点做 50 次蒙特卡罗仿真)的统计结果, 图 4 表示的是信号采样数与角度平均估计偏差的关系曲线, 图 5 表示的是信噪比与角度平均估计偏差的关系曲线。

CAMPSSO 算法能够有效地估计相干信源的方位, 且 CAMPSSO 算法的估计精度都优于 RGAGML 算法和 PSOGML 算法。在信源数大于阵列数时, PSOGML 算法能对空间信源进行有效地分辨。

## 5 结束语

文中提出的基于混沌自适应变异粒子群优化的相干信源波达方向估计算法, 可以同时分辨多个相干信源组, 对阵列的几何结构没有任何约束, 分辨的信源数可以大于阵元数, 具有较好的测向性能和实时性, 是一种新颖的可行的 DOA 估计方法。

## 参 考 文 献

- [1] 王布宏, 王永良, 陈辉. 相干信源波达方向估计的广义最大似然算法[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(2): 225-232.  
Wang B H, Wang Y L, and Chen H. Generalized maximum likelihood algorithm for direction-of-arrival estimation of coherent sources [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2004, 26(2): 225-232.
- [2] Kenney J and Eberhart R C. Particle swarm optimization [C]. Proc IEEE international conference on Neural Networks. Perth, USA, 1995: 123-125.
- [3] Eberharte C and Shi Y. Particle swarm optimization developments, applications and resources [C]. Proceedings of the IEEE congress on evolutionary computation. Piscataway, USA, 2003: 24-26.
- [4] 唐贤伦. 混沌粒子群优化算法理论及应用. [博士论文], 重庆大学, 2007: 34-36.  
Tang X L. The theory and application of particle swarm optimization algorithm based on chaos. [Ph.D. dissertation], Chongqing University: 2007, 34-36.
- [5] 高尚, 杨静宇. 群智能算法及其应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006: 79-81.
- [6] 吕振肃, 侯志荣. 自适应变异的粒子群优化算法[J]. 电子学报, 2004, 32(3): 416-420.
- Lu Z S and Hou Z R. Particle swarm optimization with adaptive mutation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(3): 416-420.
- [7] 张陆游, 张永顺, 潘克战. 变步长自适应算法在雷达旁瓣对消系统中的应用[J]. 空军工程大学学报, 2008, 9(4): 25-28.  
Zhang L Y, Zhang Y S, and Pan K Z. The application of un-constant-step adaptive algorithm in radar SLC system [J]. *Journal of Air Force Engineering University*, 2008, 9(4): 25-28.
- [8] 王永良, 陈辉, 彭应宁等. 空间谱估计理论与算法[M]. 清华大学出版社, 2004: 146-149.  
Wang Y L, Chen H, and Peng Y L, *et al.* Spatial Spectrum Estimation Theory and Algorithm [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 146-149.
- [9] 刘伟, 王科俊, 邵克勇. 混沌时间序列的混合粒子群优化预测[J]. 控制与决策. 2007, 22(5): 562-564.  
Liu W, Wang K J, and Shao K J. Predicting chaotic time series using hybrid particle swarm optimization on algorithm [J]. *Control and Decision*, 2007, 22(5): 562-564.
- 张陆游: 男, 1982年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理、电子对抗。
- 张永顺: 男, 1961年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为雷达信号处理、电子对抗。
- 杨云: 男, 1963年生, 副教授, 主要从事导弹总体设计、机电一体化工作。