

ULF 地球物理信号偏振状态的数字处理*

赵正予

(武汉大学空间物理系 武昌 430072)

摘要 信号的偏振状态可以用来研究信号的物理属性和传播介质特性。本文利用滑动窗平滑估值方法,将输入两正交信号分量作为线性基上的复信号进行数字处理,求取偏振参量;这样就避免了同时考虑信号分量相位和幅度所带来的不便,达到偏振分析的目的。本文还讨论了偏振度概念及其在多分量信号相关处理中的作用。

关键词 ULF 信号,偏振状态,数字处理

1 引言

超低频段(ULF)地球物理信号具有持续时间短(有时仅数个周期)、波形不规则(呈准周期)、常常包含相位跳变、且背景噪声强等特点。在 ULF 磁流波从高空经磁层-电离层-地面的传输过程中,传播介质的作用相当于一个滤波器,将影响或改变接收信号的特性。目前,已发展了多种数字信号处理方法用于地面接收到的 ULF 磁流波信号的处理和估值^[1,2]。信号偏振状态的研究,对于了解和解释信号的传播机制以及传播介质的影响具有重要意义。在已发展的几种偏振分析方法中,最直观和常用的是跟踪波形时域演化的矢端图(hodogram)方法。此方法在信号信噪比较高、波形较完整时,可得到较好的结果。然而,这种方法是基于信号具有一定稳定性的前提,并且需要信号在一定区间的时间积分。因此当信号频率随时间快速变化,信号背景噪声强时,这种方法显然不适用。同时,由于波信号的主轴坐标系与地面测量坐标系一般不相重合,因此矢端图分析方法也不易给出可靠的定量结果。本文介绍将实测信号在复平面上做正交分解,求取偏振参数;采用滑动窗方法对信号进行估值,给出信号的瞬间变化的偏振参量,达到偏振分析的目的。本文还讨论了偏振度在多分量信号相关处理中的应用。

2 偏振参量的确定

波的偏振状态可以描述信号和传输介质的物理属性。传统上,偏振参数是由两个正交分量的幅度和相位在线性基上表示。然而测量轴的选择对信号的幅度和相位差影响很大,因而必须同时考虑这两个量,从而给偏振分析带来不便。由光学概念知,一个椭圆偏振信号可以分解为两个圆偏振信号。由于圆偏振信号相对于轴原点对称,轴方向的影响只涉及到相位而幅度保持不变,因此若将信号进行圆偏振分解,则可消除上述不便。基于此,将输入两正交分量实信号描述成复信号 $S_{XY} = X_R + jY_R$ 形式。此时, S_{XY} 的谱相

1992-10-20 收到,1993-05-11 定稿

* 国家自然科学基金资助课题

赵正予 男,1952年生,副教授,现从事日地空间物理、地球物理信号处理等方面的研究工作。

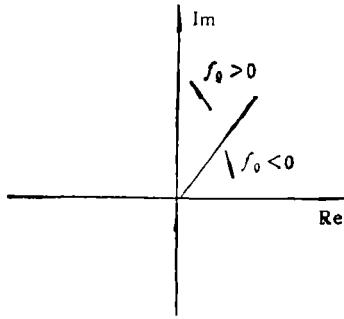
对于原信号是非对称的。这种正频与负频之间的差别是由信号的偏振造成的。令

$$S_{XY}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XY}(f) \exp(2\pi jft) df,$$

则在 f_0 处,

$$S_{XY}(t, f_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(f - f_0) S_{XY}(f) \exp(2\pi jft) df = S(f_0) \exp(2\pi jf_0 t). \quad (1)$$

这是一个圆偏振信号,以频率 f_0 在复平面上转动,其旋轴方向由 f_0 的正负号确定,如图 1 所示。在双分量实信号组成的复信号情况下,实轴 ox 和虚轴 oy 分别对应于 S_{XY}



的实部和虚部,即正频 $f_0 > 0$ 和负频 $f_0 < 0$ 对应着偏振方向;而 S_{XY} 的功率谱密度则表示偏振强度,谱的非对称性直接与测量坐标系的偏振方向有关。因此,对于两个正交信号有

$$S_{XY}(t) = S_{XY}^+(t) S_{XY}^-(t), \quad (2)$$

其中 $S_{XY}^+(t) = A_1 \exp[j(2\pi f_0 t + \phi_1)]$,

$$S_{XY}^-(t) = A_2 \exp[j(2\pi(-f_0) t + \phi_2)],$$

则复信号功率为

图 1 复平面上旋转轴方向示意

$$\begin{aligned} |S_{XY}(t)|^2 &= S_{XY}^+ \overline{S_{XY}^+} + S_{XY}^- \overline{S_{XY}^-} + 2\text{Re}(S_{XY}^+ \overline{S_{XY}^-}) \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(4\pi f_0 t + \phi_1 - \phi_2). \end{aligned} \quad (3)$$

由(3)式可得 $|A_1 - A_2| \leq |S_{XY}(t)| \leq |A_1 + A_2|$, 式中 $|A_1 - A_2|$ 和 $|A_1 + A_2|$ 分别对应于椭圆偏振的短、长半轴。显然, $S_{XY}(t)$ 的最大功率在 t_0 处满足

$$4\pi f_0 t_0 + \phi_1 - \phi_2 = 2\pi n, \quad n \text{ 为整数.}$$

因此,在 t_0 时刻,有 $S_{XY}(t_0) = (A_1 + A_2) \exp[j(\theta + m\pi)]$, 其中 $\theta = (\theta_1 + \theta_2)/2$ 为 ox 轴与椭圆长半轴的夹角。归纳上述结果,有

长半轴: $a = |S_{XY}^+| + |S_{XY}^-|$; 短半轴: $b = |S_{XY}^+| - |S_{XY}^-|$;

椭圆度: $\varepsilon = b/a$ 和 $\theta = (\arctg S_{XY}^+ + \arctg S_{XY}^-)/2$ 。

当 $|S_{XY}^+| > |S_{XY}^-|$ 为椭圆偏振,左偏振方向;当 $|S_{XY}^+| < |S_{XY}^-|$ 为右偏振方向;当 $|S_{XY}^+| \gg |S_{XY}^-|$ 时,接近圆偏振。

这样,信号的偏振参量即可确定,并且信号分量的幅度和相位量被完全分开。椭圆率仅依赖于幅度大小,而长半轴方向取决于两个圆偏振信号的相位间的关系。可以证明,根据两个圆极化信号分量得到的极化参数与通常原始信号的两个正交分量的定义是一致的。

3 偏振参量的估值

由于 ULF 磁流波是一种随机过程,受传播介质的影响以及接收器及其周围环境的干扰,通常都有一些附加噪声叠加在信号上,使信号产生畸变。因此,必须对信号进行平滑估值。我们采用滑动窗平滑滤波方法,所选用的窗函数为 Tuckey 窗,

$$W(t) = \left[\frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi t}{T} \right) \right]^N, \quad (4)$$

$\tau < N, N$ 为正整数。

这种窗函数在频域上总是大于或等于零,且不出混叠效应,因此适应谱矩阵非负值的条件。幂值 N 的取值与信号自由度 $B_e T$ 大小有关,这里, B_e 为窗函数 $W(t)$ 的等效通频带, T 为持续时间。 N 与 $B_e T$ 的对应关系为

$$B_e T = n \left(1 + 2 \sum_{i=1}^{n/2-1} W_i \right)^{-1}, \quad (5)$$

W_i 为第 i 个样本值, n 为样本点总数。由于 $B_e T$ 具有量度的性能,因此由信号有限样本点引起的有偏估值可以通过合理选择 N 值,改变加权函数的通频带而得到改善。

4 偏振度的确定和应用

由于相关系数 $c(f)$ 仅能描述两分量信号之间的线性依从关系,对于多分量信号,显然 $c(f)$ 不适用。因此引入偏振度概念,或称广义相关函数,用以表示信号总功率与极化功率之间的比值。 N 分量信号偏振度定义为^[3]

$$P(f) = 1 - \frac{[\text{Tr} \mathbf{S}(f)]^2 - \text{Tr} \mathbf{S}^2(f)}{[(N-1)/N][\text{Tr} \mathbf{S}(f)]^2} = \frac{N \text{Tr} \mathbf{S}^2 - [\text{Tr} \mathbf{S}^2(f)]^2}{(N-1)[\text{Tr} \mathbf{S}(f)]^2}, \quad (6)$$

其中, $\mathbf{S}(f)$ 为经过估值后的谱矩阵, Tr 为谱矩阵的迹, N 为信号分量数。

偏振度 $P(f)$ 是一个实量。可以证明, $0 \leq P(f) \leq 1$ 。根据 P 值,信号可分为偏振好或不好,从而可利用这个特性对信号进行处理。由于 $P(f)$ 是谱矩阵迹的函数,因此与相关系数相反, $P(f)$ 值不随所

应用的坐标系变化而变化。换言之,当旋转三个分量(垂直、横向、纵向)时, $P(f)$ 值不变。 $P(f)$ 的这种不变性可以很好地用于波矢量分析。在假设传播介质是均匀的、各向同性无限大的、激发源数目是有限且独立的以及接收到的各分量信号是彼此不相关的条件下,可以利用

互功率谱矩阵方法确定出激发源的数目^[4]。在单源激发情况下,谱矩阵仅有一个非零本征值,此时 $P(f) = 1$,即 N 分量信号源于同一激发源,波为偏振波。若 $P(f)$ 具有多个相同的本征值,则 $P(f) = 0$,此时 N 分量信号对应于各向同性随机噪声,信号未被极化。实际中,干扰噪声常常叠加在信号上,且噪声功率并不是均匀分布在各分量上,因此偏振度的度量便反映了有用信号与噪声功率的比值。在假定单源激发情形下,谱矩阵可表示为

$$\mathbf{S}(f) = \mathbf{S}_1(f) + \alpha^2 \mathbf{I}(f), \quad (7)$$

其中, $\mathbf{S}_1(f)$ 表示为无噪声激发源, $\alpha^2 \mathbf{I}(f)$ 表示各向同性噪声。

考虑到 $\mathbf{S}(f)$, $\mathbf{S}_1(f)$ 的正定对称性,则有 $\alpha^2 \mathbf{I}(f) \geq 0$ 。在此情况下,可以证明 $P(f)$ 可以表示为

$$P(f) = \frac{(S_{11} - S_{22})^2 + 4(S_{12})^2}{(S_{11} + S_{22})^2} - \frac{[\text{Tr} \mathbf{S}_1(f)]^2}{[\text{Tr} \mathbf{S}(f)]^2} = \frac{(S_{11} + S_{22})^2 - 4 \text{Det} \mathbf{S}(f)}{(S_{11} + S_{22})^2}$$

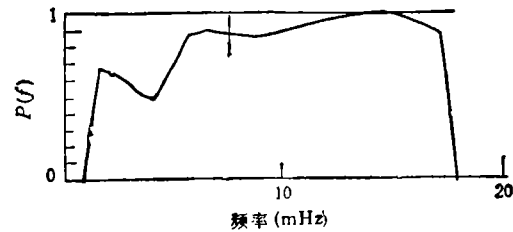


图2 P_{11} 型磁流波偏振度 $P(f)$ 示例

$$= \frac{\text{极化功率}}{\text{总功率}}, \quad (8)$$

其中 S_{11} , S_{22} , S_{12} 分别为二维情形下, 各分量信号的自功率谱和互功率谱, $\text{Det}S(f) = S_{11}S_{22} - |S_{12}|^2$. 引入相关系数概念, 则 $P(f)$ 与 $c(f)$ 的关系为

$$P = 1 - \frac{S_{11}S_{22}}{(S_{11} + S_{22})^2} (1 - |c|^2) = 1 - \frac{S_{11}S_{22}(1 - |c|^2)}{[(S_{11} + S_{22})/2]^2}. \quad (9)$$

由于两个正数的几何平均总要小于其算术平均, 即 $\sqrt{S_{11}S_{22}} \leq (S_{11} + S_{22})/2$. 所以 $P \geq |c|^2$. 当 $S_{11} = S_{22}$ 时, $P = |c|^2$. 由此可知, 对于二维信号, 若 $c = 1$, 则 $P = 1$, 此时波分量相关并全偏振; 反之, 若 $P = 1$ 时, 则 $|c|$ 不一定也等于 1, 因为 $|c| = 1$ 等价于 $\text{Det}S = 0$. 但若 S 中仅含有一项 S_{11} 或 S_{22} 时, 则显然 $P = 1$, 而 $|c|$ 无定义. 同样, 若 $|c| = 0$, 则由(9)式可知 P 并不一定等于零. 因此, 偏振度的测量可以在二分量信号不存在线性相关或不确定的情况下做为判断或提取有用信号的依据.

在偏振度的度量中, 谱矩阵必须经过平滑估值. 没有经过平滑的偏振度总是等于 1, 只有平滑后才有意义. 图 2 为 p_{i2} 型磁流波的偏振度测量示例, 其 $B_e T$ 值为 5. 由图可见, 在 12.5~17.5mHz 频率区间, $p(f) \approx 1$, 这正好对应于单源激发的情形.

5 结语

复信号的一个令人感兴趣的特性是其谱相对于原始信号的非对称性. 将输入信号的两个正交分量看做是具有两分量的复信号, 其谱与平面上信号的偏振有关. 由于信号的幅度和相位被分开处理, 因此在确定偏振参量时避免了同时考虑幅度和相位所带来的不便. 采用滑动窗估值方法, 合理选用窗函数, 可以对两正交输入分量进行估值处理, 从而给出偏振参量. 对于偏振度 $P(f)$, 我们仅讨论了二维情况. 事实上, 可以推广到多维情况. 由偏振度知识, 可以了解到对接收信号的物理解释以及信号功率的最大值和方向, 并可研究 N 个分量信号的相互关系.

参 考 文 献

- [1] Glangeaud F. Planet Space Sci., 1982, 30(12): 1249—1258.
- [2] Glangeaud F. Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, 1981, 43(9): 981—998.
- [3] Samson J C, Olson J V. J. Geophys. Res. 1981, 46(13): 1423—1431.
- [4] Lacoume J L, Latombe C. Analyse Interespectrale, Seme Colloque GRETST 311—318. Nice, FRANCE: 1981.

DIGITAL PROCESSING OF THE POLARIZATION STATE OF GEOPHYSICAL ULF SIGNALS

Zhao Zhengyu

(Department of Space Physics, Wuhan University, Wuchang 430072)

Abstract Evaluation by running window smoothing is used for the digital processing of the polarization of geophysical ULF signals. The observed signals are resolved into two orthogonal complex components so that it is no longer necessary to consider the phase and amplitude of the signals simultaneously.

Key words ULF signals, Polarization state, Digital processing