

不同加减速控制算法的能耗分析与比较^{*}

李智国 李萍萍 刘继展 李伟

(江苏大学农业工程研究院, 镇江 212013)

【摘要】 首先推导了理想加减速控制算法的最小能耗和梯形、二次样条曲线、S曲线、AS曲线加减速算法的速度函数, 然后根据速度函数与电动机耗能之间的关系求出了各加减速控制算法的耗能函数, 并通过 Matlab 编程求最小值, 发现当梯形曲线的加速时间和二次样条曲线的加加速时间分别设为 $T/3$ 和 $T/6$; S曲线的加加速时间和匀加速时间分别设为 $0.01T$ 和 $0.31T$; AS曲线的加加速时间和匀加速时间分别设为 $0.01T$ 和 $0.34T$, 减速段时间调节系数 R_2 设为 0.98 时, 能够分别获得加减速算法基于能量最优的速度轮廓。最后通过计算不同加减速算法在不同时间设置情况下的耗能, 与最优速度轮廓的耗能比较, 得出同一算法在不同时间参数设置时能耗差别明显, 此外不同算法之间的能耗水平也有明显差别。

关键词: 能量最优 加减速算法 运动控制 速度轮廓

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Research on Acc/Dec Algorithms Based on Energy Optimization

Li Zhiguo Li Pingping Liu Jizhan Li Wei

(Institute of Agricultural Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract

The minimal energy dissipation of ideal velocity profile and the velocity function of general acc/dec algorithms were deduced. Subsequently, according to the relation between the velocity curve and the power dissipation in the motor, the energy dissipation function per step under the S-curve velocity was derived, and its minimum was solved with Matlab. It is a new discovery that the optimal velocity can be gained when t_1 of trapezoidal algorithm and quadric spline curve is $T/3$ and $T/6$ respectively; t_1 and t_2 of S-curve algorithm is $0.01T$ and $0.32T$ respectively; t_1 and t_2 of AS-curve algorithm is $0.01T$ and $0.35T$ respectively, and R_2 is 0.98 . At last, the energy dissipation of acc/dec algorithms were calculated under the conditions of different time parameter settings, and were compared with the ideal velocity, more, there were obvious differences in energy dissipations of different algorithms. It is very useful to set the time parameters of acc/dec algorithms and improve the efficient of motor in acc/dec motion control.

Key words Energy optimization, Acc/dec algorithm, Motion control, Velocity profile

引言

加减速控制是运动控制领域的关键技术之一, 尤其是在半导体和平板的加工机械中, 其运动要求快速、精确和平缓抗振荡, 因此国内外众多科研人员如 Lewin^[1]、Meckl 和 Arestides^[2]、Chen 和 Lee^[3]、

李晓辉^[4]、Nguyen 和 Chen^[5]、Tsay^[6]和 Rew^[7]等提出通过改进加减速控制算法(如梯形加减速、二次样条加减速、S曲线加减速、AS曲线加减速等)提高机构运动的平稳性和快速性, 这些算法是通过设定电动机各运动阶段的时间参数来实现的^[8], 然而时间参数对电动机的能耗影响较大。现在在一些使用场

收稿日期: 2008-08-18 修回日期: 2008-10-27

^{*} 国家自然科学基金资助项目(50805067)和教育部重点实验室开放基金资助项目(NZ200704)

作者简介: 李智国, 博士生, 主要从事采摘机器人运动控制的研究, E-mail: lizhiguo0821@126.com

合比如便携式电动工具、农业机器人、医疗设备等领域使用蓄电池作为运动控制系统的能量源,能量较为有限,而据现有文献,对实现不同加减速控制算法的能耗研究很少,尚未深入开展,仅 Jacob Tal^[9]对梯形加减速算法进行能耗方面的研究,因此深入研究不同加减速控制算法的时间设定与耗能之间的关系是必要而实用的。

1 能量最优的加减速速度轮廓

电动机在工作过程中,将电能 P_{el} 转化为机械能 P_{mech} ,同时产生热损耗 P_j ,能量最优即是在运动控制过程中要求电动机的平均热损耗 P_j 最小。

在 PTP 控制中,通过求解能量最优来获得最佳加减速速度轮廓^[10],即为寻找一个速度函数 $\omega(t)$,在满足

$$\omega(0) = 0 \quad \omega(T) = 0 \quad \int_0^T \omega(t)dt = \theta$$

的条件下,要求电动机单周期内热损耗 E 中第一积分项最小

$$E = \frac{J^2 r}{K_M^2} \int_0^T \left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 dt \quad (1)$$

式中 J ——总转动惯量

K_M ——电动机的力矩常数

通过泛函理论最优化方法得到能量最优的加减速速度轮廓(图 1)为

$$\omega(t) = \frac{6\theta}{T^3} t(T-t) \quad (0 \leq t \leq T)$$

在该最优速度轮廓下,电动机所产生的功率耗散为

$$E = \frac{12rJ^2\theta^2}{K_M^2 T^3} \quad (2)$$

式中 θ ——电动机输出轴转角

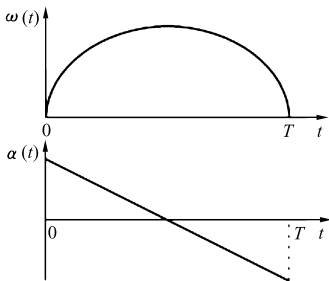


图 1 最优速度轮廓

Fig.1 Ideal velocity profile

因此从理论上得出在电动机运行中基于能量最优的最佳加减速速度轮廓是一个抛物线,但在实际中抛物线速度轮廓的产生比较复杂,通常使用次优速度轮廓(梯形、二次样条曲线、S 曲线和 AS 曲线)

代替。

2 次优速度轮廓的耗能分析

2.1 梯形加减速算法速度轮廓

假设最佳梯形速度轮廓的加速段、匀速段和减速段的运动时间如图 2a 所示。

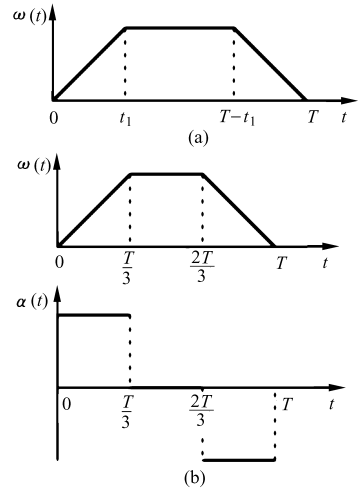


图 2 梯形速度轮廓

Fig.2 Trapezoidal velocity profile

根据基本的直线加减速控制算法推导公式和边界条件,得速度函数为

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{\theta}{t_1(T-t_1)}t & (0 < t \leq t_1) \\ \frac{\theta}{T-t_1} & (t_1 < t \leq T-t_1) \\ \frac{\theta}{t_1(T-t_1)}(T-t) & (T-t_1 < t \leq T) \end{cases} \quad (3)$$

将式(3)代入式(1),得梯形曲线的能量函数为

$$E = \frac{rJ^2\theta^2}{K_M^2} \frac{2}{t_1(T-t_1)^2} \quad (4)$$

求最小值得

$$E = \frac{13.5rJ^2\theta^2}{K_M^2 T^3} \quad (5)$$

当 $t_1 = T/3$ 时,式(5)成立。即当加速段、匀速段和减速段的运动时间相等时,得到的速度轮廓为基于能量最优的梯形速度轮廓,如图 2b 所示。

2.2 二次样条曲线加减速算法速度轮廓

假设最佳二次样条曲线速度轮廓的加加速段、减加速段、匀速段、加减速段和减减速段的运动时间如图 3a 所示。

根据二次样条曲线加减速控制算法推导公式和曲线边界条件,得速度函数为

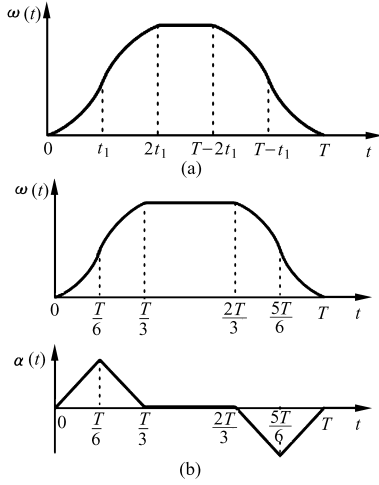


图 3 二次样条曲线速度轮廓

Fig. 3 Quadratic spline velocity profile

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{\theta}{2t_1^2(T-2t_1)}t^2 & (0 < t \leq t_1) \\ \frac{\theta}{(T-2t_1)t_1} \left(-\frac{t^2}{2t_1} + 2t - t_1 \right) & (t_1 < t \leq 2t_1) \\ \frac{\theta}{T-2t_1} & (2t_1 < t \leq T-2t_1) \\ \omega_4(t) & (T-2t_1 < t \leq T-t_1) \\ \omega_5(t) & (T-t_1 < t \leq T) \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\omega_n(t)$ 为第 n 区间的速度函数, 由于 $\omega_4(t)$ 、 $\omega_5(t)$ 分别和 $\omega_1(t)$ 、 $\omega_2(t)$ 关于 $t = T/2$ 对称, 因此根据积分定义, 将 $\omega_4(t)$ 、 $\omega_5(t)$ 和 $\omega_1(t)$ 、 $\omega_2(t)$ 代入式(1)积分运算后, 其结果是相等的。

将式(6)代入式(1), 得二次样条曲线的能量函数为

$$E = \frac{rJ^2\theta^2}{K_M^2} \frac{4}{3t_1(T-2t_1)^2} \quad (7)$$

求最小值得

$$E = \frac{18rJ^2\theta^2}{K_M^2T^3} \quad (8)$$

当 $t_1 = T/6$ 时, 式(8)成立。即当加加速段、减加速段、加减速段和减减速段运动时间相等, 且为 $T/6$; 匀速段运动时间为 $T/3$ 时, 得到的速度轮廓为基于能量最优的二次样条曲线速度轮廓, 如图 3b 所示。

2.3 S 曲线加减速算法速度轮廓

假设最佳 S 曲线速度轮廓的加加速段、匀加速段、减加速段、匀速段、加减速段、匀减速段和减减速段的运动时间如图 4a 所示。

根据 S 曲线加减速控制算法推导公式和曲线边界条件, 得速度函数为^[8]

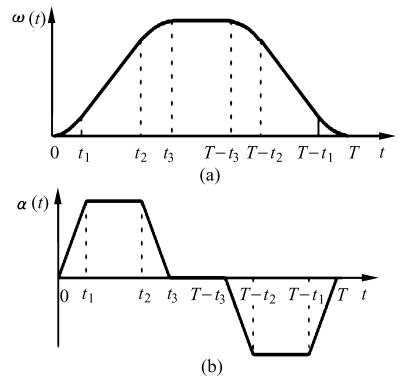


图 4 S 曲线速度轮廓

Fig. 4 S-curve velocity profile

$$\omega(t) =$$

$$\begin{cases} \frac{\theta}{2t_1t_2[T-(t_1+t_2)]}t^2 & (0 < t \leq t_1) \\ \frac{\theta}{t_2[T-(t_1+t_2)]} \left(t - \frac{t_1}{2} \right) & (t_1 < t \leq t_2) \\ \frac{\theta}{t_1t_2[T-(t_1+t_2)]} \left[-\frac{t^2}{2} + (t_1+t_2)t - \frac{t_1^2+t_2^2}{2} \right] & (t_2 < t \leq t_3) \\ \frac{\theta}{T-(t_1+t_2)} & (t_3 < t \leq T-t_3) \\ \omega_5(t) & (T-t_3 < t \leq T-t_2) \\ \omega_6(t) & (T-t_2 < t \leq T-t_1) \\ \omega_7(t) & (T-t_1 < t \leq T) \end{cases} \quad (9)$$

将式(9)代入式(1), 得到 S 曲线的能量函数(一个关于 t_1, t_2 的二元函数)为

$$E = \frac{rJ^2\theta^2}{K_M^2} \frac{2(3t_2-t_1)}{3t_2^2[T-(t_2+t_1)]^2} \quad (10)$$

利用 Matlab 画出该能量函数的图形(取时间步长为 0.01), 如图 5 所示。图中时间系数 $x_1 = t_1/T$, $x_2 = t_2/T$, $E = MrJ^2\theta^2/K_M$, M 为耗能系数。

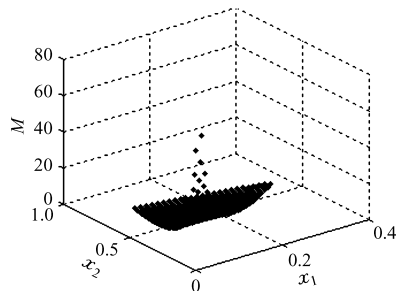


图 5 S 曲线能量函数图形

Fig. 5 S-curve energy function

当 $x_2 = 0.32, x_1 = 0.01$ 时, S 曲线加减速算法的耗能逼近最小值。编写该函数的 Matlab 程序, 寻找 S 曲线加减速算法的耗能最小值。表 1 为设置不

同步长时,得到的 M 最小值。

表 1 步长、时间系数(x_1, x_2)与 M

Tab.1 Step, time coefficients (x_1, x_2) and M

步长	x_2	x_1	M_{\min}
0.10	0.20	0.10	17.007
0.05	0.30	0.05	14.903
0.01	0.32	0.01	13.779

通过表 1 可以看出,步长越小,计算得到的 M 最小值越逼近其实际最小值。因此在应用 S 曲线加减速算法时, t_1, t_2 分别在 $0.01T$ 和 $0.32T$ 附近取值时,能够获得基于能量最优的 S 曲线速度轮廓。其耗能为

$$E = \frac{13.779rJ^2\theta^2}{K_M^2T^3} \quad (11)$$

即当加加速段、加减速段、减加速段和减减速段的运动时间相等,且为 $0.01T$; 匀加速段和匀减速段的运动时间相等,且为 $0.31T$ 时得到的速度轮廓为基于能量最优的 S 曲线速度轮廓。

2.4 AS 曲线加减速算法速度轮廓

假设最佳 AS 曲线速度轮廓的加加速段、匀加速段、减加速段、匀速段、加减速段、匀减速段和减减速段的运动时间如图 6a 所示。

根据 AS 曲线加减速控制算法推导公式和曲线边界条件,得速度函数为

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{\theta}{t_1 t_2 [2T - (t_1 + t_2)(R_2 + 1)]} t^2 & (0 < t \leq t_1) \\ \frac{2\theta}{t_2 [2T - (t_1 + t_2)(R_2 + 1)]} (t - \frac{t_1}{2}) & (t_1 < t \leq t_2) \\ \frac{2\theta}{t_1 t_2 [2T - (t_1 + t_2)(R_2 + 1)]} [-\frac{t^2}{2} + (t_1 + t_2)t - \frac{t_1^2 + t_2^2}{2}] & (t_2 < t \leq t_3) \\ \frac{2\theta}{2T - (t_1 + t_2)(R_2 + 1)} & (t_3 < t \leq t_4) \\ \frac{2\theta}{R_2^2 t_1 t_2 [2T - (t_1 + t_2)(R_2 + 1)]} [-\frac{t^2}{2} + t_4 t + 2R_2^2 t_1 t_2 + \frac{t_4^2}{2}] & (t_4 < t \leq t_5) \\ \frac{2\theta}{R_2 t_2 [2T - (t_1 + t_2)(R_2 + 1)]} (-t + \frac{R_2 t_2 + t_5 + t_6}{2}) & (t_5 < t \leq t_6) \\ \frac{\theta}{2R_2^2 t_1 t_2 [2T - (t_1 + t_2)(R_2 + 1)]} (t - t_7)^2 & (t_6 < t \leq T) \end{cases} \quad (12)$$

将式(12)代入式(1),得到 AS 曲线的能量函数(一个关于 R_2, t_1, t_2 的三元函数)为

$$E = \frac{rJ^2\theta^2}{K_M^2} \frac{4}{[2T - (t_2 + t_1)(R_2 + 1)]^2} \cdot \frac{3t_2 - t_1}{3t_2^2} (1 + \frac{1}{R_2}) \quad (13)$$

式中 R_2 ——减减速段时间调节系数

编写该函数的 Matlab 程序,寻找 AS 曲线加减速算法的耗能最小值,设置步长为 0.01,运行结果表明仅当 $0 < R_2 \leq 50$ 时, t_1, t_2 才有实际意义上的实根。

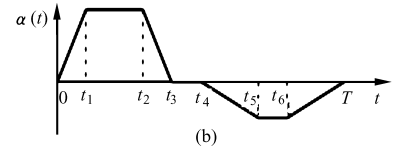
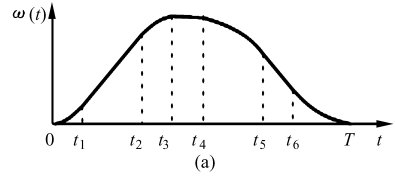


图 6 AS 曲线速度轮廓

Fig.6 AS-curve velocity profile

注: $t_4 = T - (t_1 + t_2), t_5 = T - R_2 t_2, t_6 = T - R_2 t_1$

图 7 是 R_2 与最小值 M 之间的局部曲线,从图中可以看出:当 $R_2 = 0.98$ 时,该 AS 曲线加减速算法的耗能函数有局部最小值,其最小耗能为

$$E = \frac{13.771rJ^2\theta^2}{K_M^2T^3} \quad (14)$$

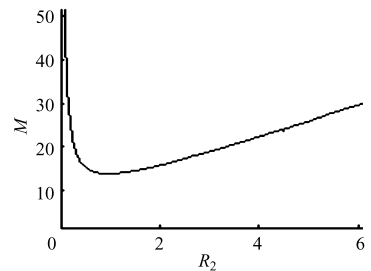


图 7 R_2 与 M 关系曲线

Fig.7 Curve of R_2 and M

此时 $t_1 = 0.01T, t_2 = 0.35T$, 即当加加速段运动时间为 $0.01T$, 匀加速段运动时间为 $0.34T$, 匀速段运动时间为 $0.2872T$ 时, 减减速段时间调节系数 R_2 为 0.98 时, 得到的速度轮廓为基于能量最优的 AS 曲线速度轮廓。

3 实例计算

根据上述推导,将不同加减速算法在不同设置时间时的耗能与最优速度轮廓的耗能进行比较,如表 2 所示。

通过分析表 2 发现:

(1)对于同一种加减速控制算法,当加加速时间和匀加速时间设置为不同值时,耗能差别较大。尤其是二次样条曲线加减速算法,其在表 2 中的能耗比高达 6:1。

(2)对于不同的加减速控制算法,其最小耗能差别也较明显,特别是二次样条曲线加减速算法最小

耗能明显高于梯形、S 曲线和 AS 曲线加减速控制算法的最小耗能。

电池等电池组供电时，合理设置加减速控制算法的时间参数，获取能量最优的加减速速度轮廓是十分必要的。

因此在实际应用中，当运动控制系统是利用蓄

表 2 不同加减速算法的耗能与最优速度轮廓的耗能比较

Tab.2 Energy dissipation of acc/dec algorithms and ideal velocity profile

耗能计算	最优速度轮廓	梯形速度轮廓	二次样条速度轮廓	S 曲线速度轮廓	AS 曲线速度轮廓	
最小耗能	时间设置(t_1, t_2)	($T/3, 0$)	($T/6, 0$)	($0.01T, 0.32T$)	($0.01T, 0.35T$)	
	耗能系数 M	12	13.5	18	13.779	
	耗能百分数/%		12.5	50	14.83	14.76
较大耗能 $R_2 = 1.5$	时间设置(t_1, t_2)	($T/7, 0$)	($T/7, 0$)	($T/7, 2T/7$)	($0.1T, 0.2T$)	
	耗能系数 M		19.06	18.29	17.86	17.78
	耗能百分数/%		58.8	52.44	48.83	48.17
较大耗能 $R_2 = 15$	时间设置(t_1, t_2)	($T/9, 0$)	($T/9, 0$)	($T/9, 2T/9$)	($0.01T, 0.02T$)	
	耗能系数 M		22.78	108	16.875	76.95
	耗能百分数/%		89.8	8	40.63	5.4125

4 结束语

本文通过对不同加减速控制算法的耗能研究，发现当梯形、二次样条曲线、S 曲线和 AS 曲线加减速算法的加加速时间 t_1 和匀加速时间 t_2 分别设为不同值时，使用该算法的能量耗散有明显差别，因此

通过求解各加减速算法的能量函数最小值，最后得出最优速度轮廓下的时间参数值 t_1 和 t_2 。该研究对合理设置加减速控制算法的时间参数、减小电动机的能耗具有一定的实用价值，而在能量最优条件下的时间参数设定对机构运动平稳性和快速性的影响还需要作更深入的研究。

参 考 文 献

- Lewin C. Motion control gets gradually better[J]. Machine Design, 1994, 1(21):90~94.
- Meckl P H, Arestides P B. Optimized S-curve motion profiles for minimum residual vibration[C]//Proc. of the American Control Conference, San Diego, CA, 1998, 5:2 627~2 631.
- Chen C S, Lee A C. Design of acceleration/deceleration profiles in motion control based on digital FIR filters[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1998, 38(7):799~825.
- 李晓辉, 邬义杰, 冷洪滨. S 曲线加减速控制新方法研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2007(10):50~53. Li Xiaohui, Wu Yijie, Leng Hongbin. Research on a new S-curve acceleration and deceleration control method[J]. Modular Machine Tool and Automatic Manufacturing Technique, 2007(10):50~53. (in Chinese)
- Nguyen K D, Chen I M. Planning algorithms for S-curve trajectories[C]//Advanced Intelligent Mechatronics, 2007 IEEE/ASME International Conference, 2007.
- DerMin Tsay, Cheng Fenglin. Asymmetrical inputs for minimizing residual response[C]//Proceedings of the 2005 ICM'05 IEEE International Conference on Mechatronics, 2005:235~240.
- KeunHo Rew, KyungSoo Kim. Using asymmetric S-curve profile for fast and vibrationless motion[C] // International Conference on Control, Automation and Systems, 2007.
- Li Zhiguo, Liu Jizhan. Parameter settings of S-curve acc/dec algorithm based on energy optimization[C] // International Conference on Information, Automation and Electrification in Agriculture, 2008.
- Jacob Tal. Step-by-step design of motion control systems[M]. Rocklin, CA: Galil Motion Control, Inc. 1995.
- 丛爽, 李泽湘. 实用运动控制技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006.