

介质膜波导中有大迴旋半径电子束环的 迴旋自共振微波激射器的特性研究*

尹元昭

(中国科学院电子学研究所,北京 100080)

摘要 本文用线性化弗拉索夫-麦克斯韦方程分析了介质膜波导中由大迴旋半径电子束环产生的迴旋自共振微波激射器的工作特性。结果表明,介质膜能降低所需的电子束能量,在毫米和亚毫米波段开创了一种新型的有效低压辐射源。

关键词 迴旋自共振微波激射器;介质膜波导;大迴旋半径电子束

一、引言

在毫米和亚毫米波段,迴旋自共振微波激射器(CARM)^[1-4]越来越引起人们的重视。与自由电子激光器比较,它不需要摆动器,结构简化体积缩小并可用横截面较大的电子束以增加输出功率。与迴旋管比较,它有双重多普勒频率上漂移特性,因此可用低得多的轴向磁场产生相同的辐射频率。此外,它还具有自共振特性,如在初始时刻能满足共振条件则以后也始终满足,从而改善了电子与波同步相互作用的特性,提高效率。

介质膜波导主要用来产生切伦柯夫辐射^[5,6],最近也用于自由电子激光器中^[7,8]。对用介质膜波导和小迴旋半径电子束时的迴旋不稳定性也有一些研究^[9,10],指出有宽频带特性。本文则研究用介质膜波导和大迴旋半径电子束情形^[11]。我们用线性化弗拉索夫-麦克斯韦方程求得它的色散关系,通过数值计算分析它的工作特性。

二、色散关系

介质膜波导中有大迴旋半径电子束环的迴旋自共振微波激射器的结构示意图如图1所示。圆波导的内半径为 R_w ,其内壁上涂敷有介电常数为 ϵ 的介质薄膜,膜的内半径为 R_d 。电子束环的中心半径为 R_0 ,半宽度为 a_0 ,它在轴向磁场 $\mathbf{B}_\parallel = B_\parallel \mathbf{e}_z$ 的作用下做迴旋漂移运动,速度为 $\mathbf{v}_0 = v_{\theta 0} \mathbf{e}_\theta + v_{\parallel 0} \mathbf{e}_z$,其中 $v_{\theta 0} = \Omega_\parallel R_0$, $\Omega_\parallel = eB_\parallel / (m_0 c \gamma_0)$ 是电子

1991.10.04 收到,1992.06.19 定稿。

* 国家自然科学基金资助项目

尹元昭 男,1937年生,研究员,现从事自由电子激光器、迴旋自共振微波激射器及其它新型的高能电子束辐射器件的研究工作。

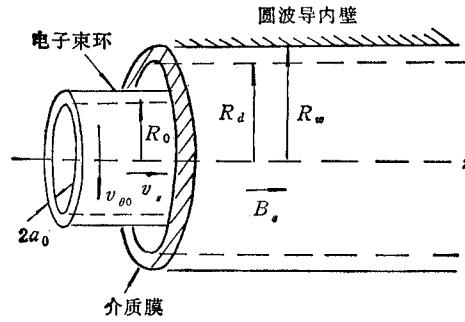


图 1 介质膜波导中有大迴旋半径电子束环的迴旋自共振微波激射器结构示意图

在轴向磁场 B_{\parallel} 中的迴旋频率, $\gamma_0 = (1 - \beta_{\theta 0}^2 - \beta_{\parallel}^2)^{-1/2}$ 是电子的能量因子, $\beta_{\theta 0} = v_{\theta 0}/c$, $\beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$.

在圆波导中 TE 和 TM 模的波动方程分别为

$$[\nabla^2 - (1/c^2)\partial^2/\partial t^2]H_z = -(4\pi/c)(\nabla \times \mathbf{j})_z \quad (1)$$

和

$$[\nabla^2 - (1/c^2)\partial^2/\partial t^2]E_z = (4\pi/c^2)\partial j_z/\partial t + 4\pi(\nabla \rho)_z \quad (2)$$

其中由电磁场引起的扰动电流密度 \mathbf{j} 和电荷密度 ρ 为

$$\mathbf{j} = -e \int d^3 p \mathbf{v} \delta f, \quad \rho = -e \int d^3 p \delta f \quad (3)$$

利用特征法对弗拉索夫方程进行线性化并沿未扰动轨道

$$v'_r = 0, \quad v'_\theta = v_\theta, \quad v'_z = v_z$$

$$r' = r, \quad z' = z + v_z \tau, \quad \theta' = \theta + (v_\theta/r)\tau, \quad \tau = t' - t$$

积分, 可得扰动分布函数 δf 为

$$\delta f = e \int_{-\infty}^0 dx e^{-i\omega x} [\mathbf{E}(\mathbf{r}') + \mathbf{v}' \times \mathbf{B}(\mathbf{r}')/c] \cdot [(\partial/\partial \mathbf{p})f^{(0)}]_{(\mathbf{r}', \mathbf{p}')} \quad (4)$$

这里 $f^{(0)}$ 是电子束环的平衡分布函数,

$$f^{(0)} = n_0 R_0 \oplus [\Delta^2 - (p_\theta - \gamma_0 m_0 v_{\theta 0})^2] \delta(P_\theta - P_0) \delta(p_r) \delta(p_z - \gamma_0 m_0 v_{\parallel}) \quad (5)$$

其中 $P_\theta = r(p_\theta - e B_{\parallel} r / (2c))$ 是电子的正则角动量; 亥维塞阶跃函数 $\oplus(x) = 1$, 当 $x \geq 0$; $\oplus(x) = 0$, 当 $x < 0$; n_0 是电子的平均密度; Δ 是电子的角动量分散。显然,

$v_{\theta 0} = \int d^3 p v_\theta f^{(0)} / \int d^3 p f^{(0)}$ 和 $v_{\parallel} = \int d^3 p v_z f^{(0)} / \int d^3 p f^{(0)}$ 分别为电子的方位角方向和轴向平均速度, 电子束的电子密度分布 $n(r)$ 为

$$n(r) = \int d^3 p f^{(0)} = \begin{cases} n_0, & -a_0 \leq r - R_0 \leq a_0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

而电子束环的半宽度 a_0 由电子的角动量分散 Δ 决定, $a_0 = \Delta / (\gamma_0 m_0 \Omega_{\parallel})$.

我们知道在介质加载圆波导中除 TE_{0n} 圆电模和 TM_{0n} 圆磁模外, 都是混合模^[2]. 为简单起见, 本文只讨论 TE_{01} 和 TM_{01} 模. 现在我们来求波导中介质区 II 和真空区 I 中 TE_{01} 模的场 $\mathbf{E}_2, \mathbf{B}_2$ 和 $\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1$ 及其相互关系. 对于 TE_{01} 模, 在介质区 II 中有

$$H_{z2} = [A_2 J_0(k_{e2} r) + B_2 N_0(k_{e2} r)] \exp[i(k_{\parallel} z - \omega t)] \quad (6)$$

$$\varepsilon\omega^2 = c^2k_{||}^2 + c^2k_{\perp}^2 \quad (7)$$

在真空区 I 中有

$$H_{z1} = A_1 I_0(k_{c1}r) \exp[i(k_{||}z - \omega t)] \quad (8)$$

$$\omega^2 = c^2k_{||}^2 - c^2k_{c1}^2 \quad (9)$$

这里 J, N 和 I 分别是第一类, 第二类贝塞尔函数和第一类修正贝塞尔函数。

利用边界条件可决定在这两个区域中的截止波数 k_{c1} 和 k_{c2} 之间以及系数之间的关系:

$$\frac{k_{c2} J_1(k_{c2}R_w)N_0(k_{c2}R_d) - J_0(k_{c2}R_d)N_1(k_{c2}R_w)}{\varepsilon J_1(k_{c2}R_w)N_1(k_{c2}R_d) - J_1(k_{c2}R_d)N_1(k_{c2}R_w)} = k_{c1} \frac{I_0(k_{c1}R_d)}{I_1(k_{c1}R_d)} \quad (10)$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{I_0(k_{c1}R_d)N_1(k_{c2}R_w)}{J_0(k_{c2}R_d)N_1(k_{c2}R_w) - J_1(k_{c2}R_w)N_0(k_{c2}R_d)} \quad (11)$$

$$B_2/A_2 = -J_1(k_{c1}R_w)/N_1(k_{c2}R_w) \quad (12)$$

对于 TM_{01} 模, 相应地有

$$E_{z2} = [A_2 J_0(k_{c2}r) + B_2 N_0(k_{c2}r)] \exp[i(k_{||}z - \omega t)] \quad (13)$$

$$E_{z1} = A_1 I_0(k_{c1}r) \exp[i(k_{||}z - \omega t)] \quad (14)$$

$$\frac{k_{c2} J_0(k_{c2}R_w)N_0(k_{c2}R_d) - J_0(k_{c2}R_d)N_0(k_{c2}R_w)}{\varepsilon J_0(k_{c2}R_w)N_1(k_{c2}R_d) - J_1(k_{c2}R_d)N_0(k_{c2}R_w)} = k_{c1} \frac{I_0(k_{c1}R_d)}{I_1(k_{c1}R_d)} \quad (15)$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{I_0(k_{c1}R_d)N_0(k_{c2}R_w)}{J_0(k_{c2}R_d)N_0(k_{c2}R_w) - J_0(k_{c2}R_w)N_0(k_{c2}R_d)} \quad (16)$$

$$B_2/A_2 = -J_0(k_{c2}R_w)/N_0(k_{c2}R_w) \quad (17)$$

而(7)和(9)式不变。从这二式可解得波的频率和轴向波数为

$$\omega_r = c[(k_{c1}^2 + k_{c2}^2)/(\varepsilon - 1)]^{1/2} \quad (18)$$

$$k_{||r} = [(\varepsilon k_{c1}^2 + k_{c2}^2)/(\varepsilon - 1)]^{1/2} \quad (19)$$

从而相速度 $v_p = \omega_r/k_{||r} < c$ 为慢波。其它的场分量可由麦克斯韦方程求得。

将相应的量代入(4)式, 完成沿未扰动轨道的积分可求得扰动分布函数 δf 。将它代入波动方程, 完成对动量的积分, 在积分式两端乘以 r 和相应的场振幅函数, 从 0 到 R_w 对 r 积分, 经过冗长的运算, 我们得到色散关系

TE_{01} 模

$$\begin{aligned} & [(\omega^2 - c^2k_{||}^2 + c^2k_{c1}^2)S_1 + (\varepsilon\omega^2 - c^2k_{||}^2 - c^2k_{c2}^2)(A_2/A_1)^2S_2](\omega - k_{||}v_{||})^2 \\ & = -(\omega_p^2/2)FR_w^2 I_1^2(k_{c1}R_0)\beta_{00}^2 c k_{c1} \omega (\beta_p^{-2} - 1)^{1/2} \end{aligned} \quad (20)$$

TM_{01} 模

$$\begin{aligned} & [(\omega^2 - c^2k_{||}^2 + c^2k_{c1}^2)S_1 + (\varepsilon\omega^2 - c^2k_{||}^2 - c^2k_{c2}^2)(A_2/A_1)^2S_2](\omega - k_{||}v_{||})^2 \\ & = -(\omega_p^2/2)FR_w^2 I_0^2(k_{c1}R_0)\omega^2(\beta_p^{-1} - \beta_{||})^2 \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $\omega_p = \omega_{p0}/\gamma_0^{1/2} = [4\pi n_0 e^2/(\gamma_0 m_0)]^{1/2}$ 是等离子体频率, $F = 4a_0 R_0/R_w^2$ 是电子束的充填因子, $\beta_p = v_p/c$,

$$S_1 = (R_d^2/2)[I_0^2(k_{c1}R_d) - I_1^2(k_{c1}R_d)]$$

$$\begin{aligned} S_2 = & (R_w^2/2)[J_0(k_{c2}R_w) + (B_2/A_2)N_0(k_{c2}R_w)]^2 - (R_d^2/2)[J_0(k_{c2}R_d) \\ & + (B_2/A_2)N_0(k_{c2}R_d)]^2 - (R_d^2/2)[J_1(k_{c2}R_d) \end{aligned}$$

$$+ (B_2/A_2)N_1(k_{e2}R_d)]^2$$

我们将 $\omega^2 - c^2k_{\parallel}^2 + c^2k_{\perp 1}^2$ 和 $\epsilon\omega^2 - c^2k_{\parallel}^2 - c^2k_{\perp 2}^2$ 在共同的零点 $(\omega_r, k_{\parallel r})$ 处泰勒展开, 则色散关系(20)和(21)式可简化为

$$(\omega - \omega_r)(\omega - k_{\parallel r}v_{\parallel})^2 = (\epsilon P/S)/(2\epsilon\omega - c^2\partial k_{\perp 2}^2/\partial\omega) \quad (22)$$

其中 $S = S_1 + \epsilon(A_2/A_1)^2S_2$, 对于 TE_{01} 和 TM_{01} 模, P 分别为(20)和(21)式的右端项。

三、结果和讨论

从色散关系(22)式和辐射频率与波数的表达式(18)和(19)式可见, 辐射的相速应小于真空中的光速但大于介质中的光速, 即 $c > v_p > c/\sqrt{\epsilon}$, 又电子束的轴向速度应等于辐射的相速, 即 $v_{\parallel} = v_p$ 。当相速减小时, 辐射频率增大, 从而得到电子能量减小反而辐射频率增大的结果。这一结果与快波器件, 如自由电子激光器和迴旋自共振微波激射器的情况恰好相反, 从而为我们降低电子束能量开辟了一条新途径。

其次, 图 2 画出了 TE_{01} 和 TM_{01} 模的场分布。可见场有集中在介质表面的特征, 而当频率增高时这种倾向更甚, 充分体现了表面波的特性。这里的场分布随频率的变化与场分布随介电常数的变化相似^[9]。为了比较起见也画出了没有介质膜的情况。由图可见场分布情况是完全不同的。图 3 画出了增长率和相应的电子束能量随电子束环半径的变化。由图可见, 增长率的变化与场分布相对应。当电子束越靠近介质表面、辐射频率越

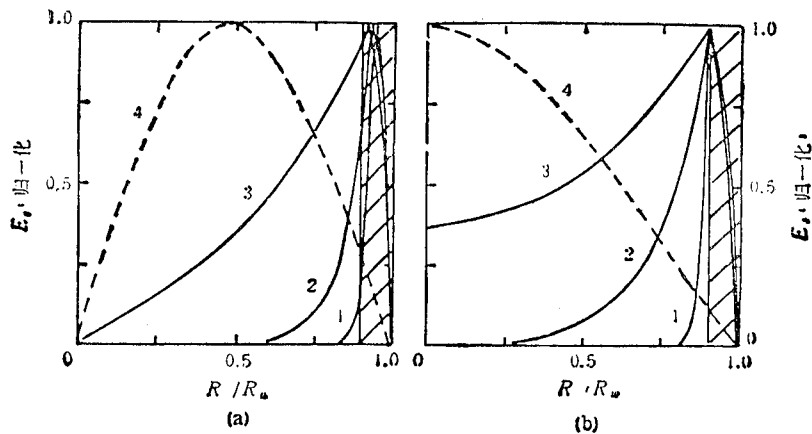


图 2 TE_{01} 模 (a) 和 TM_{01} 模 (b) 的场分布

$R_w = 1.0\text{cm}$, $R_d = 0.9\text{cm}$, $\epsilon = 2.3$ (聚乙烯)

	1	2	3	4
	$\omega \times 10^{-12} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$			
TE_{01} 模	0.52	0.69	1.6	无介质的 真空波导
TM_{01} 模	0.22	0.36	1.6	

高,增长率越是急速地增大。这与切伦科夫微波激射器^[5,6]相似,当辐射频率增高时,所需电子束能量反而降低。但是二者的机理是不同的,在切伦科夫器件中,理论上假设电子束在介质中行进,因此在实验中电子束必须尽可能靠近介质表面,而在本文的器件中电子束在介质外行进,利用介质的表面波特性,在实验中就较易实现。

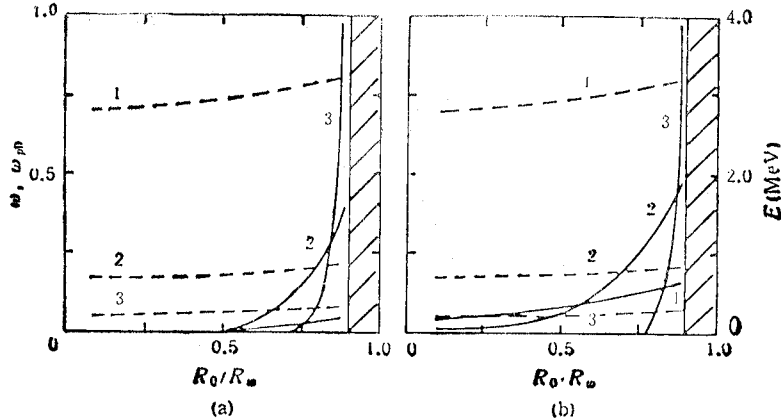


图3 TE₀₁模(a)和TM₀₁模(b)的增长率随电子束环半径的变化
 $a_0 = 0.01\text{cm}$, $\omega_{p0} = 1.0 \times 10^9 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$, 其他参数与图2同。

—增长率,---电子束能量

第三,当电子束环的径向位置 R_0 和轴向磁场 B_z 固定时,辐射频率 ω_r ,增长率 ω_i ,相速 β_p 和电子回旋比 $\alpha = v_{e0}/v_{H0}$ 随电子束能量 E 的变化如图4所示。从图可见当电子束能量减小时,TE₀₁ 和 TM₀₁ 模的辐射频率,增长率和电子回旋比都增大,有相同的变化趋势。这与无介质时的快波情形不同^[13],在那里随电子束能量减小,增长率和电子回旋比增大,但辐射频率下降。

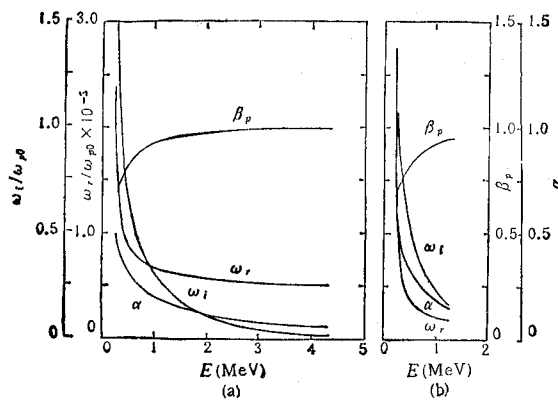


图4 TE₀₁模(a)和TM₀₁模(b)的辐射频率、增长率、电子回旋比和相速随电子束能量的变化

$R_w = 1.0\text{cm}$, $R_d = 0.9\text{cm}$, $\epsilon = 2.3$, $R_0 = 0.89\text{cm}$, $a_0 = 0.01\text{cm}$, $\omega_{p0} = 1.0 \times 10^9 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$,
 $B_z = 1.0\text{kG}$.

第四,当辐射频率固定时,电子束能量,轴向磁场和电子回旋比随增长率的变化如图5所示。从图可见对TE₀₁ 和 TM₀₁ 模来说, E , B_z 和 α 三者变化趋势相同,一起增减。

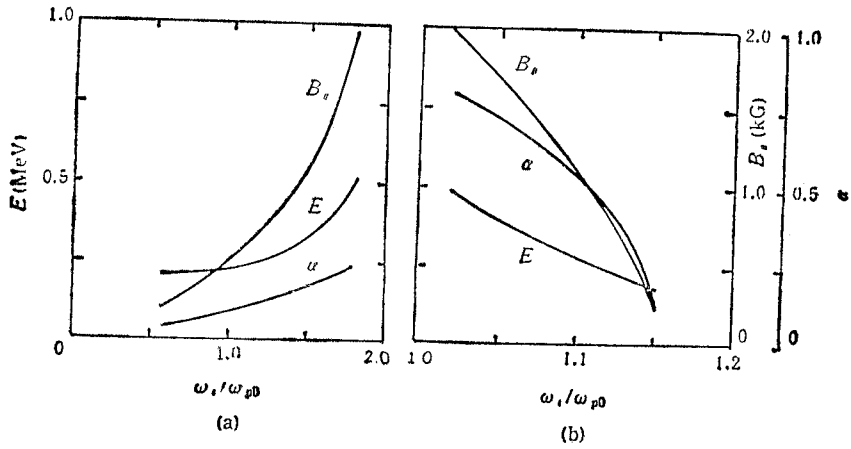


图 5 TE₀₁ 模 (a) 和 TM₀₁ 模 (b) 的电子束能量、轴向磁场和电子迴旋比与增长率的关系
辐射频率固定, $\omega = 1.6 \times 10^{12} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, 其它参数与图 4 同。

但对 TE₀₁ 模 α 随增长率增大而增大, 对 TM₀₁ 模恰好相反, 这体现了 TE₀₁ 模和 TM₀₁ 模的不同特性。因为在 TE₀₁ 模的辐射中 E_θ 和 v_θ 起重要作用, 而在 TM₀₁ 模的辐射中 E_z 和 v_z 起重要作用。

最后, 作为结论我们指出在介质膜波导中使电子束环尽量靠近介质, 就可在电子束电压很低的条件下获得高辐射频率和高增长率的 TE₀₁ 模或 TM₀₁ 模的相干辐射。在毫米和亚毫米波区域开创了一种新型的有效低压辐射源。

参 考 文 献

- [1] A. W. Fliflet, *Int. J. Electronics*, **61**(1986)6, 1049—1080.
- [2] K. R. Chu, A. T. Lin, *IEEE Trans. on PS*, **PS-16**(1988)2, 90—104.
- [3] G. Bekefi et al., *Appl. Phys. Lett.*, **54**(1989)14, 1302—1304.
- [4] A. C. DiRignzo et al., *Phys. Fluids*, **B3**(1991)7, 1755—1765.
- [5] E. Garate et al., *J. Appl. Phys.*, **58**(1985)2, 627—632.
- [6] W. Main et al., *IEEE Trans. on PS*, **PS-18**(1990)3, 507—512.
- [7] V. K. Tripathi, C. S. Liu, *IEEE Trans. on PS*, **PS-17**(1989)4, 583—589.
- [8] J. S. Choi et al., *Phys. Fluids*, **B1**(1989)6, 1316—1328.
- [9] K. R. Chu et al., *Int. J. Electronics*, **51**(1981)4, 493—502.
- [10] H. S. Uhm, R. C. Davidson, *Phys. Fluids*, **23**(1980)12, 2538—2546.
- [11] W. Lawson, C. D. Striffler, *Phys. Fluids*, **28**(1985)9, 2868—2877.
- [12] 吴鸿适, 微波电子学原理, 科学出版社, 北京, 1987年, 第 137—138 页。
- [13] 尹元昭, 电子学报, **20**(1992)12, 20—25.

THE CHARACTERISTICS OF THE CYCLOTRON AUTORESONANCE MASER WITH A LARGE-ORBIT ELECTRON RING IN A PARTIALLY DIELECTRIC-LOAD WAVEGUIDE

Yin Yuanzhao

(Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing 100080)

Abstract The characteristics of the cyclotron autoresonance maser with a large-orbit electron ring in a partially dielectric-loaded waveguide have been analyzed by making use of the linearized Vlasov-Maxwell equations. The results show that the dielectric liner can reduce the energy of electron beam, and a novel radiation source can be made in the millimeter and submillimeter waveband by using this method.

Key words Cyclotron autoresonance maser; Dielectric-loaded waveguide; Large-orbit electron ring