文章编号:1000-6788(2006)02-0077-06

线性市场上不同规模两公司选址博弈问题的 Stackelberg 平衡

魏　颢
(清华大学数学科学系,北京 100084)

摘要：研究不同规模两公司在一维有限线性市场上的选址博弈问题. 首先修改 Hotelling 原始模型的"费用函数"假设,建立不同规模两公司的选址博弈模型;然后介绍了一家大型公司投入一家店、另一家小型公司投入多家连锁店的竞争系统;通过应用该选址博弈模型,解得该系统的一个 Stackelberg 平衡解:大公司的店在市场中央,小公司的店按"无缝配置"依次对称分布于市场两侧;最后,在平衡的前提下,讨论连锁小公司和大公司选址博弈时应采取的策略.

关键词：选址博弈;Hotelling 模型;Stackelberg 平衡
中图分类号：O225　　**文献标识码**：A

A Stackelberg Equilibrium for a Location Game between a Large-Scale Firm and a Small-Scale Firm in Linear Market

WEI Hao
(Department of Mathematical Science, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: This paper presents a location game between a large firm and a small firm in a linear market. Firstly, the model of location game between different-scale 2-firms is set up by adapting the assumption of cost function in Hotelling model. Secondly, the competitive system is introduced, in which one store belongs to a large firm and the others belong to a small firm. Thirdly, the stackelberg equillibrium of this system, the large firm's store is located in the center of market and the small firm gathers its stores at the ends of market symmetrically, is solved as the solution of new model. Finally, several strategic decisions of a small firm which games with a large firm are given under the Stackelberg equilibrium.

Key words: location game; hotelling model; stackelberg equilibrium

1　引言

1929 年 Hotelling[1]提出了一个竞争模型:生产同质商品同规模的两公司,在一个顾客均匀分布的一维有限线性市场上(一维有限线性市场通常是现实世界中的一条街道的抽象表示),确定商店位置和商品价格,顾客选择价格加路费("交货费用")较小的公司作为购物店,两公司应该怎样确定位置和价格才能使竞争进入平衡状态? Hotelling 本人在同一篇文章中给出了该问题的 Nash 平衡解:两个公司应该聚集在线性市场的中点. 后来这种现象被 Boulding[2]定义为"最小差异原理(MD)".

在以后的数十年中众多经济学家、数学家、政治家,甚至地理学家根据需要对该模型进行修改,引入到众多学术领域和实际问题中. 1979 年 Eaton 和 Lipsey[3],1982 年 Dominique Graitson[4]分别对选址博弈问题的研究成果进行了全面详尽的总结.

1993 年 H. A. Eiselt[5]等人提出一套清晰有效的选址博弈模型分类方法. 该方法将所有选址博弈模型按竞争空间、竞争者数量、公司的价格策略、博弈规则和顾客行为五类因素进行分类. Hotelling 原始模型按该分类可解释为:一维,两竞争者,由顾客付商品价格以及与距离相关的路费,求 Nash 平衡解,顾客确定性的选择"交货费用"低的公司购买商品.

本文中要建立的新模型与 Hotelling 原始模型最大的不同是分类中的第五项,顾客的总消费除了与商

收稿日期:2004-11-11

品价格、距离和路费有关外,还受到一个可称为“公司规模”的参数影响.该参数可由公司影响力、服务质量,及对大众的吸引力等因素决定,与总费用成反比.

2 基本概念

Von Stackbelberg 在1934年的著作[6](见文献[7], P15)中提出Stackelberg平衡的概念:设 A 和 B 两竞争者的决策集分别为 S_A 和 S_B,决策分别为 $a\in S_A$, $b\in S_B$,收益分别为 $M_A(a,b)$ 和 $M_B(a,b)$,且 A 作为领导者先做出决策 a, B 作为跟随者做出决策 $b\in S_B(a)=\{e\mid M_B(a,e)\geq M_B(a,c),\ \forall c\in S_B\}$,如果 $\min\limits_{b\in S_B(a^*)} M_A(a^*,b)\geq \min\limits_{b\in S_B(a)} M_A(a,b)$, $\forall a\in S_A$ 成立,则 a^* 称为 A 的Stackelberg平衡解, $b^*\in S_B(a^*)$ 是 B 的最优策略,策略对 (a^*,b^*) 是问题的一组Stackelberg平衡解, $(M_A(a^*,b^*), M_B(a^*,b^*))$ 是这组解下的博弈收益.

Hotelling原始模型(见文献[1])如下:

H1. 假设市场是一维线性空间 (X_d,σ), σ 为其上测度且有 $\sigma(X_d)=L$;

H2. 顾客均匀分布于 X_d 上,不失一般性,可认为密度为1且每单位顾客对商品需求为1;

H3. 公司 A 和公司 B 在 X_d 上各开一家商店卖同质商品;

H4. p_A 和 p_B 分别为公司 A 和公司 B 的商品价格,由顾客支付.同时顾客还需支付与距离成正比的路费 $c|x-a|^\alpha$ 或 $c|x-b|^\alpha$, c 为单位距离路费, x、a 和 b 为顾客、公司 A 和公司 B 的位置(a 和 b 可以无限靠近,但是永远不能重合).顾客要支付给 A 和 B 的“费用”分别为 $C_A(x)=p_A+c|x-a|^\alpha$ 和 $C_B(x)=p_B+c|x-b|^\alpha$;

H5. 顾客选择“交货费用” $\overline{c(x)}$ 低的商店购买商品,这里“交货费用” $\overline{c(x)}$ 等于“费用” $c(x)$;

根据以上五条假设,两公司可分别拥有的顾客集合为 $D_i=\{x\mid C_i(x)<C_{\{A,B\}/i}(x)\}$, $i\in\{A,B\}$,所得收益为 $M_i=p_i\sigma(D_i)$, $i\in\{A,B\}$.

3 新模型的建立

从上节定义可看出Hotelling原始模型由三个主体构成:“市场”、“公司”和“顾客”.在H4中引入单位距离路费 c,实际上是引入“市场”这个主体的一种变化, c 既可以是一个定义在 X_d 上常值函数(如原始模型中的 c),也可以是一个分段函数甚至是一个连续函数,不同的定义会使公司的分布发生巨大的变化.

André De Plama等人在1987年(见文献[8])修改H5“交货费用”为 $\overline{C_i(x)}=\dfrac{C_i(x)}{\mu}=\dfrac{p_i+c|x-x_i|^\alpha}{\mu}$.新变量 μ 描述了当前市场内顾客“品位”差异的大小: μ 越大说明顾客间的差异越大,顾客就越容易按自己的喜好选择商品而非价格,最终也会导致各公司商店分布比较均匀;反之 μ 越小顾客购物倾向越相同,选择商品时受价格的影响越大,最终导致各公司商店分布很集中(详细内容见文献[8], P251). μ 给模型引入“顾客”这个主体的一种变化.

本文介绍的模型修改H5“交货费用”为 $\overline{C_i(x)}=\dfrac{C_i(x)}{\beta_i}=\dfrac{p_i+c|x-x_i|^\alpha}{\beta_i}$.新变量 β_i 引入“公司”这个主体的一种变化,该变量由公司除位置和价格因素以外的其它因素决定,称为“公司规模”. β_i 越大, $\overline{C_i(x)}$ 就越小, D_i 也就越大,即公司的位置和价格决策对顾客产生的排斥作用就越小.

本文研究纯位置博弈,忽略价格因素影响,假设 $X_d=[0,1]$, $p_i=0$, $c=1$, $\alpha=1$, $i\in\{A,B\}$, $M_i=\sigma(D_i)$ 且 $\beta_A=\beta>1$, $\beta_B\equiv 1$,即公司 A 的规模大于公司 B.但规定公司 A 只有一家店参与竞争,而公司 B 可以有多家连锁店参与竞争.

用图1来描述本文中的竞争模型.其中横轴表示市场坐标,纵轴表示公司的“交货费用”;虚线表示公司 A 的“交货费用”曲线,虚线与横轴交点为公司 A 商店的选址位置;实线表示公司 B 的“交货费用”曲线,实线与横轴的各交点为公司 B 各家店的选址位置.

横轴某坐标处的顾客选择“交货费用”低的商店(该横坐标处纵坐标值最小的“交货费用”曲线对应的

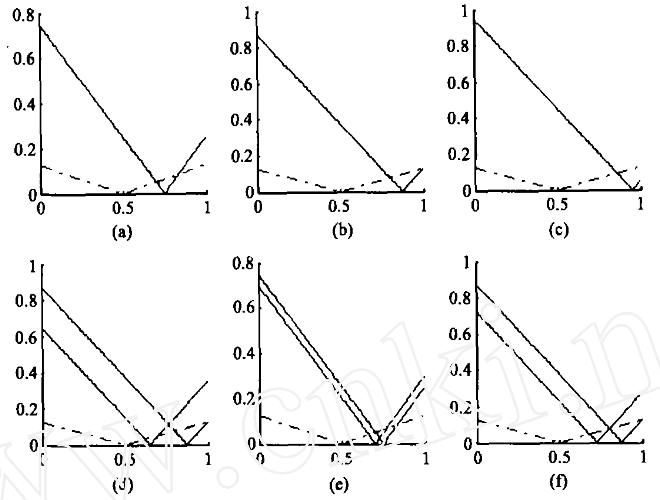

图 1　虚线和实线分别代表公司 A 和公司 B 的“交货费用”曲线,其中 $x_A = 0.5$, $\beta_A = 4$

(a) $x_B = 0.75$; (b) $x_B = 0.875$; (c) $x_B = 0.95$; (d) $x_{B_1} = 0.875$, $x_{B_2} = 0.65$; (e) $x_{B_1} = 0.75$, $x_{B_2} = 0.7$;

(f) $x_{B_1} = 0.875$, $x_{B_2} = 0.725$

商店)购物. 虚线与实线的交点处“交货费用”相同,该交点即为两公司的一个市场分界. 公司规模越大,公司的“交货费用”越低,在图 1 上其对应的曲线就“越低”(两段直线的斜率绝对值越小),由 H5 假设可知该公司占有的市场就越大.

图 1(a)、(b) 和 (c) 描述了 A 和 B 各一家店在 X_d 上竞争情形,其中图 1(a) 总市场被分为三段,B 市场完全包含于 X_d 中,被 A 的两段市场夹住;图 1(b) 中市场被分为两段,B 右边界紧靠 X_d 右边界;图 1(c) 市场也分为两段,B 有一部分被总市场边界截断,只有部分市场在 X_d 中有效;图 1(d)、(e) 和 (f) 描述 B 投入两家店在 A 同侧参与竞争,其中图 1(d) 总市场被分四段,B 的两家店的市场间有缝隙,插入了 A 的部分市场;图 1(e) 总市场也被分为四段,B 的两段市场间没有缝隙,但是重合;图 1(f) 总市场被分为三段,B 的两段市场间没有缝隙,也不重合.

4　主要定理证明

模型中 A 作为领导者,B 作为跟随者. A 的收益为 $M_A(a, b) = 1 - M_B(a, b)$,所以我们只需研究 B 收益的变化. A 和 B 相交产生 B 市场为 $|x - b| \le \dfrac{|x - a|}{\beta} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\dfrac{\beta b + a}{\beta + 1}, \dfrac{\beta b - a}{\beta - 1}\right], & a < b \\ \left[\dfrac{\beta b - a}{\beta - 1}, \dfrac{\beta b + a}{\beta + 1}\right], & b < a \end{cases}$,$B$ 收益即为其所占市场大小 M_B,数值上为 B 右市场边界坐标减 B 左市场边界坐标,有三种情况:

1) B 的市场完全在 X_d 中(即图 1(a) 所示情形). 此时

$$M_B = \begin{cases} \dfrac{\beta b - a}{\beta - 1} - \dfrac{\beta b + a}{\beta + 1} = \dfrac{2\beta(b - a)}{\beta^2 - 1}, & a < b \\ \dfrac{\beta b + a}{\beta + 1} - \dfrac{\beta b - a}{\beta - 1} = \dfrac{2\beta(a - b)}{\beta^2 - 1}, & b < a \end{cases}, \quad \frac{\partial M_B}{\partial b} = \frac{2\beta}{\beta^2 - 1};$$

2) B 的市场与 X_d 左边界或右边界相交,造成部分市场在 X_d 外(即图 1(c) 所示情形). 此时

$$M_B = \begin{cases} 1 - \dfrac{\beta b + a}{\beta + 1}, & a < b \\ \dfrac{\beta b + a}{\beta + 1} - 0, & b < a \end{cases}, \quad \frac{\partial M_B}{\partial b} = \begin{cases} -\dfrac{\beta}{\beta + 1}, & a < b \\ \dfrac{\beta}{\beta + 1}, & b < a \end{cases};$$

3) B 有多家商店在市场中与 A 竞争,且在 A 同侧的商店 B_i, B_j 间有市场重合(即图 1(e) 所示情形).

此时

$$M_B=\begin{cases}\dfrac{\beta b_i+a}{\beta+1}-\dfrac{\beta b_j-a}{\beta-1}=\dfrac{\beta}{\beta+1}b_i-\dfrac{\beta}{\beta-1}b_j+\dfrac{2\beta}{\beta^2-1}a, & b_j<b_i<a\\ \dfrac{\beta b_j-a}{\beta-1}-\dfrac{\beta b_i+a}{\beta+1}=-\dfrac{\beta}{\beta+1}b_i+\dfrac{\beta}{\beta-1}b_j-\dfrac{2\beta}{\beta^2-1}a, & a<b_i<b_j\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{\partial M_B}{\partial b_i}=\dfrac{\beta}{\beta+1},\ \dfrac{\partial M_B}{\partial b_j}=-\dfrac{\beta}{\beta-1} & b_j<b_i<a\\ \dfrac{\partial M_B}{\partial b_i}=-\dfrac{\beta}{\beta+1},\ \dfrac{\partial M_B}{\partial b_j}=\dfrac{\beta}{\beta-1} & a<b_i<b_j\end{cases}.$$

引理 1 当 A 和 B 各有一家店在市场竞争时，A 选择决策位置 a，B 应选择决策位置 $b=\begin{cases}1-\dfrac{1-a}{\beta}, & a<b\\ \dfrac{a}{\beta}, & b<a\end{cases}$ 才能使 M_B 达到最大，即 B 的左(右)市场边界应该与 X_d 左(右)边界重合。

证明 只需证明 $a<b$ 情形即可。由 1) 和 2) 知 $M_B=\begin{cases}\dfrac{2\beta(b-a)}{\beta^2-1}, & a<b\le 1-\dfrac{1-a}{\beta}\\ 1-\dfrac{\beta b+a}{\beta+1}, & 1-\dfrac{1-a}{\beta}<b\le 1\end{cases}$ 是一个连续的三角函数，因此 B 在 $1-\dfrac{1-a}{\beta}$ 处使 M_B 达到最大值，此时 B 的右边界与 X_d 右边界重合。

引理 2 当 A 有一家店，B 有多家店参与竞争时，其中 B_i 和 B_j 在 A 同侧相邻且 B_i 更靠近 A，则 B_i 选址 $b_i=\dfrac{\beta-1}{\beta+1}b_j+\dfrac{2a}{\beta+1}$ 才能使 M_{B_i} 达到最大，即 B_i 的市场边界应该总与 B_j 的市场边界重合。

证明 只需证 $a<b_i<b_j$ 情形即可。由 1) 和 3) 知

$$M_{B_i}=\begin{cases}\dfrac{2\beta}{\beta^2-1}(b_i+b_j-2a), & a<b_i\le\dfrac{\beta-1}{\beta+1}b_j+\dfrac{2a}{\beta+1}\\ -\dfrac{\beta}{\beta+1}b_i+\dfrac{\beta}{\beta-1}b_j-\dfrac{2\beta}{\beta^2-1}, & \dfrac{\beta-1}{\beta+1}b_j+\dfrac{2a}{\beta+1}<b_i<b_j\end{cases}$$

是一个连续三角函数，因此 B_i 在 $\dfrac{\beta-1}{\beta+1}b_j+\dfrac{2a}{\beta+1}$ 处 M_{B_i} 达到最大值，此时 B_i 的右边界与 B_j 的左边界重合。

引理 3 当 A 有一家店，B 有多家店 $B_1,\cdots,B_N$ 参与竞争时，位置关系为 $a<b_N<\cdots<b_1<1$ 且 B_1 右边界与 X_d 右边界重合、B_i 右边界与 B_{i-1} 左边界重合，则以下两种移动都将使 M_B 下降：(a) B_1 向右移动，使自己的市场与 X_d 相交从而 M_{B_1} 减少，B_i 也均向右移动，保持右边界与 B_{i-1} 左边界重合，从而 M_{B_i} 增加；(b) B_m，$1<m<N$ 向右移动，使自己的市场与 B_{m-1} 的市场相交从而 M_{B_m} 减少，B_i，$m<i\le N$ 也均向右移动，保持右边界与 B_{i-1} 左边界重合，从而 M_{B_i} 增加。

证明 只需证 (a)，(b) 同理立知。设 B_i 向右移动 Δb_i，则由移动前后，B_i 右边界与 B_{i-1} 左边界始终重合的条件 $\begin{cases}\dfrac{\beta(b_i+\Delta b_i)-a}{\beta-1}=\dfrac{\beta(b_{i-1}+\Delta b_{i-1})+a}{\beta+1}\\ \dfrac{\beta b_i-a}{\beta-1}=\dfrac{\beta b_{i-1}+a}{\beta+1}\end{cases}$ 知 $\Delta b_i=\dfrac{\beta-1}{\beta+1}\Delta b_{i-1}$。由 1) 和 2) 中 $\dfrac{\partial M}{\partial b}$ 的结果得

$$\Delta M_B=\frac{\partial M_B}{\partial b_1}\Delta b_1+\sum_{i=2}^{N}\frac{\partial M_B}{\partial b_i}\Delta b_i=-\frac{\beta}{\beta+1}\Delta b_1+\frac{2\beta}{\beta^2-1}\sum_{i=2}^{N}\Delta b_i=-\frac{\beta}{\beta+1}K^{N-1}\Delta b_1<0,\ K=\frac{\beta-1}{\beta+1},$$

即 ΔM_B 在上述移动中总小于 0，M_B 总是下降的。

定理 1 当 A 有一家店，B 有多家店参与竞争时，在 A 同侧的 B 店应使各自市场首尾相接，最外侧店的市场边界与总市场边界重合，才能使 M_B 达到最大。

证明 引理 1 证明了 B 店市场与边界间不能有缝隙(不能出现图 1(a) 情形)，也不能与总市场边界相

交(不能出现图 1(c) 情形) ;引理 2 证明了 B 的店与店市场之间不能有缝隙(不能出现图 1(d) 情形) ;引理 3 证明了 B 的任何一家店市场都不应与其他店市场相交,也不应与总市场边界相交(不能出现图 1(e) 情形). 只有图 1(d) 或(f) 所示情形出现时,才能使 M_B 达到最大,得证.

我们称定理 1 所述的 A 同侧的 B 店选址方案为"无缝配置",只有选择这种配置 A 同侧的 B 店才能得到最大收益.

定理 2　当 A 有一家店, B 在 A 左侧有 N_1 家店,在 A 右侧有 N_2+1 家店($N_1 < N_2+1$)时(称该配置为 (N_1, N_2+1) 型), A 应向右侧移动以增大 M_A,且当 $a > \frac{K^{N_2}}{K^{N_2}+K^{N_1}}$, $K=\frac{\beta-1}{\beta+1}$ 时, B 会将一家店从 A 右侧移动到左侧形成 (N_1+1, N_2) 型以增大 M_B.

证明　设 (N_1, N_2+1) 型时, B 各店位置依次为 $0 < c_1 < \cdots < c_{N_1} < a < b_{N_2+1} < \cdots < b_1 < 1$. 由定理 1 知 A 两侧的 B 店均会形成"无缝配置"提高收益,则有方程组

$$\begin{cases} \dfrac{\beta b_{N_2+1}-a}{\beta-1}=\dfrac{\beta b_{N_2}+a}{\beta+1} \\ \cdots \\ \dfrac{\beta b_2-a}{\beta-1}=\dfrac{\beta b_1+a}{\beta+1} \\ \dfrac{\beta b_1-a}{\beta-1}=1 \end{cases} \quad (*1) \text{ 和 } \begin{cases} \dfrac{\beta c_{N_1}-a}{\beta-1}=\dfrac{\beta c_{N_1-1}+a}{\beta+1} \\ \cdots \\ \dfrac{\beta c_2-a}{\beta-1}=\dfrac{\beta c_1+a}{\beta+1} \\ \dfrac{\beta c_1-a}{\beta-1}=0 \end{cases} \quad (*2)$$

可确定 B 各家店的位置. 此时 B 的总收益为:

$$M_{B,[N_1,N_2+1]}=\sum_{i=1}^{N_2+1}\frac{2\beta(b_i-a)}{\beta^2-1}+\sum_{j=1}^{N_1}\frac{2\beta(a-c_j)}{\beta^2-1}=\frac{2\beta}{\beta^2-1}\left[\sum_{i=1}^{N_2+1}b_i-\sum_{j=1}^{N_1}c_j-(N_2+1-N_1)a\right].$$

上式中 $M_{B,[N_1,N_2+1]}$ 表示 (N_1, N_2+1) 型时 B 的总收益. 解 $(*1)$ 和 $(*2)$ 得到 $\sum_{i=1}^{N_2+1}b_i$ 和 $\sum_{j=1}^{N_1}c_j$ 代入 $M_{B,[N_1,N_2+1]}$ 可求得 $\frac{\partial M_{B,[N_1,N_2+1]}}{\partial a}=K^{N_2+1}-K^{N_1}<0$, $K=\frac{\beta-1}{\beta+1}$,故 A 应向右侧移动(a 增大)使 M_B 下降, M_A 增大.

设 (N_1+1, N_2) 型时, B 各店位置依次为 $0 < c_1 < \cdots < c_{N_1+1} < a < b_{N_2} < \cdots < b_1 < 1$. 得 B 的总收益为:

$$M_{B,[N_1+1,N_2]}=\frac{2\beta}{\beta^2-1}\left[\sum_{i=1}^{N_2}b_i-\sum_{j=1}^{N_1+1}c_j-(N_2-N_1-1)a\right].$$

解 $M_{B,[N_1+1,N_2]} \geq M_{B,[N_1,N_2+1]}$ 得到 $a \geq \frac{K^{N_2}}{K^{N_2}+K^{N_1}}$,即当 A 的位置超过 $\frac{K^{N_2}}{K^{N_2}+K^{N_1}}$ 时, B 将右侧一家店移到左侧(即从 (N_1, N_2+1) 型调整为 (N_1+1, N_2))使 M_B 增大,证毕.

定理 3　当 A 有一家店, B 有多家店参与竞争时,1) 如果 B 有 $2N$ 家店投入竞争,则 A 在市场中心, B 按 (N, N) 型"无缝配置"为该选址博弈问题的 Stackelberg 平衡解;2) 如果 B 有 $2N+1$ 家店投入竞争,则 A 在市场中心, B 按 $(N, N+1)$ 型或 $(N+1, N)$ 型"无缝配置"为该选址博弈问题的 Stackelberg 平衡解.

证明　由定理 2 可知,如果 B 在 A 的两侧分别有 N_1 和 N_2+1 ($N_1 < N_2+1$) 家店, A 就一定会向 N_2+1 家店一侧移动,迫使 B 将店一家一家移动到 N_1 家店一侧. 当移动到两侧店数一样时(B 有 $2N$ 家店时), A 移向 $\frac{1}{2}$ 的任一侧都不能增大自己的收益;当移动到一侧只比另一侧多一家店时(B 有 $2N+1$ 家店时),此时 $N_1=N_2=N$, $\frac{K^{N_2}}{K^{N_2}+K^{N_1}}=\frac{K^N}{K^N+K^N}=\frac{1}{2}$, $k=\frac{\beta-1}{\beta+1}$, A 移向 $\frac{1}{2}$ 的任一侧都会导致 B 的一家店移到另一侧使 A 收益下降,所以 A 只能停在 $\frac{1}{2}$ 处,证毕.

5 结论

由第三部分的证明我们得到结论:连锁小公司和大公司在一维有限线性市场的选址博弈中有一个 Stackelberg 平衡. 在该平衡中大公司占据市场中心,连锁小公司的各家店对称且紧密的占据市场边界.

在本文所述的竞争中,双方通过选址最多能保证自己的收益不损失,但是无法增加自己的收益. 而模型中的 β 值是由公司双方"规模"决定的,也很难在博弈中发生变化对竞争产生影响. 这样对竞争产生影响的只有小公司 B 投入市场的商店数量 N 了,本文最后就来分析一下这个变量对竞争结果的影响.

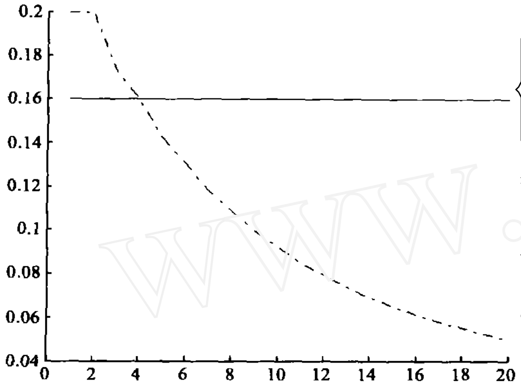

图 2 曲线 $N \sim \frac{M_B(N)}{N}$, $\beta = 4$, $\gamma = 0.16$

在定理 3 的平衡解下, B 可获得的最大收益 $M_B(N) = \begin{cases} 1 - K^{N_1}, & N = 2N_1 \\ 1 - \frac{\beta}{\beta+1}K^{N_1}, & N = 2N_1 + 1 \end{cases}$, $K = \frac{\beta - 1}{\beta + 1}$,即 B 投入越多的店获得的总收益就越大.

但如果考虑成本问题, B 每增加一个店就花费固定成本 γ,则 B 的净利润为 $M_B(N) - \gamma N$,当 $M_B(N) - \gamma N < 0 \Leftrightarrow \frac{M_B(N)}{N} < \gamma$ 时 B 就会开始亏损,尽管此时 B 的总收益 $M_B(N)$ 会继续扩大. 称 $\frac{M_B(N)}{N}$ 为 B 平均店收益,如图 2 虚线所示($\beta = 4$, $\gamma = 0.16$),平均成本 γ 曲线如图 2 实线所示. 当 $N > 2$ 时,平均店收益就会下降,当 $N \geq 4$ 时 B 没有利润.

由上知,在考虑成本时连锁小公司 B 最好的选择就是在大公司 A 两侧,紧靠市场边界处各建一家店.

参考文献:

[1] Hotelling H. Stability in competition[J]. The Economic Journal, 1929, 39(153): 41 - 57.

[2] Boulding K. Economic Analysis[M]. Vol. I Microeconomics 4th Ed., Press, Harpers, New York, 1966.

[3] Curtis Eaton B, Richard G. Lipsey. The principle of minimum differentiation reconsidered: Some new developments in the theory of spatial competition[J]. The Review of Economic Studies, 1975, 42(1): 27 - 49.

[4] Dominique Graitson. Spatial competition a la hotelling: A selective survey[J]. The Journal of Industrial Economics, 1982, 31(1/2): 11 - 25.

[5] Eiselt H A, Gilbert Laporte. Jacques-Francois Thisse. Competitive location models: A framework and bibliography [J]. Transportation Science, 1993, 27(1): 44 - 54.

[6] Von Stackelberg H. Marktform und Gleichgewicht[M]. Press, Springer Verlag, Vienna and Berlin, 1934.

[7] Arunabha Bagchi. Stackelberg Differential Games in Economic Models[M]. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 1984, 13 - 14.

[8] André De Plama, Victor Ginsburgh, Jacques-François Thisse. On existence of location equilibria in the 3-firm hotelling problem[J]. The Journal of Industrial Economics, 1987, 12(2): 245 - 253.