

基于中介逻辑的近似推理

程天笑, 潘正华, 王 岑

CHENG Tian-xiao, PAN Zheng-hua, WANG Cen

江南大学 理学院, 江苏 无锡 214000

School of Science, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214000, China

E-mail: plastrike@sina.com

CHENG Tian-xiao, PAN Zheng-hua, WANG Cen. Approximate reasoning based on medium logic. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(21): 163-166.

Abstract: The development of knowledge processing requires a new cognition on negative knowledge. Based on an interpretation of infinite valued for medium logic, the paper studies the approximate reasoning of medium logic. It analyses the negative relation between fuzzy knowledge, which is described by medium logic and its interpretation of infinite valued for medium logic. The paper provides a new arithmetic which expands the CRI arithmetic. The semantic match degree and its formula which include semantic similarity and semantic distance are put forward. Further, the paper proposes an approximate reasoning approach based on the measures of the semantic match degree.

Key words: medium logic; approximate reasoning; Compositional Rule of Inference(CRI); the semantic match degree 3

摘 要: 知识处理的发展对“否定知识”的认识提出了新的要求。中介逻辑是一个完全形式化的系统,其完整地反映了矛盾和对立等否定关系以及推理关系。文章针对模糊知识,在中介逻辑无穷值语义模型的基础上,研究了基于中介逻辑的近似推理问题。文章分析了模糊知识中的否定关系,并以中介逻辑及其无穷值语义模型给予其语形与语义描述。然后,扩展了近似推理的 CRI 算法。同时,给出了语义匹配度的度量,包括语义距离和相似度,进而提出了基于语义匹配度度量的近似推理方法。

关键词: 中介逻辑; 近似推理; 推理合成规则近似推理方法(CRI); 语义匹配

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.21.048 文章编号: 1002-8331(2009)21-0163-04 文献标识码: A 中图分类号: O159

1 引言

对于“否定知识”的语义描述和处理,经典二值逻辑和模糊逻辑都坚持一种否定 $\neg p$ 和 $\neg \neg p = p$ 。知识表示和处理技术的发展对“否定知识”的认识提出了新的要求。自 1991 年, G·Wagner 等提出在知识推理、自然语言、逻辑程序设计、语义网、命令式程序语言、数据库查询语言、模型语言、产生式规则系统等领域中区分强否定(explicit falsity)和弱否定(non-truth)^[1-4]。2005 年, K·Kaneiwa 在描述逻辑中主张区分经典否定和强否定,从而提出一个带有经典否定和强否定的描述逻辑扩展系统 ALC^[5]。2006 年, S·Ferré 提出在 LCA(logical concept analysis)中区分否定、对立以及可能性^[6];潘正华研究了清晰性知识和模糊性知识中存在的五种矛盾否定关系与对立否定关系 CDC、CFC、ODC、OFC、MFC 及其逻辑描述,更加细腻地刻画了“否定知识”的本质^[7]。对目前“否定知识”的各种认识作以下归纳比较(表 1)。

中介逻辑 ML(Medium Logic)是一种形式化逻辑理论^[8-10]。ML 不仅区分了清晰知识与模糊知识,也区分了知识的对立否定关系与矛盾否定关系。2003 年,潘正华建立了 ML 的无穷值语义模型^[9]。文章针对模糊知识,在无穷值语义模型的基础上,

表 1 目前“否定知识”的各种认识

	p 的否定 1	p 的否定 2	p 的否定 3
经典逻辑	$\neg p$		
模糊逻辑	$\neg p$		
G·Wagner	$\neg p$ (弱否定)	$\sim p$ (强否定)	
S·Ferré	$\neg p$ (外延否定)	mal- p (内涵否定)	
K·Kaneiwa	$\neg p$ (经典否定)	$\sim p$ (强否定)	
潘正华	$\neg p$ (矛盾否定)	$\wp p$ (对立否定)	$\sim p$ (中介否定)

研究了基于中介逻辑的近似推理问题。首先分析了模糊知识中的否定关系,并以中介逻辑及其无穷值语义模型给予其语形与语义描述。然后,扩展了近似推理的 CRI 算法,给出了基于中介逻辑的 CRI 算法。同时,给出了语义匹配度的度量,包括语义距离和相似度,在此基础之上,提出了基于语义匹配度度量的近似推理方法。

2 模糊知识中的否定概念及其逻辑描述

2.1 模糊知识中的否定关系

概念是构成知识的最基本成份。形式逻辑将概念的不相容关系区分为矛盾关系和对立关系。例如,“美丽”和“丑陋”一对

基金项目:国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60575038)。

作者简介:程天笑(1984-),男,研究生,主要研究领域为:非经典逻辑及其应用。

收稿日期:2009-05-04 修回日期:2009-06-09

相互对立的概念;“美丽”和“非美丽”是一对相互矛盾的概念。“非美丽”并不意味着“丑陋”,因为总有长相普通的人存在。因此,认为模糊概念中存在如下的三种否定关系:

(1)模糊概念之间的矛盾否定关系 CFC(Contradictory negative relation in Fuzzy Concepts),例如,“快速”与“非快速”,“青年人”与“非青年人”等。

(2)模糊概念之间的对立否定关系 OFC(Opposite negative relation in Fuzzy Concepts),例如,“快速”与“缓慢”,“青年人”与“老年人”等。

(3)模糊概念之间的中介否定关系 MFC(Medium negative relation in Fuzzy Concepts)。

在现实世界中,许多相互对立的概念之间存在具有“中介”特征的概念,它部分地具有对立双方的性质,呈现出“过渡”状态,称之为中介概念。中介概念有模糊与清晰之分。例如,0是正数和负数的中介概念,而0、正数和负数都是清晰概念;黎明是白昼和黑夜的中介,而黎明、白昼和黑夜都是模糊概念。在进行了大量的对立模糊概念的实例研究后,发现了如下的规律:如果一对相互对立的概念为模糊概念,则这对概念之间必然存在模糊的中介概念;如果一对相互对立的概念之间存在模糊的中介概念,则这对概念一定是模糊概念。换言之,相互对立的概念之间存在模糊的中介概念,当且仅当相互对立的概念为模糊概念。模糊的中介概念的存在,说明了模糊概念之间的中介否定关系 MFC。例如,在模糊的对立概念“青年人”与“老年人”之间,存在模糊的中介概念“中年人”。

因此,认为在模糊概念之间存在三种否定关系,即模糊概念的否定有三种,既矛盾否定、对立否定和中介否定。

2.2 一种逻辑描述

1985年,朱梧檠和肖奚安教授创立了中介逻辑系统 ML(Medium Logic)。中介谓词逻辑演算系统 MF 是 ML 的一个子系统。本文沿用中介逻辑系统的形式符号。

在 MF 中,给定一个谓词 p ,若对于任一对象 x ,或者 x 完全满足 p ,或者 x 完全不满足 p ,则称 p 是清晰谓词,记为 $dis p$ 。若给定任一对象 x , x 部分地具有 p 的性质,部分地不具有 p 的性质,则称 p 是模糊谓词,记为 $fuz p$ 。形式符号“ \neg ”称为对立否定词,解释为“对立”,谓词 p 的对立否定就记为 $\neg p$ 。因此, p 和 $\neg p$ 表示一对反对概念。形式符号“ \sim ”称为模糊否定词,解释为“部分地”, $\sim p(x)$ 就表示对象 x 部分具有性质 p 。形式符号“ \neg ”定义为: $\neg p = p \rightarrow \sim p$,解释为“非”。因此, p 和 $\neg p$ 就表示一对矛盾概念。若 x 满足 $\sim p(x) \wedge \neg \neg p(x)$,即 x 部分地满足谓词 p ,又同时部分地满足谓词 $\neg p$,则 x 为 p 和 $\neg p$ 的中介对象。

无论是经典二值逻辑,还是模糊逻辑,在论域的适当限制下,首先否定了中介对象的存在,进而使在所给论域中,矛盾否定和对立否定被视作同一,即“ $\neg p(x) = \neg \neg p(x)$ ”,例如,非美即丑,非善即恶等。

2.3 一种语义描述

2003年,潘正华建立了中介逻辑的无穷值语义模型。对于任意的一元谓词 F ,无穷值语义模型利用参数 λ 给出了对真值域 $[0, 1]$ 的一个划分,将 $[0, 1]$ 划分成三个互不相交的子区间(图1和图2),确定了 $T_\lambda(F(x)) \in [0, 1]$ 以及 $T_\lambda(F(x))$ 、 $T_\lambda(\neg F(x))$ 和 $T_\lambda(\sim F(x))$ 三者之间的关系。

定义1 中介谓词逻辑 MF 中合式公式 F 的一个 λ -赋值 $T_\lambda, \lambda \in (0, 1)$,由个体域 X 和 A 中每一常量符号、函数符号、谓

词符号以下列规则给出的指派组成:

- (1)对每个常量符号,指定 X 中一个对象与之对应;
- (2)对每个 n 元函数符号,指定 X^n 到 X 的一个映射与之对应;
- (3)对每个 n 元谓词符号,指定 X^n 到 $[0, 1]$ 的一个映射与之对应;并且

- A.若 F 是原子公式, $T_\lambda(F)$ 只取 $[0, 1]$ 中的一个值;
- B. $T_\lambda(F) + T_\lambda(\neg F) = 1$
- C. $T_\lambda(\sim F) =$

$$\begin{cases} \frac{2\lambda-1}{1-\lambda} [T_\lambda(F)-\lambda]+1-\lambda & \text{当 } \lambda \in [\frac{1}{2}, 1) \text{ 和 } T_\lambda(F) \in (\lambda, 1] \\ \frac{2\lambda-1}{1-\lambda} T_\lambda(F)+1-\lambda & \text{当 } \lambda \in [\frac{1}{2}, 1) \text{ 和 } T_\lambda(F) \in (\lambda, 1] \\ \frac{1-2\lambda}{\lambda} T_\lambda(F)+\lambda & \text{当 } \lambda \in (0, \frac{1}{2}] \text{ 和 } T_\lambda(F) \in [0, \lambda) \\ \frac{1-2\lambda}{\lambda} [T_\lambda(F)-(1-\lambda)]+\lambda & \text{当 } \lambda \in (0, \frac{1}{2}] \text{ 和 } T_\lambda(F) \in (1-\lambda, 1] \\ \frac{1}{2} & \text{当 } T_\lambda(F) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

- (4) $T_\lambda(F \rightarrow H) = \text{Max}\{1 - T_\lambda(F), T_\lambda(H)\}$
- (5) $T_\lambda(F \vee H) = \text{Max}\{T_\lambda(F), T_\lambda(H)\}$
- (6) $T_\lambda(F \wedge H) = \text{Min}\{T_\lambda(F), T_\lambda(H)\}$
- (7) $T_\lambda(\forall x F(x)) = \text{Min}\{T_\lambda(F(x)) | x \in X\}; T_\lambda(\exists x F(x)) = \text{Max}\{T_\lambda(F(x)) | x \in X\}$

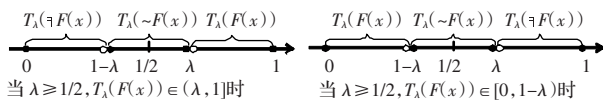


图1 情形1: $T_\lambda(F(x))$ 、 $T_\lambda(\neg F(x))$ 和 $T_\lambda(\sim F(x))$ 的关系

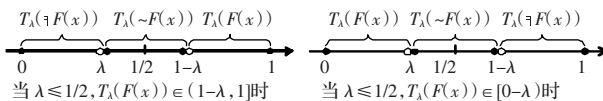


图2 情形2: $T_\lambda(F(x))$ 、 $T_\lambda(\neg F(x))$ 和 $T_\lambda(\sim F(x))$ 的关系

至此,已经给出了模糊知识之间的否定关系及其逻辑描述。下面,将在这些工作的基础之上,给出近似推理的方法,包括:合成推理算法、基于语义匹配度的近似推理方法和数值方法的近似推理。

3 扩展的CRI近似推理

假设 A 是前提论域 X 中的模糊命题, B 是结论论域 Y 中的模糊命题。推理规则 $A \rightarrow B$ 意味着,已知前提 A ,确定 B 。常见的推理包括顺序推理和逆序推理。顺序推理可被表达为:已知 $A \rightarrow B$ (蕴涵) 且给定 A^* (前提), 推得 $B^* = A^* \circ (A \rightarrow B)$ (近似结论); 逆序推理可被表达为:已知 $A \rightarrow B$ (蕴涵) 且给定 B^* (前提), 推得 $A^* = B^* \circ (A \rightarrow B)$ (近似结论)。

Zadeh 将经典蕴涵关系推广为模糊蕴涵关系,即 $A \rightarrow B$ 是 X 到 Y 的模糊映射;然后,运用模糊关系的合成运算,提出了推理合成规则近似推理方法(Compositional Rule of Inference),简称为CRI算法。根据MF的推理规则和 λ -赋值 T_λ 扩展了模糊关系 R 。将模糊命题表示为如下的结构:

$$\frac{\langle T_{\lambda_i}(A(x)), \lambda_i \rangle}{x}$$

其中, $x \in X, \lambda_i$ 是 λ -赋值中参数。根据ML的推理规则,有 $A \rightarrow B = \neg A \vee B$ 。

Zadeh 的模糊关系 R_Z 被扩展为:

$$R_Z = A \rightarrow B = (A \times B) \cup (\exists A \times Y) = \int_{x \times Y} \frac{\langle T_{\lambda_{R_Z}}(R_Z(x, y)), \lambda_{R_Z} \rangle}{(x, y)}$$

其中,

$$T_{\lambda_{R_Z}}(R_Z(x, y)) = (T_{\lambda_A}(A(x)) \wedge T_{\lambda_B}(B(y)) \vee (1 - T_{\lambda_A}(A(x)))) \\ \lambda_{R_Z} = (\lambda_A \wedge \lambda_B) \vee (1 - \lambda_A)$$

于是,已知模糊蕴涵关系 $R_Z = A \rightarrow B$ 和前提 A^* ,其顺序推理的合成运算为 $B^* = A^* \circ R_Z$ 。其中, B^* 的真值和参数分别为:

$$T_{\lambda_{B^*}}(B^*(y)) = T_{\lambda_{A^*}}(A^*(x)) \circ T_{\lambda_{R_Z}}(R_Z(x, y)) = \bigvee_{x \in X} \{T_{\lambda_{A^*}}(A^*(x)) \wedge \\ [(T_{\lambda_A}(A(x)) \wedge T_{\lambda_B}(B(y)) \vee (1 - T_{\lambda_A}(A(x))))]\} \\ \lambda_{B^*} = \bigvee_{x \in X} \{\lambda_{A^*} \wedge [(\lambda_A \wedge \lambda_B) \vee (1 - \lambda_A)]\}$$

于是,已知模糊蕴涵关系 $R_Z = A \rightarrow B$ 和前提 B^* ,其逆序推理的合成运算为 $A^* = R_Z \circ B^*$ 。其中, A^* 的真值和参数分别为:

$$T_{\lambda_{A^*}}(A^*(x)) = T_{\lambda_{R_Z}}(R_Z(x, y)) \circ T_{\lambda_{B^*}}(B^*(y)) = \bigvee_{y \in Y} \{[T_{\lambda_A}(A(x)) \wedge \\ (T_{\lambda_B}(B(y)) \vee (1 - T_{\lambda_A}(A(x))))] \wedge T_{\lambda_{B^*}}(B^*(y))\} \\ \lambda_{A^*} = \bigvee_{y \in Y} \{[(\lambda_A \wedge \lambda_B) \vee (1 - \lambda_A)] \wedge \lambda_{B^*}\}$$

Lukasiewicz 的模糊关系 R_{Lu} 被扩展为:

$$R_{Lu} = A \rightarrow B = (\exists A \times Y) \oplus (X \times B) = \int_{x \times Y} \frac{\langle T_{\lambda_{R_{Lu}}}(R_{Lu}(x, y)), \lambda_{R_{Lu}} \rangle}{(x, y)}$$

其中,

$$T_{\lambda_{R_{Lu}}}(R_{Lu}(x, y)) = (1 - T_{\lambda_A}(A(x)) + T_{\lambda_B}(B(y))) \wedge 1 \\ \lambda_{R_{Lu}} = (1 - \lambda_A + \lambda_B) \wedge 1$$

于是,已知模糊蕴涵关系 $R_{Lu} = A \rightarrow B$ 和前提 B^* ,其顺序推理的合成运算为 $B^* = A^* \circ R_{Lu}$ 。其中, B^* 的真值和参数分别为:

$$T_{\lambda_{B^*}}(B^*(y)) = T_{\lambda_{A^*}}(A^*(x)) \circ T_{\lambda_{R_{Lu}}}(R_{Lu}(x, y)) = \\ \bigvee_{x \in X} \{T_{\lambda_{A^*}}(A^*(x)) \wedge [(1 - T_{\lambda_A}(A(x)) + T_{\lambda_B}(B(y))) \wedge 1]\} \\ \lambda_{B^*} = \bigvee_{x \in X} \{\lambda_{A^*} \wedge [(1 - \lambda_A + \lambda_B) \wedge 1]\}$$

于是,已知模糊蕴涵关系 $R_{Lu} = A \rightarrow B$ 和前提 B^* ,其逆序推理的合成运算为 $A^* = R_{Lu} \circ B^*$ 。其中, A^* 的真值和参数分别为:

$$T_{\lambda_{A^*}}(A^*(x)) = T_{\lambda_{R_{Lu}}}(R_{Lu}(x, y)) \circ T_{\lambda_{B^*}}(B^*(y)) = \\ \bigvee_{y \in Y} \{[(1 - T_{\lambda_A}(A(x)) + T_{\lambda_B}(B(y))) \wedge 1] \wedge T_{\lambda_{B^*}}(B^*(y))\} \\ \lambda_{A^*} = \bigvee_{y \in Y} \{[(1 - \lambda_A + \lambda_B) \wedge 1] \wedge \lambda_{B^*}\}$$

Mamdani 的模糊关系 R_M 被扩展为:

$$R_M = A \rightarrow B = A \times B = \int_{x \times Y} \frac{\langle T_{\lambda_{R_M}}(R_M(x, y)), \lambda_{R_M} \rangle}{(x, y)}$$

其中,

$$T_{\lambda_{R_M}}(R_M(x, y)) = T_{\lambda_A}(A(x)) \wedge T_{\lambda_B}(B(y)) \\ \lambda_{R_M} = \lambda_A \wedge \lambda_B$$

于是,已知模糊蕴涵关系 $R_M = A \rightarrow B$ 和前提 B^* ,其顺序推理的合成运算为 $B^* = A^* \circ R_M$ 。其中, B^* 的真值和参数分别为:

$$T_{\lambda_{B^*}}(B^*(y)) = T_{\lambda_{A^*}}(A^*(x)) \circ T_{\lambda_{R_M}}(R_M(x, y)) = \\ \bigvee_{x \in X} \{T_{\lambda_{A^*}}(A^*(x)) \wedge [T_{\lambda_A}(A(x)) \wedge T_{\lambda_B}(B(y))]\} \\ \lambda_{B^*} = \bigvee_{x \in X} \{\lambda_{A^*} \wedge [\lambda_A \wedge \lambda_B]\}$$

于是,已知模糊蕴涵关系 $R_{Lu} = A \rightarrow B$ 和前提 B^* ,其逆序推理的合成运算为 $A^* = R_M \circ B^*$ 。其中, A^* 的真值和参数分别为:

$$T_{\lambda_{A^*}}(A^*(x)) = T_{\lambda_{R_M}}(R_M(x, y)) \circ T_{\lambda_{B^*}}(B^*(y)) = \\ \bigvee_{y \in Y} \{[T_{\lambda_A}(A(x)) \wedge T_{\lambda_B}(B(y))] \wedge T_{\lambda_{B^*}}(B^*(y))\} \\ \lambda_{A^*} = \bigvee_{y \in Y} \{[\lambda_A \wedge \lambda_B] \wedge \lambda_{B^*}\}$$

例 1 设 $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$, $A, A^* \in X, B \in Y$, 且

$$A = \frac{\langle 1, 0.4 \rangle}{x_1} + \frac{\langle 0.3, 0.4 \rangle}{x_2} + \frac{\langle 0, 0.4 \rangle}{x_3} \\ B = \frac{\langle 0, 0.45 \rangle}{y_1} + \frac{\langle 0.3, 0.45 \rangle}{y_2} + \frac{\langle 1, 0.45 \rangle}{y_3} \\ A^* = \frac{\langle 1, 0.42 \rangle}{x_1} + \frac{\langle 0.3, 0.42 \rangle}{x_2} + \frac{\langle 0.2, 0.42 \rangle}{x_3}$$

用扩展的 CRI 算法求 B^* , 其中,模糊关系取 R_Z 。于是,

$$R_Z = \frac{\langle 0, 0.6 \rangle}{(x_1, y_1)} + \frac{\langle 0.3, 0.6 \rangle}{(x_1, y_2)} + \frac{\langle 1, 0.6 \rangle}{(x_1, y_3)} + \frac{\langle 0.7, 0.6 \rangle}{(x_2, y_1)} \\ + \frac{\langle 0.7, 0.6 \rangle}{(x_2, y_2)} + \frac{\langle 0.7, 0.6 \rangle}{(x_2, y_3)} + \frac{\langle 1, 0.6 \rangle}{(x_3, y_1)} + \frac{\langle 1, 0.6 \rangle}{(x_3, y_2)} + \frac{\langle 1, 0.6 \rangle}{(x_3, y_3)} \\ \text{则 } B^* = A^* \circ R_Z = \frac{\langle 0.3, 0.42 \rangle}{y_1} + \frac{\langle 0.3, 0.42 \rangle}{y_2} + \frac{\langle 1, 0.42 \rangle}{y_3}$$

观察结果可以发现,对于 B^* 的 λ -赋值的参数 λ 为 0.42, $B^*(y_1)$ 的真值为 0.3, $B^*(y_2)$ 的真值为 0.3, $B^*(y_3)$ 的真值为 1。利用 λ -赋值,进而可以得到 $\neg B^*(y_1) = 0.7, \sim B^*(y_1) = 0.8, \neg B^*(y_1) = 0.8$ 。类似地, $B^*(y_2)$ 和 $B^*(y_3)$ 的可被推出。

4 基于语义匹配度的近似推理

在近似推理中,现实证据 A^* 与规则的前提条件 A 并不能保持完全一致。那么,在选择推理规则时,必须考虑前提条件与现实证据的语义匹配问题。语义距离与相似性测度反映了概念之间的关系密切的程度,即语义匹配的程度。文章扩展了 Zadeh 语义距离和相似性测度的定义和计算模型,在计算语义距离和相似性测度时,考虑了 λ -赋值中的真值程度 T_{λ} 与参数 λ 两个因素的合成。

设 A 和 B 是两个模糊概念,并记概念 A 和 B 之间的语义距离为 $d(A, B)$ 。下面扩展了几种 Zadeh 的语义距离计算公式,包括:Chebyshev 距离、Hamming 距离、Minkowski 距离和 Euclid 距离。

(1) Chebyshev 距离

若 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是离散论域,则

$$d_C(A, B) = \max_{1 \leq i \leq n} [|T_{\lambda_A}(x_i) - T_{\lambda_B}(x_i)| + |\lambda_A - \lambda_B|]$$

(2) Hamming 距离

若 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是离散论域,则

$$d_H(A, B) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [|T_{\lambda_A}(x_i) - T_{\lambda_B}(x_i)| + |\lambda_A - \lambda_B|]$$

若 $X = [a, b]$ 为连续论域,则

$$d_H(A, B) = \frac{1}{2(b-a)} \int_a^b [|T_{\lambda_A}(x) - T_{\lambda_B}(x)| + |\lambda_A - \lambda_B|] dx$$

(3) Minkowski 距离

若 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是离散论域,则

$$d_M(A, B) = \left\{ \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [|T_{\lambda_A}(x_i) - T_{\lambda_B}(x_i)|^q + |\lambda_A - \lambda_B|^q] \right\}^{\frac{1}{q}}$$

若 $X = [a, b]$ 为连续论域,则

$$d_M(A, B) = \left\{ \frac{1}{2(b-a)} \int_a^b [|T_{\lambda_A}(x) - T_{\lambda_B}(x)|^q + |\lambda_A - \lambda_B|^q] dx \right\}^{\frac{1}{q}}$$

(4) Euclid 距离

若 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是离散论域, 则

$$d_E(A, B) = \left\{ \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [|T_{\lambda_A}(x_i) - T_{\lambda_B}(x_i)|^2 + |\lambda_A - \lambda_B|^2] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

若 $X = [a, b]$ 为连续论域, 则

$$d_E(A, B) = \frac{1}{\sqrt{2(b-a)}} \left\{ \int_a^b [|T_{\lambda_A}(x) - T_{\lambda_B}(x)|^2 + |\lambda_A - \lambda_B|^2] dx \right\}^{\frac{1}{2}}$$

同样, 扩展了 Zadeh 的相似度计算公式, 包括: 最大最小法、算术平均法和几何平均法。记为 $r(A, B)$ 。

(1) 最大最小法

$$r(A, B) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \min(T_{\lambda_A}(A(x_i)), T_{\lambda_B}(B(x_i)))}{\sum_{i=1}^n \max(T_{\lambda_A}(A(x_i)), T_{\lambda_B}(B(x_i)))} + \frac{\min(\lambda_A, \lambda_B)}{\max(\lambda_A, \lambda_B)} \right\}$$

(2) 算术平均法

$$r(A, B) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \min(T_{\lambda_A}(x_i), T_{\lambda_B}(x_i))}{\sum_{i=1}^n T_{\lambda_A}(x_i), T_{\lambda_B}(x_i)} + \frac{\min(\lambda_A, \lambda_B)}{\lambda_A + \lambda_B} \right\}$$

(3) 几何平均法

$$r(A, B) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \min(T_{\lambda_A}(x_i), T_{\lambda_B}(x_i))}{\sum_{i=1}^n \sqrt{T_{\lambda_A}(x_i) \times T_{\lambda_B}(x_i)}} + \frac{\min(\lambda_A, \lambda_B)}{\sqrt{\lambda_A \times \lambda_B}} \right\}$$

基于语义匹配度的近似推理是近似推理中的一种重要方法。首先, 度量前提条件 A 与现实证据 A^* 的语义匹配度, 并利用模式匹配选择匹配的推理规则; 然后, 基于语义匹配度构建语义修正函数。以推理规则 $A \rightarrow B$ 为例说明推理的具体步骤。

(1) 计算现实证据 A^* 与前提条件 A 的语义匹配度。

用语义距离或相似度作为度量语义匹配度的测度。语义距离越小, 说明 A 与 A^* 越匹配。相似度是度量语义匹配程度的另一个测度。与语义距离相反, 相似度越大, 说明两个概念越匹配。统一记语义匹配度为 δ_{match} 。

(2) 选取匹配的规则

规则库中的每一条规则都被赋予一个阈值 π 。如果以语义距离为语义匹配度测度, 则当 $\delta_{match} \leq \pi$ 时, 该规则被激活。如果以相似度作为语义匹配度测度, 则当 $\delta_{match} \geq \pi$ 时, 该规则被激活。对于一个证据 A^* , 可能激活多条规则。

(3) 构建语义修正函数

语义修正函数形为 $M(\delta_{match}): [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, 并利用语义修正函数来求得后件 B^* 的真值和 λ -赋值的参数。其中,

$$T_{\lambda_B}(B^*(x)) = M(\delta_{match}) T_{\lambda_B}(B(x)) \quad \lambda_{B^*} = M(\delta_{match}) \lambda_B$$

若只激活一条规则, 则已经求出结论 B^* 。若激活了多条规则, 则需要全面考虑被激活的每条规则所推出的结论, 对结论的组合进行综合评判。

5 结论

研究了基于中介逻辑无穷值语义模型的近似推理问题。扩展了经典的 CRI 算法, 扩展了 Zadeh、Lukasiewicz 和 Mamdani 的模糊关系算子。另一方面, 给出了语义匹配度的度量的计算模型, 包括了语义距离和相似度。距离测度包括了 Chebyshev 距离、Hamming 距离、Minkowski 距离和 Euclid 距离; 而相似度测度包括了最大最小法、算术平均法和几何平均法。这两个测度综合考虑了中介逻辑无穷值语义模型的真值度与参数 λ 。考虑了证据与推理规则前件的语义匹配问题, 给出了基于语义匹配的近似推理方法的框架。

参考文献:

- [1] Wagner G.A database needs two kinds of negation[J].Thalheim B, Gerhardt H D.Proc of the 3rd Symp on Mathematical Fundamentals of Database and Knowledge Base Systems, volume 495 of Lecture Notes in Computer Science.Germany:Springer-Verlag, 1991:357-371.
- [2] Wagner G.Vivid logic:Knowledge-based reasoning with two kinds of negation[M]//Lecture Notes in Computer Science.Germany:Springer, 1994.
- [3] Wagner G.Web rules need two kinds of negation[C]//LNCS 2901: Proc of the 1st International Workshop on PPSW'03(Principles and Practice of Semantic Web Reasoning).Germany:Springer-Verlag, 2003.
- [4] Analyti A, Antoniou G, Damasio C V, et al.Negation and negative information in the W3C resource description framework[J].Annals of Mathematics, Computing & Teleinformatics (AMCT), 2004, 1(2): 25-34.
- [5] Kaneiwa K.Negations in description logic-contraries, contradictories, and subcontraries[J].Dau F, Mugnier M L, Stumme G.Contributions to ICCS, 2005:66-79.
- [6] Ferré S.Negation, opposition, and possibility in logical concept analysis[C]//LNAI 3874: ICFCA2006.Germany:Springer, 2006: 130-145.
- [7] Pan Zhenghua.Five kinds of contradictory relations and opposite relations in inconsistent knowledge[C]//Proceedings of IEEE-Fourth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD'07), 2007.
- [8] Pan Zhenghua.A finite and infinite-valued model of the medium propositional logic[C]//Proc of the Second Asian Workshop on Foundations of Software, 2003:103-108.
- [9] Pan Zhenghua.Five kinds of contradictory relations and opposite relations in inconsistent knowledge[C]//Proceedings of IEEE-Fourth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD'07), 2007, 4:761-764.
- [10] 朱梧楦, 肖奚安.数学基础概论[M].南京:南京大学出版社, 1996: 186-577.
- [11] Atanassov K.Intuitionistic fuzzy sets[J].Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1):87-96.
- [12] Atanassov K.More on intuitionistic fuzzy sets[J].Fuzzy Sets and Systems, 1989, 33(1):37-46.
- [13] 徐泽水.直觉模糊信息集成理论及应用[M].北京:科学出版社, 2008.