

基于高维映射 Fisher 判别分析的图像分割

谢明霞^{1,2}, 郭建忠¹, 陈科¹

(1. 解放军信息工程大学测绘学院, 郑州 450052; 2. 75719 部队, 武汉 430074)

摘要: 为提高 Fisher 判别分析的质量, 对图像中各像素本身的灰度值及其邻域平均灰度值特征进行两步聚类分析, 根据聚类结果选取 Fisher 判别分析所需的训练样本, 同时为了尽可能降低判别分析过程中有用信息的损失, 将所得到的原训练样本集进行非线性变换, 使其映射到高维空间中, 利用映射后的训练样本求得 Fisher 判别规则。实验结果表明, 与基于原训练样本的 Fisher 判别分析和基于寻找更多样本特征的 Fisher 判别分析方法生成结果相比, 该方法能够获得更好的图像分割精度。

关键词: Fisher 判别分析; 图像分割; 非线性变换; 两步聚类

Image Segmentation Based on High Dimensional Mapping Fisher Discriminant Analysis

XIE Ming-xia^{1,2}, GUO Jian-zhong¹, CHEN Ke¹

(1. Institute of Surveying and Mapping, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450052; 2. 75719 Troop, Wuhan 430074)

【Abstract】 In order to promote the quality of Fisher discriminant analysis, this paper uses the two-step clustering to choose training samples and meanwhile expands the dimension of training samples through nonlinear transform in order to decrease the loss of useful information hidden in the samples during the process of Fisher discriminant analysis. The rule of discriminating is gained according to the expanded training samples to classify the unlabelled pattern in images. Experimental results show the image segmentation approach based on decision rules of the paper has a higher precision comparing to Fisher discriminant analysis based on initial training samples in low dimension and seeking much more sample features. It has better image segmentation precise.

【Key words】 Fisher discriminant analysis; image segmentation; nonlinear transform; two-step clustering

1 概述

图像分割是图像处理的基本问题, 其目的是将图像划分为有意义的区域, 从复杂的背景中提取出目标对象, 为后续的图像识别提供前提。而阈值分割法由于其简单可靠的优点, 在图像分割中又占着主要地位, 国内外学者针对这一课题进行了深入研究, 提出很多阈值选取方法。但这些方法在不同程度上存在着运算量大、易于陷入局部最优解等问题^[1-2]。判别分析的实质是对集合空间作剖分。因此, 判别分析可以转化为选择一个合适的剖分面对原集合进行划分。Fisher 判别分析的好坏关键在于训练样本集选取的精度和在降维过程中样本特征信息的损失程度。在图像分割中, 常用的样本特征包括像素本身灰度值特征及其邻域平均灰度值, 基于这 2 个特征, 利用 Fisher 判别分析方法对图像进行分割^[2], 普遍存在欠分割问题。因此, 许多学者提出对图像本身的结构特征(纹理特征)等进行提取, 这无疑更进一步增加了图像分割的难度。

本文从图像分割训练样本集选取的精度以及样本特征信息保留程度 2 个方面进行考虑, 提出对 Fisher 判别分析应用于图像分割中的改进方法。

2 Fisher 判别分析方法

Fisher 判别分析的本质是对优化问题的求解过程, 即用 p 维向量 $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$ 的少数几个线性组合(称为判别式或典型变量) $y_1 = a_1^T x, y_2 = a_2^T x, \dots, y_r = a_r^T x$ (一般 r 明显小于 p) 来代替原始的 p 个变量 x_1, x_2, \dots, x_p , 以达到降维的目的,

且在新的投影空间 $y = a^T x$ 中, 使得所划分的各类类间距最大, 类内距最小, 最后根据这 r 个判别式 y_1, y_2, \dots, y_r 对样品的归属作出判别^[3-5]。设来自某类的 p 维观测值为 $x_{ij}, j = 1, 2, \dots, n_i, i = 1, 2, \dots, k$, 将类间距最大、类内距最小的双目标问题转化为单目标优化问题, 即使得下式:

$$\Delta(a) = \frac{SSTR}{SSE} = \frac{a^T B a}{a^T E a} \quad (1)$$

达到最大。其中, $SSTR$ 为 y_{ij} 的组间平方和; SSE 为 y_{ij} 的组内平方和, 即

$$\begin{aligned} SSTR &= \sum_{i=1}^k n_i (\bar{y}_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^k n_i (a^T \bar{x}_i - a^T \bar{x})^2 = a^T B a \\ SSE &= \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (a^T x_{ij} - a^T \bar{x}_i)^2 = a^T E a \\ \bar{y}_i &= \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} = a^T \bar{x}_i \\ \bar{y} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i \bar{y}_i = a^T \bar{x} \\ n &= \sum_{i=1}^k n_i, \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}, \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i \bar{x}_i \end{aligned} \quad (2)$$

基金项目: 国家“863”计划基金资助项目(2009AA12Z228); 国家科技支撑计划基金资助项目(2007BAH16B03)

作者简介: 谢明霞(1985-), 女, 助理工程师、硕士研究生, 主研方向: GIS, 数据挖掘; 郭建忠, 教授、博士; 陈科, 硕士研究生

收稿日期: 2009-11-20 **E-mail:** xmx0424@yahoo.cn

其中, $B = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{x}_i - \bar{x})^T$ 为组间平方和及交叉乘积和;

$E = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)(x_{ij} - \bar{x}_i)^T$ 为组内平方和及交叉乘积和。

根据式 $\max_{x \neq 0} \frac{x^T A x}{x^T B x} = \mu_1$ (μ_1 为 $B^{-1}A$ 的最大特征值)

可知, $\Delta(a)$ 的最大值就是 $E^{-1}B$ 的最大特征值。设 $E^{-1}B$ 的全部非零特征值依次为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s > 0$, 相应的特征向量记为 t_1, t_2, \dots, t_s , 则称 $y_1 = t_1^T x$ 为第 1 判别式, $y_2 = t_2^T x$ 为第 2 判别式, 以此类推。当前 r 个判别式 y_1, y_2, \dots, y_r 的累积贡献率为

$$\frac{\sum_{i=1}^r \lambda_i}{\sum_{i=1}^s \lambda_i} \quad (3)$$

在 75%~95% 之间时, 则可采用这 r 个判别式进行判别, 其相应的判别规则为

$$x \in \pi_i, \text{ 若 } \sum_{j=1}^r (y_j - \bar{y}_{ij})^2 = \min_k \sum_{j=1}^r (y_j - \bar{y}_{kj})^2 \quad (4)$$

3 本文方法介绍

图像分割指把图像分成各具特性的区域并提出感兴趣的目标, 它是图像处理到图像分析的关键步骤^[6]。本文利用 Fisher 判别分析方法对图像进行分割, 并对该方法中训练样本的选取以及训练样本特征的变换作了相应研究, 即通过聚类分析获得目标和背景类的训练样本集和测试样本集, 对训练样本集进行 Fisher 判别分类从而获得相应的判别式, 使其分割精度和抗噪能力有了明显的改进, 能更好地应用于图像分割问题研究中。

3.1 训练样本的选取

决定 Fisher 判别分析好坏的一个关键因素是训练样本集选取的好坏。

本文选取图像各像素本身的灰度值特征以及邻域平均灰度值特征(邻域大小选择为 8 邻域空间), 利用两步聚类方法(Two-step cluster 过程是个探索性的分析工具, 为揭示自然的分类或分组而设计, 是数据集内部的而不是外观上的分类, 其具体方法介绍见文献[7])对图像中各像素 $X = (x_1, x_2)^T$ 进行动态聚类。定义图像二维直方图^[7-8]的值 $N(i, j)$ 表示为像素灰度值 $x_1 = i$, 且同时像素邻域平均灰度值 $x_2 = j$ 的像素的个数 ($i, j = 0, 1, \dots, L$), L 为图像灰度级 ($L = 0, 1, \dots, 255$), 三维立体描述如图 1 所示, 将其投影到平面如图 2 所示。

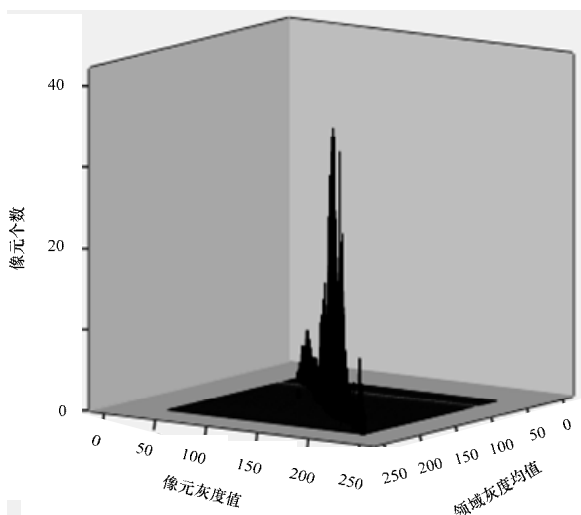


图 1 基于像素灰度值及邻域平均灰度值的 Lena 三维立体图

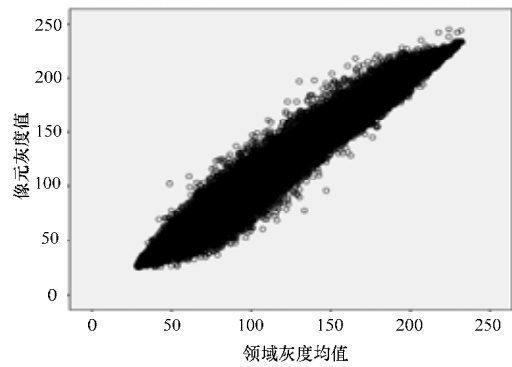


图 2 Lena 二维直方图平面显示

由于图像主要分为目标和背景 2 个部分, 它们的像素灰度值和邻域平均灰度值几乎相等, 因此主要分布在对角线附近, 且聚类现象明显。同理, 图像的边缘和噪声, 它们的像素灰度值和像素邻域平均灰度值相差很大, 所以, 主要分布在非对角线的部分。图像中目标、背景以及边缘及噪声区域在二维直方图中大致分布图如图 3 所示。

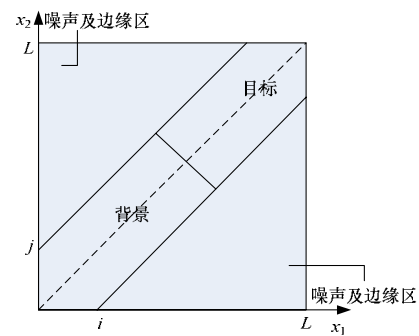


图 3 图像中目标、背景以及边缘及噪声区域分布

对原始灰度图像根据各像元灰度值及其邻域灰度均值进行两步聚类分析, 所获得的聚类结果散点图如图 4 所示。

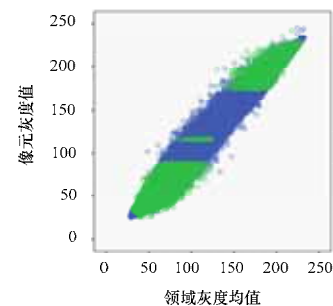


图 4 图像聚类结果散点图

分别选取聚类结果中离对角线两端点最近的像元作为目标像元类和背景像元类, 在其中随机选取数量相等的样本作为低维的目标和背景训练样本集, 其余的作为检验所得的判别规则精确度的测试样本集。

3.2 数据判别分析处理

Fisher 的核心是对原有的高维空间进行降维处理, 实现对多维的各向量在低维空间中的线性判别分析。当需要判别分析的向量维数较高时, 成功地降维将使判别更为方便和有效, 然而, 当所需判别的向量维数不是很多时(所获得的特征不多时), 要成功地运用 Fisher 进行判别分析, 要么从问题的本身出发寻找更多的向量特征, 在寻找过程中, 要考虑向量各特征维之间的相关性问题^[8-10]; 要么从向量本身出发, 将

低维向量空间映射到高维非线性空间，保证了扩展的各特征维之间线性无关性，从而在后续的降维处理过程中尽可能保留原线性空间中的有用信息。本文基于对后一种方法的考虑，将原低维空间通过非线性变化映射到高维非线性空间中^[10]，例如，假设原空间为二维空间 C ，通过以下非线性变化将其映射到 5 维非线性空间 G 中(如图 5 所示)，在高维非线性空间中实现 Fisher 的线性判别分析的目的。

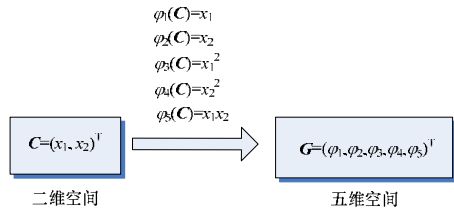


图 5 低维空间到高维空间的非线性映射

3.3 本文方法的具体步骤

本文算法的关键在于训练样本集的获取以及原低维空间的高维映射，其具体流程如下：

Step1 获得原始灰度图像中各像素的灰度值 x_1 及邻域灰度值 x_2 ；

Step2 利用两步聚类方法对灰度图像中各像素 $X=(x_1, x_2)^T$ 进行聚类分析，其中，聚类数 $k=2$ ；

Step3 对聚类结果进行分析获得图像目标类和背景类低维训练样本集；

Step4 将选取的图像低维训练样本集映射到高维样本空间中；

Step5 将映射到高维空间的初始样本集作为最终的训练样本，求得相应的判别规则，对未标识样本集进行判别分析；

Step6 利用聚类分析所得到的测试样本集对所求得的判别规则进行精度检验。

4 实验与分析

为了验证上述方法的正确性和有效性，本文选取大小为 512×512 , 400×600 的 2 幅灰度图像，分别利用基于原低维空间的 Fisher 判别分析，基于寻找更多样本特征的 Fisher 判别分析(即将像素位置信息加入到原像素特征中，样本空间从 $C=(c_1, c_2)^T$ 扩展为 $C=(c_1, c_2, row, col)^T$ ，其中， row, col 分别为像素坐标(行号和列号)，利用本文方法对图像进行分割，如图 6、图 7 所示。



图 6 图像分割结果对比 1(未加噪)

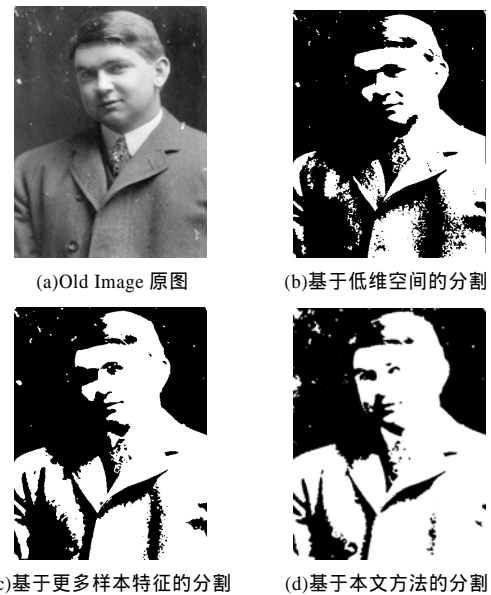


图 7 图像分割结果对比 2(未加噪)

根据聚类分析获得的目标和背景的测试样本集对上述 3 种方法获得的判别规则进行精度检验，结果如表 1 所示。

表 1 各方法获得的判别规则精度检验结果

分割方法	测试样本目标 像元数	测试样本背景 像元数	检验目标 像元数	检验背景 像元数	目标像元 判别错误 率/(%)	背景像元 判别错误 率/(%)
基于低维空间的 Fisher 分割	10 000	10 000	8 593	9 267	85.93	92.67
基于更多样本特征的 Fisher 分割	10 000	10 000	8 759	9 423	87.59	94.23
基于本文方法的 Fisher 分割	10 000	10 000	9 441	9 678	94.41	96.78

对原始灰度图像进行加噪(高斯噪声)处理^[11]，取信噪比 $SNR=15$ ，利用本文方法对其进行分割，与未加噪情况下的生成结果进行对比，如图 8 所示。



图 8 图像分割结果对比

从图 8 可以看出，本文方法在加噪和未加噪情况下，其分割结果的好坏程度没有太大的差别，即本文方法具有稳定的抗噪性能。

(下转第 200 页)