

SUKAMŪJŲ VIRPESIŲ SLOPINIMAS AUTOMOBILIO TRANSMISIJOJE

V. Turla

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

1. Įvadas

Pastaruoju metu iš esmės pasikeitus Lietuvos automobilių parkui, pakito jų patikimumas ir ilgamžiškumas, kartu ir važiavimo automobiliais komfortiškumas. Šios charakteristikos labai priklauso nuo transmisijoje veikiančių dinaminų apkrovų, kurios savo ruožtu yra besisukančių masių sukamųjų virpesių funkcijos. Jas veikia, viena vertus, variklio veleno sukimosi netolygumas, antra vertus, kelio sąlygos. Ypač didelį pavojų kelia priverstinių žadinių dažniai, sutampantys su transmisijos tampriųjų elementų savųjų virpesių dažniais. Iš to kylančios vibracijos persiduoda į automobilio kėbulą, blogai veikia vairuotoją ir keleivius (jaučiamas nuovargis, stresas ir pan.). Todėl sukamųjų virpesių slopinimas rotorinėse sistemose yra aktualus esant bet kokiam technikos lygiui. Šiems klausimams spręsti skirta nemaža darbų [1–3].

2. Tyrimų objektas

Sukamiesiems virpesiams slopinti siūloma vietoj guminės movos naudoti tampriąją išcentrinę žiedinę movą, kurios tamprusis elementas sudarytas iš vieno ar kelių plieninių žiedų, tam tikru būdu pritvirtintų prie pusmovių. Kelioms tokių movų konstrukcijoms buvusioje SSRS išduoti išradimų liudijimai (autoriumi kartu su bendraautoriais). Guminės movos, palyginti su siūlomomis, turi įvairių trūkumų: guma yra jautri agresyviai aplinkai, ji sensta, laikui bėgant keičiasi jos tamprumo charakteristikos ir kt. Tuo tarpu plieninis tamprusis elementas šių trūkumų neturi. Jis ilgamžiškesnis, jo neveikia tepalai, kiti naftos produktai, druskos, konstrukcija daugeliu atvejų paprasta, be to, nesunkiai apskaičiuojamos tokių movų charakteristikos konkrečioms eksploatacijos sąlygoms [4, 5].

3. Tampriosios išcentrinės žiedinės movos dinaminė charakteristikų tyrimas

Tiriamos movos, jungiančios du velenus, dinamines

charakteristikas, naudojamos Lagranžo antrojo tipo lygtys:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_i} - \frac{\partial L}{\partial \varphi_i} = M_i, \quad (1)$$

$L = T - \Pi$ – sistemos kinetinis potencialas; φ_i – apibendrintoji koordinatė; $\dot{\varphi}_i$ – apibendrintosios koordinatės išvestinė pagal laiką; M_i – apibendrintasis nepotencialių jėgų momentas, pridėtas prie atitinkamos koordinatės; t – laikas.

Nagrinėjant dvimase sistemą, sujungtą tampriąja mova, apibendrintomis koordinatėmis tampa masės prieš movą posūkio kampas φ_1 ir masės už movos posūkio kampas φ_2 .

Turint omenyje rotorinės sistemos ašinių simetriškumą, išcentrinės visų masių jėgos savaime atsisveria, ir sistemos potencinė energija sukaupiama tik tampriajame žiede dėl jo deformacijos veikiant išorinėms jėgoms.

Išreiškus sukamąsias apkrovas jėgomis P_τ ir laikant, kad tampriosios deformacijos vyksta pagal Huko dėsnį, o poslinkiai yra maži ir neturi įtakos jėgoms, potencinę sistemos energiją galima pavaizduoti kaip antrosios eilės funkciją nuo veikiančių jėgų, t. y.

$$\Pi = \alpha P_\tau, \quad (2)$$

α – statinis įtakos koeficientas, priklausantis nuo movos konstrukcinių ypatybių.

Kadangi tokioje sistemoje poslinkiai yra veikiančių jėgų tiesinės funkcijos, tai potencinė energija gali būti pavaizduota kaip antrosios eilės funkcija nuo poslinkių. Taikant Kastiljano teoremą, pagal kurią

$$\frac{\partial \Pi}{\partial P_\tau} = \Delta(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (3)$$

kur $\Delta(\varphi_1 - \varphi_2)$ – jėgos P_τ pridėjimo taško poslinkis jos kryptimi, gauname:

$$\Pi = c_k (\varphi_1 - \varphi_2)^2, \quad (4)$$

čia c_k – koeficientas, charakterizuojantis žiedo standumą.

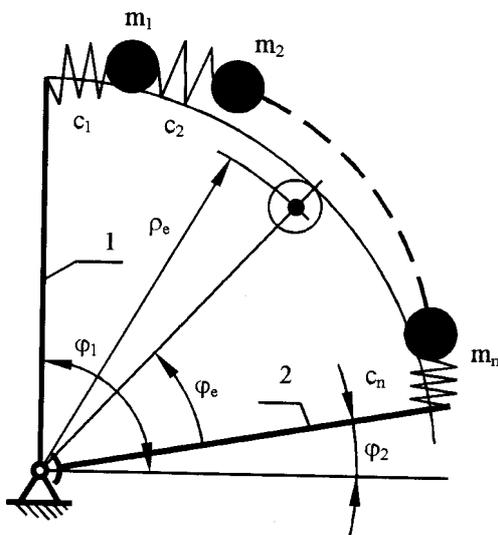
4. Kinetinės energijos koeficientų nustatymas

Besisukančios dvimasės sistemos su tampriąja išcentrine žiedine mova kinetinė energija randama iš išraiškos:

$$T = \frac{1}{2} I_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\varphi}_2^2 + T_o, \quad (5)$$

čia I_1, I_2 – masių prieš movą ir už movos inercijos momentai; T_o – besisukančio deformuoto žiedo kinetinė energija (1 pav.).

Norėdami nustatyti deformuoto besisukančio žiedo kinetinę energiją, panagrinėkime jo schemą pagal 1 pav. Paskirstyta žiedo masė interpretuojama diskretinėmis taškinėmis masėmis m_1, \dots, m_n , tarpusavyje sujungtomis tampa c_1, \dots, c_n . Iš visų diskretinių masių išskirkime vieną ekvivalentinę masę m_e , tam tikru būdu redukuotą visoms masėms ir esančią sistemos viduryje atstumu ρ_e . Turint omenyje, kad, be sukamojo judesio apie sukimosi ašį, ekvivalentinė masė dar turi ir radialinio poslinkio galimybę, dviejų tokių masių, išdėstytų simetriškai sukimosi ašiai, kinetinė energija išreiškiama:



1 pav. Besisukančio deformuoto žiedo interpretacija
Fig 1. Interpretation of the deformed rotating ring

$$T_e = m_e \left[\left(\frac{\partial \varphi_e}{\partial t} \right)^2 \rho_e^2 + \left(\frac{d\rho_e}{dt} \right)^2 \right], \quad (6)$$

čia φ_e ir ρ_e – ekvivalentinės masės polinės koordinatės. Pastebėjus, kad

$$\rho_e = \sqrt{\frac{I_\Psi}{m_e}}, \quad (7)$$

kur I_Ψ – žiedo inercijos momento funkcija nuo apibendrintųjų koordinačių skirtumo $(\varphi_1 - \varphi_2)$, ρ_e irgi yra šių koordinačių skirtumo funkcija. Žinant žiedo masės pasiskirstymo pagal jo ilgį dėsnį, kampinę ekvivalentinės masės koordinatę galima išreikšti taip:

$$\varphi_e = \varphi_1 - f(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (8)$$

Žinant, kad

$$\frac{d\varphi_e}{dt} = \dot{\varphi}_1 - \frac{\partial f}{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)} (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \quad (9)$$

$$\frac{d\rho_e}{dt} = \frac{\partial \rho_e}{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)} (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \quad (10)$$

taip pat, kad $I_\Psi = \frac{2T_e}{\omega^2}$, kur ω – vidutinis visos sistemos sukimosi kampinis greitis, kinetinės energijos išraiška tampa:

$$T_e = m_e \left\{ \left[\dot{\varphi}_1 - \frac{\partial f}{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)} (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \right]^2 \rho_e^2 + \left[\frac{\partial \rho_e}{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)} (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \right]^2 \right\} \quad (11)$$

Iš išraiškos (7), įrašius ekvivalentinės masės koordinatės ρ_e reikšmę į (11) ir gautą išraišką į (5), kinetinės energijos išraiška suvedama į kvadratinį trinarij:

$$T = \frac{1}{2} (A_{11} \dot{\varphi}_1^2 + 2A_{12} \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + A_{22} \dot{\varphi}_2^2) \quad (12)$$

su koeficientais

$$A_{11} = I_1 + 2I_\Psi (1 - f')^2 + \frac{(I_\Psi')^2}{2I_\Psi},$$

$$A_{12} = 2I_\Psi f' (1 - f') + \frac{I_\Psi'}{2I_\Psi},$$

$$A_{22} = I_2 + 2I_{\Psi}(1 - f'^2) + \frac{(I'_{\Psi})^2}{2I_{\Psi}}, \quad (13)$$

$$\text{čia } f' = \frac{d}{d(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Kadangi movose naudojami žiedai yra pastovaus skerspjūvio ploto, tai ekvivalentinės masės kampinė koordinatė lygi:

$$\varphi_e = \varphi_1 - \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (14)$$

tada $f' = 1/2$ ir koeficientai tampa lygūs:

$$A_{11} = I_1 + \frac{1}{2}I_{\Psi} + \frac{1}{2I_{\Psi}} \left[\frac{\partial I_{\Psi}}{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)} \right]^2,$$

$$A_{12} = \frac{1}{2}I_{\Psi} - \frac{1}{2I_{\Psi}} \left[\frac{\partial I_{\Psi}}{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)} \right]^2, \quad (15)$$

$$A_{22} = I_2 + \frac{1}{2}I_{\Psi} + \frac{1}{2I_{\Psi}} \left[\frac{\partial I_{\Psi}}{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)} \right]^2.$$

Pasinaudoję (1) gauname nagrinėjamos sistemos judesio lygtis:

$$\begin{aligned} A_{11}\ddot{\varphi}_1 + A_{12}\ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2}A'_{11}\dot{\varphi}_1^2 - A_{11}\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 - \\ \left(A'_{12} + \frac{1}{2}A'_{22} \right)\dot{\varphi}_2^2 + 2c_k(\varphi_1 - \varphi_2) = M_1, \\ A_{12}\ddot{\varphi}_1 + A_{22}\ddot{\varphi}_2 + \left(A'_{12} + \frac{1}{2}A'_{11} \right)\dot{\varphi}_1^2 + A_{22}\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 - \\ \frac{1}{2}A'_{22}\dot{\varphi}_2^2 - 2c_k(\varphi_1 - \varphi_2) = M_2. \end{aligned} \quad (16)$$

5. Rotorinės sistemos sukamųjų virpesių tyrimas

Bendroju atveju sistemos sukamieji virpesiai aprašomi netiesine diferencialinių lygčių sistema. Jos sprendimas yra gana komplikotas [6]. Todėl panagrinėsime mažus sukamuosius svyravimus esant stacionaraus sukimosi režimui [7].

Apibendrintos koordinatės šiuo atveju lygios:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \alpha_1 + \omega t + \mu_1, \\ \varphi_2 &= \alpha_2 + \omega t + \mu_2, \end{aligned} \quad (17)$$

čia α_1, α_2 – stacionarūs posūkių kampai; ω – kampinis greitis; μ_1, μ_2 – maži kampinių svyravimų kampai.

Turint omenyje, kad kinetinės energijos koeficientai (15) yra apibendrintųjų koordinatėjų skirtumo funkcijos, juos galima išskleisti į Teiloro eilutes:

$$\begin{aligned} A_{ij}(\varphi_1 - \varphi_2) \approx A_{ij}(\alpha_1 - \alpha_2 +) \\ \frac{\partial A_{ij}(\alpha_1 - \alpha_2)(\mu_1 - \mu_2)}{\partial(\alpha_1 - \alpha_2)} \frac{(\mu_1 - \mu_2)}{1!} + \dots \end{aligned} \quad (18)$$

ir μ_1 ir μ_2 atžvilgiu naudoti tik pirmosios eilės narius. Aukštesniųjų eilių narius, žinodami, kad nagrinėjami dydžiai yra maži, atmesime.

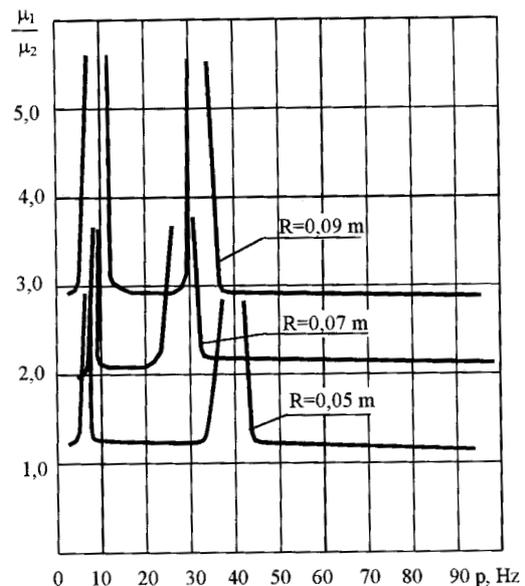
Išraiškas (18) įrašę į judesio lygtis (16) ir ištraukę naują kintamąjį $\tau = \omega t$, gauname diferencialinių lygčių sistemą, aprašančią mažus sukamuosius svyravimus:

$$a_{11}\mu_1'' + a_{12}\mu_2'' - 2\Psi^* \mu_2' - \left(\Psi^{**} - \frac{\Pi^{**}}{\omega^2} \right) (\mu_1 - \mu_2) = 0,$$

$$a_{12}\mu_1'' + a_{22}\mu_2'' + 2\Psi^* \mu_1' + \left(\Psi^{**} - \frac{\Pi^{**}}{\omega^2} \right) (\mu_1 - \mu_2) = 0,$$

čia

$$\begin{aligned} \Psi^* &= \frac{d}{d\tau}, \quad \Psi^{**} = \frac{\partial}{\partial(\alpha_1 - \alpha_2)} \\ \Psi &= \frac{1}{2}A_{11} + A_{12} + \frac{1}{2}A_{22}. \end{aligned} \quad (19)$$



2 pav. Sukamųjų virpesių amplitudžių santykio priklausomybė nuo dažnio

Fig 2. Dependence of the torsional vibration amplitude ratio on frequency

Šios lygčių sistemos sprendiniai, atitinkamai juos apdorojus ir pateikus kaip amplitudžių santykio priklausomybę nuo dažnio, pateikti 2 pav. Iš šių grafikų matyti, kad, didėjant žiedo spinduliui R , movos slopinamosios savybės gerėja. Esant šiems parametrams mova geriausiai gesina 10 Hz ir 30 Hz dažnius.

6. Išvados

1. Teoriškai įrodyta, kad automobilio transmisijoje naudojant tampriąją išcentrinę žiedinę movą gaunami neblogi sukamųjų virpesių slopinimo rezultatai.

2. Didinant tampriojo žiedo išlenkimo spindulį, proporcingai didėja slopinamų virpesių amplitudžių santykis.

3. Sudarytos judesio lygtys leidžia pagal konkrečias sąlygas parinkti movos parametrus taip, kad gautume maksimalų virpesių slopinimo efektą.

Literatūra

1. E. M. Elbeheiry. Suboptimal Bilinear Control Methods Applied to Suppressing Car Vibrations // *Journal of Vibrations and Control*, 2001, 7, p. 279–306.
2. A. Muszynska. Vibrational Diagnostics of Rotating Machinery Malfunctions // *International Journal of Rotating Machinery*. USA, 1995, Vol 1, No 3–4, p. 237–266.
3. S. Xue, J. Tobita, S. Kurita, M. Izumi. Mechanics and Dynamics of Intelligent Passive Vibration Control System // *Journal of Engineering Mechanics*, April 1997, p. 322–330.
4. Б. Спруогис. Устройства для передачи и стабилизации вращательного движения. Вильнюс: Техника, 1997. 476 с.
5. В. М. Зябликов, О. А. Ряховский, В. Ф. Смирнов. Некоторые рекомендации по выбору муфт в силовых приводах машин // *Известия вузов. Москва: Машиностроение*, № 2–3, 1999, с. 42–46.
6. J. Shaw. Active Vibration Isolation by Adaptive and Control, 2001, 7, p. 19–31.
7. R. N. Iyengar, D. Roy. Conditional Linearization in Nonlinear Random Vibration // *Journal of Engineering Mechanics*, March 1996, p. 197–200.

Įteikta 2001 09 05

DAMPING OF TORSIONAL VIBRATIONS IN MOTOCAR TRANSMISSION

V. Turla

S u m m a r y

Damping of torsional vibrations in motocar transmission is an urgent technical problem. The durability of the elements of a car and partly its comfortability depend on the intensity of such vibrations. Elastic rubber coupling is one of dampers used today. But it has several shortcomings – it is sensitive to the influence of an aggressive environment (oil products, temperature etc.), its elastic characteristics changes in time. The author proposes to replace this type of coupling by an elastic centrifugal ring coupling with a steel ring as an elastic element. Such a coupling is insensitive to the environment and does not age.

In this paper the dynamic characteristics of the proposed coupling connecting two masses are discussed. Kinetic potential as difference between the kinetic and potential energy of such a system is explored using the Lagrange second type equations. A method for determining the dependence of the kinetic energy of a rotating deformed elastic ring on its deformation is presented. Equations describing the movement of a two-mass system with an elastic centrifugal coupling were developed. On the basis of these equations a system of equations was deduced describing small torsional mass vibrations around a constant velocity.

The parameters at which the damping characteristics of an elastic centrifugal coupling connecting two masses are most prominent were determined. The results are presented in the diagrams.

VYTAUTAS TURLA

Doctor, Associate Professor and head of Department of Automobile Transport, Vilnius Gediminas Technical University, J. Basanavičiaus g. 28, LT-2009, Vilnius, Lithuania. E-mail: pgkatedra@me.vtu.lt

Doctor of Science (automobile transport), Kaunas Polytechnic Institute (KPI), 1983. First degree in Automobile Transport, Vilnius Civil Engineering Institute (VISI, now VGTU), 1978. Probation: Aachen Higher Technical School (BRD), 1985–1986. Publications: author or co-author of more than 50 scientific publications and 20 inventions. Research interests: dynamics of rotor systems.