

PEREINAMOSIOS KREIVĖS AUTOMOBILIŲ KELIUOSE IR EISMO SAUGA

R. Barkauskas

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

1. Įvadas

Norint užtikrinti saugų eismą, būtina objektyvi, mokliškai pagrįsta kiekvieno kelių eismo įvykio priežasčių analizė. Didelę reikšmę kelių eismo įvykio mechanizmo, jo priežastims nustatyti turi skaičiavimo metodika, kaip naudojamos formulės atspindi automobilio mechaninio judėjimo dėsningumus. Viena iš sudėtingiausių tyrimo atžvilgiu situacijų – tai automobilio manevravimas nedidelio spindulio kelio kreivėse.

Įvažiuojant iš tiesiaieigio judėjimo atkarpos į kreivę automobilis yra veikiamas išcentrinės jėgos, kuri gali būti skirtinga (tai priklauso nuo kreivės tipo). Tuo atveju, kai kreivės spindulys yra mažas, išcentrinė jėga gali sukelti šoninį slydimą. Ji taip pat lemia apkrovos į automobilio ratus persiskirstymą, ratų skersidės atsiradimą, apsunkina automobilio vairavimą. Ratų skersidė sukelia didesnį padangų nusidėvėjimą ir kuro pereinamumą. Kritiniu režimu dirba važiuoklė, pakaba, vairo traukės ir t. t. Kai kuriais atvejais eismo įvykius sukelti priežastis yra maži automobilių kelių apvalinimo spinduliai. Mažėjant spinduliui eismo įvykių skaičius didėja. Nagrinėjant kelių eismo įvykių statistiką galima padaryti kai kurias išvadas. Eismo įvykių keliuose ypač padaugėja, kur kreivių spindulys yra 200 m ir mažesnis. Remiantis statistika, įvykių skaičius esant 100–150 m spindulio kreivėms yra 7–9 kartus, o esant 150–300 m net 4–5 kartus didesnis negu esant 300–500 m spindulio kreivėms.

Ypač nepalankūs yra tiesiaieigio ir kreivaeigio kelio tarpsnių susijungimo taškai. Šią mintį patvirtina išcentrinio pagreičio pasikeitimas automobiliui įvažiuojant iš tiesiaieigio ruožo į kreivaeigį. Kaip žinome, automobiliui judant kreivaeigiu judėjimu išcentrinį pagreitį apskaičiuojame:

$$a = V^2/\rho, \quad m/s^2, \quad (1)$$

čia V – automobilio greitis, m/s; ρ – kreivumo spindulys nagrinėjamame taške, m.

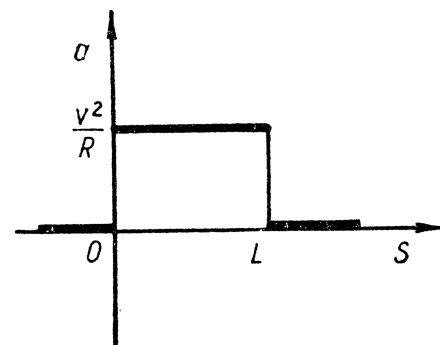
Tiesiaieigėse kelio atkarpose $a = 0$, nes $\rho = \infty$.

Apskritiminėse kelio atkarpose $a = V^2/R = \text{const}$, kur R – apskritimo spindulys, m. Pagreičio kitimo grafikas tiesiaieigio ir pastovaus spindulio kreivaeigio kelio ruožų susijungimo vietoje pateiktas (1 pav.). Kaip matome, pagreitis kinta šuoliais (L – pastovaus spindulio kreivė nuvažiuotas kelias).

Pereinamųjų kreivių paskirtis – vienokiu ar kitokiu lygiu tolygiai keisti pagreičio reikšmę nuo nulio iki v^2/R . Be to, jos turi užtikrinti automobilio vairuojamųjų ratų laipsnišką pasukimą ir patogų išvažiavimą iš tiesės į apskritiminę kreivę. Pereinamosioms kreivėms projektuoti taikomos skirtingos matematinės funkcijos, turinčios laipsniškai mažėjančius kreivumo spindulius – nuo begalinio iki duotojo, dažniausiai tai būna: klotoidė (spiralinė plokščia linija arba Korniu spiralė), kubinė parabolė, Bernulio lemniskatė [1]. Detaliau paanalizuosime automobilio judėjimą šiomis kreivėmis.

Praktikoje automobilio pereinamoji trajektorija, kuria vairuotojas nukreipia automobilį, neatitinka teoretinės pereinamosios kreivės nepriklausomai nuo jos matematinės funkcijos, ir nukrypimai, manoma, kai kada siekia 30–40 cm.

Didžiausias pereinamosios kreivės ilgis būna esant mažiausiam apskritiminės kreivės spinduliui. Pereinamųjų kreivių ilgį riboja leistinas pagreičio lėtėjimo



1 pav. Išcentrinio pagreičio kitimas automobiliui judant kreivė
Fig 1. Centrifugal acceleration change in curveline car motion

ir greitėjimo didėjimo greitis. Kad vairuotojas ir keleiviai nejustų diskomforto, jo dydis turėtų būti 0,3–1,0 m/s³, mūsų šalyje imama ~ 0,6–0,8 m/s³. Tada pereinamosios kreivės ilgis, m:

$$L = \frac{V^3}{IR}, \quad (2)$$

čia I – išcentrinio pagreičio didėjimas, m/s³.

Daugeliu atveju automobilių judėjimo greičiai pereinamąja kreive iš esmės priklauso nuo apskritiminės dalies spindulio, tačiau greičiui įtakos turi ir kelio važiuojamosios dalies plotis, kelio danga, išilginis nuolydis.

Esant sudėtingam reljefui, projektuojant kreivių kompleksą, nėra prasminga tarp kreivių su dideliais spinduliais įterpti mažo spindulio kreivę, nes tai paprastai būna eismo įvykių šaltinis [2]. Gretimomis kreivėmis galimi judėjimo greičiai neturėtų skirtis daugiau kaip 10–15 km/h.

2. Pagrindinių pereinamųjų kreivių analizė

Pereinamųjų kreivių ir pastovaus spindulio apskritiminių dalių projektavimui taikomų matematinių funkcijų analizė ir jų tarpusavio palyginimai iliustruotą iš tiesų skirtingų variantų gausą.

Be anksčiau minėtų pereinamųjų kreivių, dar galima būtų naudoti ir kitas matematines kreives, daugiau ar mažiau atitinkančias pereinamųjų kreivių reikalavimus, tai ir trečiojo bei ketvirtojo laipsnio parabolės, sinusoidės, Šramo kreivės, evolventės ir kt. Apžvelkime ir sutapatinkime pagrindines naudojamas matematines kreives, remiantis kuriomis buvo suprojektuota daugelis kelių.

Viena iš tokių populiariesnių kreivių yra kubinė parabolė (2 pav.):

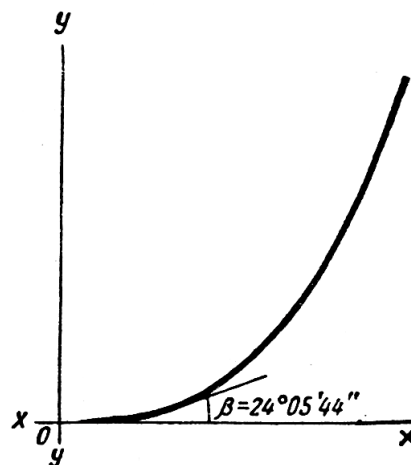
$$y = x^3 / (6C) \quad (3)$$

ir

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x^2}{2C}, \quad (4)$$

čia β – kampas tarp abscisų ašies bei kreivės liestinės, C – parabolės parametras $C = RL$.

Paprastai, kai, projektuojant pereinamąją kreivę, naudojama kubinė parabolė, laikoma, kad parabolės kreivumo spindulys atvirkščiai proporcingas abscisei:



2 pav. Kubinė parabolė

Fig 2. Cubic parabola

$$\rho = \frac{C}{x}. \quad (5)$$

Kreivės lygtis stačiakampėje koordinatinių sistemoje diferencijuojant kreivumo lygybę:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{x}{C} = \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right) / \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}. \quad (6)$$

I (6) išrašę:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2C} \quad (7)$$

ir

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{x}{C}, \quad (8)$$

gausime tiksliai kreivumo spindulio reikšmes.

(7) ir (8) gautos iš kubinės parabolės lygties (3). Tada:

$$\rho = \frac{C}{x} \left(1 + \frac{x^4}{4C^2} \right)^{3/2}. \quad (9)$$

Tik esant mažoms x reikšmėms, palyginti su parametru C , galima laikyti, kad

$$\rho = \frac{C}{x}.$$

Kubinės parabolės kreivumo spindulys mažės palaipsniui – nuo begalybės iki taško, kuriame liestinė ir

abscisių ašis sudarys kampą $\beta = 24^{\circ}05'44''$. Nuo tos vietos parabolės kreivumo spindulys nebemažėja. Tai riboja parabolės naudojimo galimybę.

Dažniausiai kaip pereinamoji kreivė naudojama klotoidė (3 pav.), kurios kreivumo spindulys atvirkščiai proporcingas nueito lanko S ilgiui, m, t. y.:

$$\rho = RL/S, \quad (10)$$

čia L – klotoidės ilgis, m; R – kreivės spindulys jos pabaigoje, m.

Šią lygybę sugretinę su pereinamosios kreivės lygybe:

$$\rho = \frac{C}{S}, \quad (11)$$

matome, kad šių kreivių parametrai tapatūs. Taigi klotoidė visiškai atitinka reikalavimus, keliamus pereinamosioms kreivėms. $C = RL$ – klotoidės parametras.

Klotoidės abscisę ir ordinatę galima užrašyti formulėmis:

$$x = \int \cos \beta ds, \quad (12)$$

$$y = \int \sin \beta ds, \quad (13)$$

čia S – kreivės lanko ilgis, m.

Žinome, kad $ds = \rho d\beta$, iš kur

$$\beta = \int \frac{ds}{\rho}, \text{ rad.} \quad (14)$$

I (14) įrašę (11) randame:

$$\beta = \int \frac{S ds}{C} = \frac{S^2}{2C}. \quad (15)$$

Pereinamosios kreivės pabaigoje $S = L$ ir tada kampas

$$\beta = \frac{L^2}{2C} = \frac{L^2}{2LR} = \frac{L}{2R}, \text{ rad}$$

arba pereinamosios kreivės ilgis, m:

$$L = 2R\beta. \quad (16)$$

Kita populiari matematinė kreivė, naudojama projektuojant pereinamąsias kreives – Bernulio lemniskatė (4 pav.), turi tokias savybes:

1. Liestinės taško polinis kampas α visada lygus vienai trečiajai kampo β , kurį sudaro liestinė šiam lemniskatės taškui su abscisių ašimi.

2. Kampas tarp spindulio-vektoriaus $l = L$ ir liestinės visada lygus dvigubam poliniam kampui, t. y. 2α arba $2/3\beta$.

$$\alpha = \frac{\beta}{3}. \quad (17)$$

Lemniskatės lygtis polinėje koordinatinių sistemoje atrodo taip:

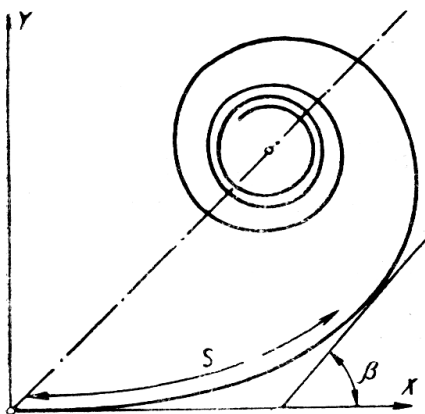
$$l = C\sqrt{\sin 2\alpha} \quad (18)$$

ir

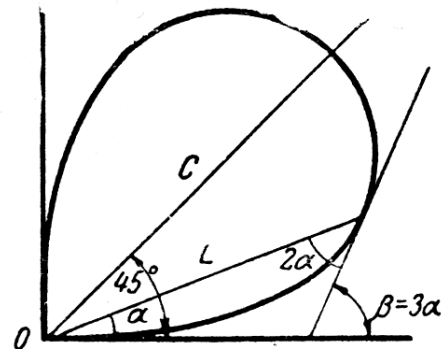
$$\rho = \frac{C^2}{3l}, \quad (19)$$

čia C – parametras (didžioji lemniskatės ašis). Pagal (18) ir (19) išraiškas:

$$l = 3\rho \sin 2\alpha. \quad (20)$$



3 pav. Klotoidė
Fig 3. Clathroid



4 pav. Lemniskatė
Fig 4. Lemniscate

Kai polinis kampas pasiekia 45° , spindulys-vektorius pasiekia maksimalią reikšmę, t. y. $l = C$, o kreivumo spindulys – mažiausią ir $R = C/3$.

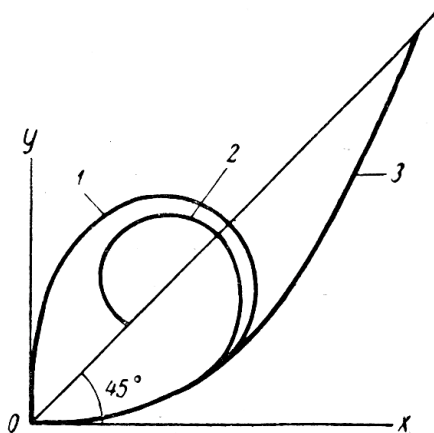
Apžvelgus visų trijų nagrinėtų kreivių skaičiavimo formules ir sulyginus jas grafiškai (5 pav.), apibendrinus galima užrašyti:

- klotoidėi: mažiems kampams $S=6R\alpha$, $\alpha = \beta/3$, $y=x^3/(6C)=x^3/(6LR)$, labai mažiems kampams $x \approx S$;
- lemniskatei: mažiems kampams $S=6R\alpha$, $y=x^3/(6LR)$, visiems kampams $\alpha = \beta/3$, labai mažiems kampams $x \approx S$;
- kubinei parabolėi: mažiems kampams $S=6R\alpha$, $y=x^3/(6LR)$, labai mažiems kampams $x \approx S$.

3. Išvados ir pasiūlymai

Nagrinėjant kreives pagal pateiktus apibendrinimus ir remiantis jų funkciniais aprašymais, gautume, kad didėjant poliniam kampui kubinės parabolės ilgis didėja greičiau negu lemniskatės, o pastarosios ilgis labiau nei klotoidės. Kreivumo spindulys greičiausiai mažėja naudojant klotoidę, paskui lemniskatę ir galiausiai – kubinę parabolę. Kai polinis kampas artimam 10° , parabolės kreivumo spindulys pradeda didėti, todėl, kai kampai α didesni kaip $9-10^\circ$ arba kampas β didesnis kaip $24^\circ 05' 44''$, parabolės naudoti negalima. Kampams α esant iki $5-6^\circ$, visos šios kreivės labai artimos ir praktiškai galima naudoti bet kurią iš jų.

Apžvelgus pagrindines pereinamąsias kreives galima padaryti išvadą, kad jos daugiau ar mažiau įgyvendino tolygų greičio kitimą sudėtinguose kelio ruožuose. Tačiau jei pagreičio kitimo greitis I ($I = S''' = V''' = a'$),



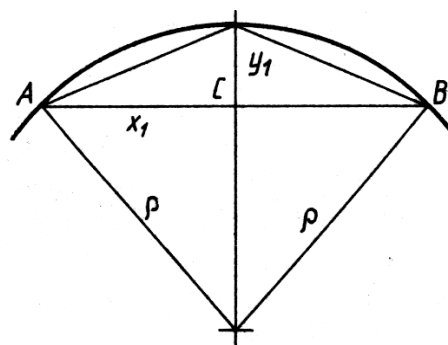
5 pav. Pereinamosios kreivės: 1 – lemniskatė, 2 – klotoidė, 3 – kubinė parabolė

Fig 5. Transitional curves: 1 – lemniscate, 2 – clathoid, 3 – cubic parabola

kuris čia nenagrinėtas, kinta šuoliais, tai gali pašalinti kitokio pobūdžio kreivės. Žinomos pereinamosios kreivės (klotoidė, kubinė parabolė, Bernulio lemniskatė ir kt.) buvo gautos ir iširtos toli gražu ne kelių projektavimo tikslams ir tik vėliau pradėtos taikyti kelio pereinamosioms kreivėms projektuoti. Ankstesnėje automobilių transporto plėtros stadijoje klausimai, susiję su pagreičiu ir jo didėjimu, nebuvo tokie aktualūs dėl palyginti mažų judėjimo greičių. Šiuo metu turėtų būti taikomas kokybiškai naujas pereinamųjų kreivių projektavimas. Jo esmė ta, kad nebūtina ieškoti tarp egzistuojančių kreivių tinkamiausios ir nagrinėti jos savybes, bandant įsitikinti jos tinkamumu kelių projektavimui, bet atvirkščiai – pirmiausia nustatomos reikiamos savybės ir tik paskui sintetinama reikalavimus atitinkanti kreivė. Analizuojant kelių eismo įvykius virazuose nebūtina žinoti kelio matematinį aprašą, nes pereinamosios kreivės, kaip ne kartą minėta, yra panašios. Maksimaliai saugus manevravimo greitis apskritiminėje kelio dalyje iš esmės yra priklausomas nuo tos kelio dalies spindulio dydžio, kelio pločio, nuolydžio, sukibimo su padangomis koeficiento.

Nagrinėjant kelių eismo įvykius, susijusius su manevravimu pereinamosiose kelio kreivėse, tikslinga ir praktiškai priimtina analizuoti juos kaip judėjimą pastovaus spindulio kreive. Šiuo atveju kreivumo spindulio dydį apskaičiuotume pagal tam tikrą pereinamosios kreivės dalį, kurioje įvyko avarija [3]. Tada, kaip ir apskritiminės kelio dalies atveju, reikia nustatyti pusstygės x_1 (AC) ir segmento y_1 aukštį (6 pav.) ir iš šių duomenų rasti ρ , kuriuo remiantis būtų galima atlikti smulkia įvykio analizę:

$$\rho = (x_1^2 + y_1^2) / (2y_1). \quad (21)$$



6 pav. Schema kreivės spinduliui apskaičiuoti
Fig 6. Curve radius calculation scheme

Literatūra

1. А. А. Савелов. Плоские кривые. Москва: ГИФМЛ, 1980. 295 с.
2. А. А. Белятинский, А. М. Таранов. Проектирование кривых при строительстве и реконструкции автомобильных дорог. Киев: Выща шк., 1988. 303 с.
3. В. А. Илларионов. Экспертиза дорожно-транспортных происшествий. Москва: Транспорт, 1989. 255 с.

Iteikta 1999 11 26

TRANSITIONAL CURVES ON THE CAR ROADS AND TRAFFIC SAFETY

R. Barkauskas

Summary

Determining road accident mechanism and reasons the suitability of used computational methods is of great significance as far as the used formulas reflecting the laws of car mechanical movement are correct.

The peculiarities of a curveline car motion on the road curves, its impact on safety depending on curve radius and the altering character of centrifugal acceleration are described in the article.

Mathematical and graphical analysis is made and the main curves which are used for the design of transitional curves in car road turns: cubic parabola, lemniscate, clothoid etc are identified. Analyzing curves according to their functional descriptions we can find that increasing a polarity angle the length of cubic parabola increases faster than lemniscate and lemniscate length increases faster than clothoid. Curvature radius is decreasing in the fastest way using clothoid then lemniscate and finally cubic parabola.

Reviewing the main curves we can make a conclusion that they more or less realize even the alteration of speed in difficult road sections, but if we take the speed of acceleration alteration, we shall see that its alteration leaps. Known transitional curves were obtained and analyzed not for road designing purposes. They were applied for this aim later. Therefore the article in addition discusses their compliance to present situation. Their compliance to today's situation was evaluated when the dynamic characteristics of car's have changed. Transitional curve as a collapsible is described the elements of which are indefinite quantity of curves with constant but different size radius. In many cases this method is suitable for the investigation of traffic accidents. Making analysis of road traffic accidents in the turns there is no big need to know road mathematical description because transitional curves as it is mentioned in the article have similar features.

6 explanatory drawings are presented.

ROLANDAS BARKAUSKAS

Doctoral student, Faculty of Transport Engineering, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), J. Basanavičiaus g. 28, LT-2009 Vilnius, Lithuania. E-mail: rolandas5@takas.lt

Graduate of Vilnius Technical University (now VGTU). The first degree in Mechanical Engineering, 1993. Master of Science, Faculty of Transport Engineering, VTU (now VGTU), 1995. Research interests: automobile theory, technical examination.