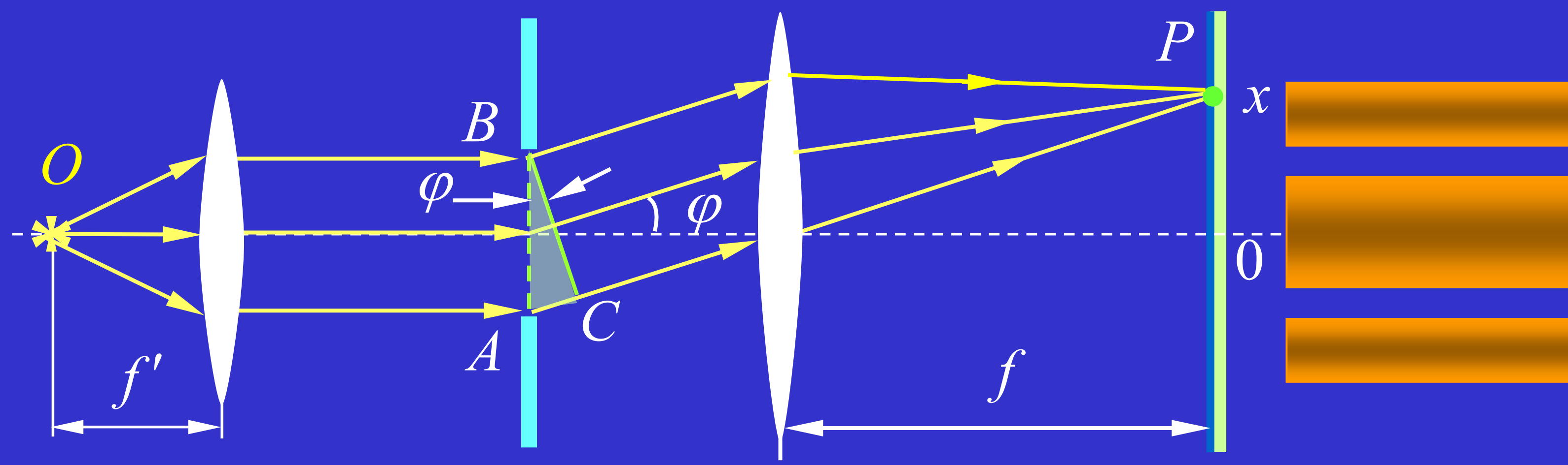
第三节

单缝夫琅和费衍射

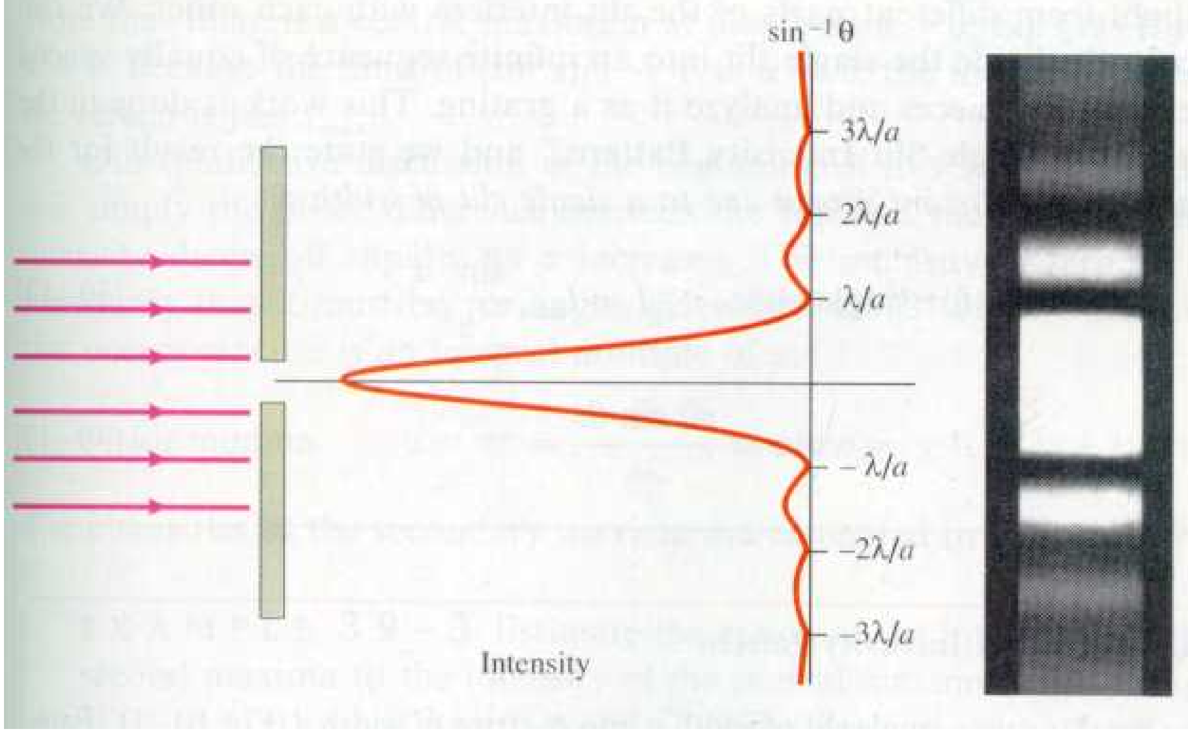
一. 典型装置



(单缝夫琅禾费衍射典型装置)

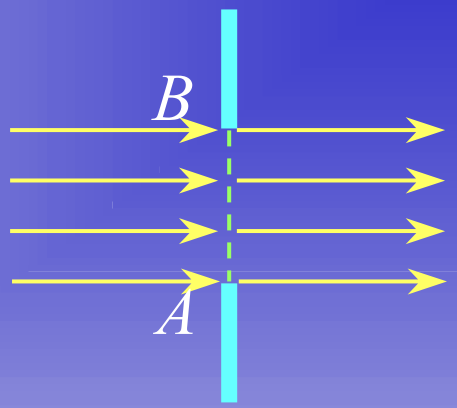
$A,B \rightarrow P$ 的光程差 $\Delta = AC = a\sin\varphi$ （a 为缝 AB的宽度）

二. 菲涅耳半波带法



sin⁻¹θ
3λ/a
2λ/a
λ/a
−λ/a
−2λ/a
−3λ/a
Intensity

二、衍射分析__条纹分布



1. 衍射暗纹、明纹条件

分析方法：菲涅尔波带法__半波带法。

入射光、衍射光均为平行光，经L汇聚在其焦面上，具体条纹分布：

（1）.中央明纹

$a\sin\varphi = 0$ —— 中央明纹

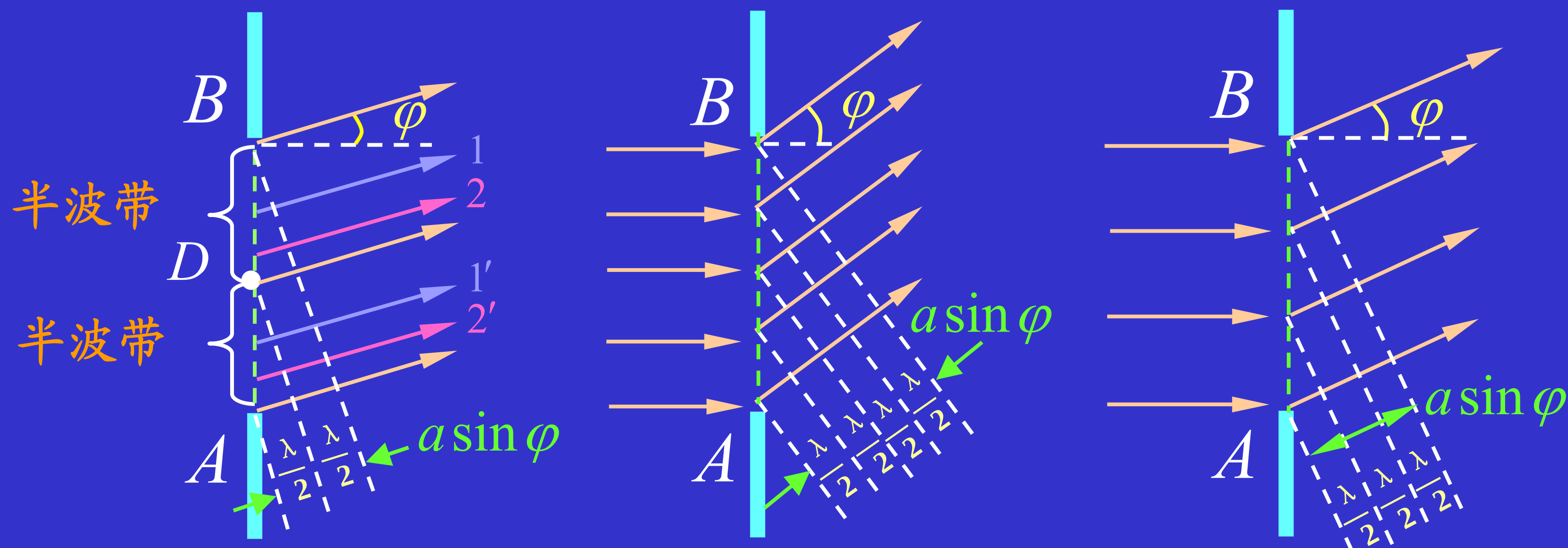
各子波发出的光波间无光程差，$\Delta=0$，在 p_0处为明纹，称中央明纹,明纹中心位置与缝宽的中心相对应。

（2）.任意点*P*的条纹

衍射角ϕ: 入射光(缝法线)和衍射光的夹角, ϕ与P点的位置相对应

AB为波面,其上各点子波同位相,这些子波传播到P点,经历了不同的光程

半波带：将波阵面分成许多面积Δs相等的波带，并使从相邻Δs各对应点分成的光线的光程差为半个波长，即$\lambda/2$，这样的Δs称为半波带，每个半波带分成的子波数目相等。

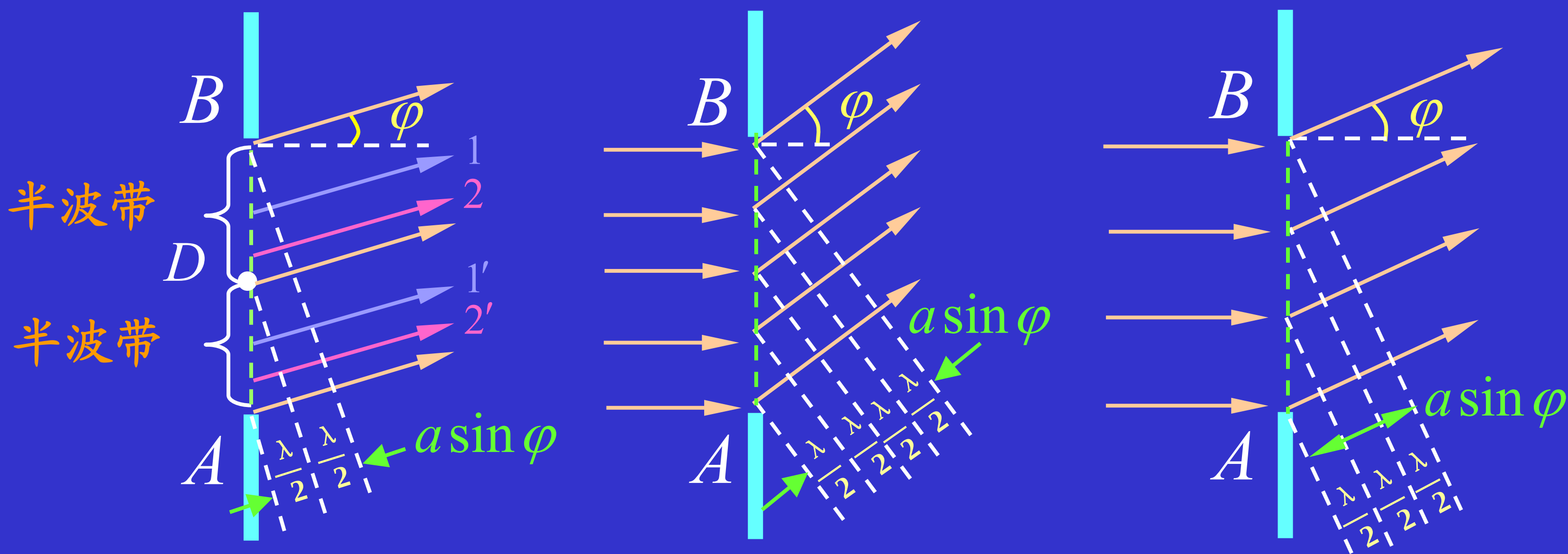


- $a\sin\varphi = 3\dfrac{\lambda}{2}$　此时缝分成三个“半波带”，***P*** 为明纹。

相邻半波带各对应点的光线的光程差都是$\lambda/2$，即相位差为π，因而相邻半波带的光线在P点都是干涉相消。

分析：　对于缝宽为α，衍射角为ϕ的屏上P点，缝边缘的两条光线之间的光程差为 $\delta = BC = a\sin\phi$

因而半波带的数目为：$N = \dfrac{a\sin\phi}{\lambda/2}$



当N为偶数时,两两相邻半波带的光线在P点都干涉相消,P点的光强为零,即P点为暗点;

当N为奇数时,相邻半波带发出的两两光线干涉相消后剩下一个半波带发出的光未被抵消,因此,P点为明点。

单缝夫琅和费衍射条纹的明暗条件为：

***a*、暗纹条件**

$$a\sin\phi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} \qquad k = 1,2,3\ldots\ldots \qquad \text{暗纹}$$

当$k=1$　$\delta = BC = a\sin\phi_1 = \lambda$

$$\phi_1 = \frac{\lambda}{a} \qquad \text{第一暗纹衍射角}$$

$$x_1 = f\phi_1 \qquad \text{第一暗纹位置}$$

类似可得其它暗纹衍射角和位置

***b*、明纹条件**

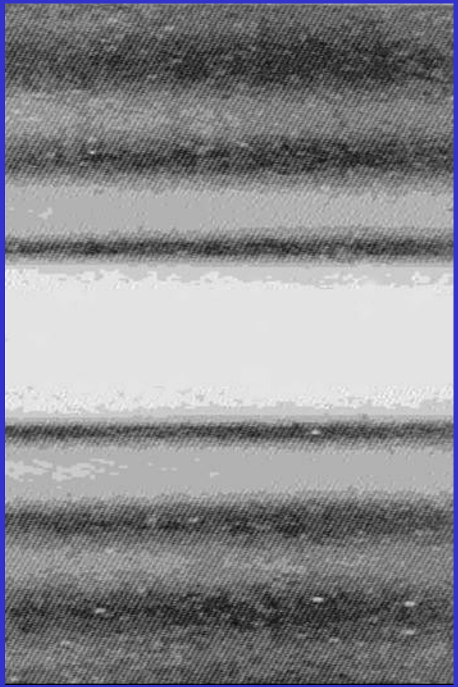
$$a\sin\phi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad k = 1,2,3\ldots\ldots \qquad \text{明纹}$$

当$\phi = 0$　　$a\sin\phi = 0$　　中央明纹中心

说明

(1) 得到的暗纹和中央明纹位置精确，其它明纹位置只是近似

(2) 单缝衍射和双缝干涉条纹比较。



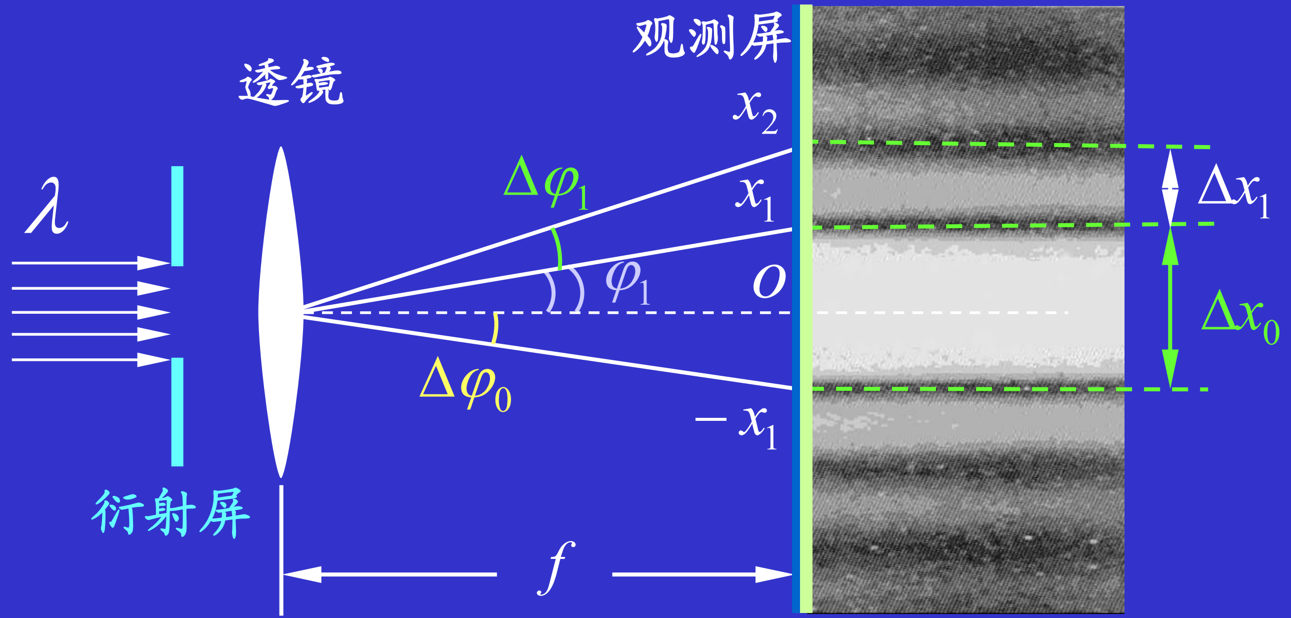
单缝衍射条纹

双缝干涉条纹

2. 单缝衍射明纹角宽度和线宽度

角宽度 相邻两暗纹中心对应的衍射角之差

线宽度 观察屏上相邻两暗纹中心的间距



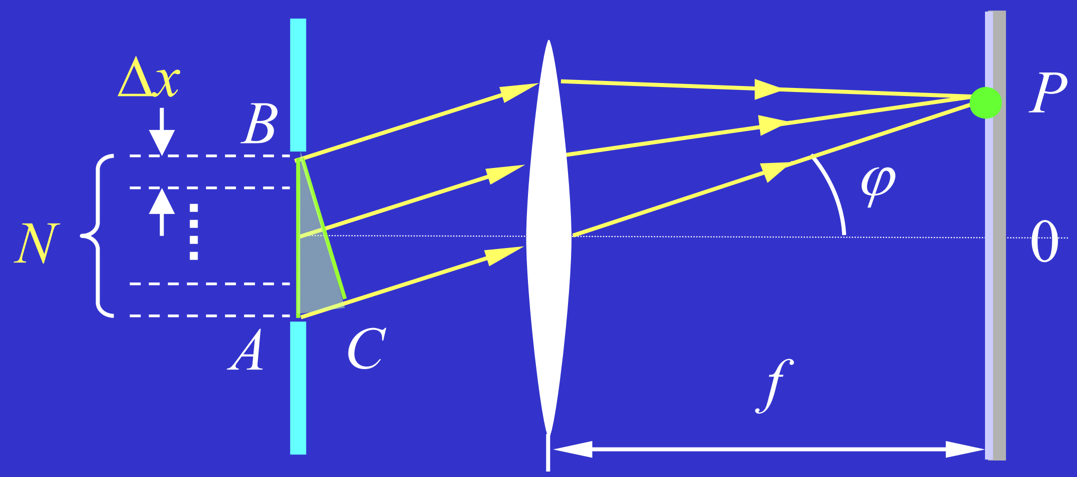
中央明纹 角宽度 $\Delta\varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\lambda / a$

线宽度 $\Delta x_0 = 2f \cdot \tan\varphi_1 = 2f\varphi_1 = 2f\lambda / a$

第 k 级明纹 角宽度 $\Delta\varphi_k = \lambda / a$ 请写出线宽度

三. 单缝衍射强度 (振幅矢量法)

1. 单缝衍射强度公式



将缝 ***AB*** 均分成 ***N*** 个窄带，每个窄带宽度为 $\Delta x = a/N$

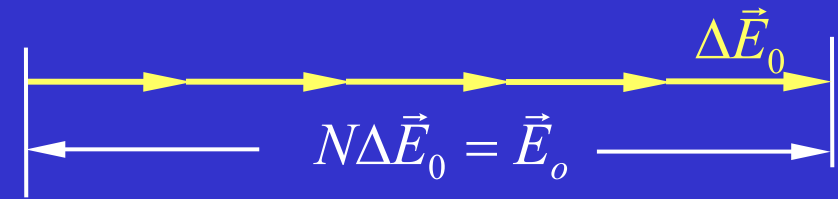
设每个窄带在***P*** 点引起的振幅为 ΔE_φ

A、***B*** 点处窄带在***P*** 点引起振动的相位差为 $\beta = 2\pi\, a \sin\varphi / \lambda$

相邻窄带的相位差为 $\delta = \beta / N$ 令***P*** 处的合振幅为 E_p

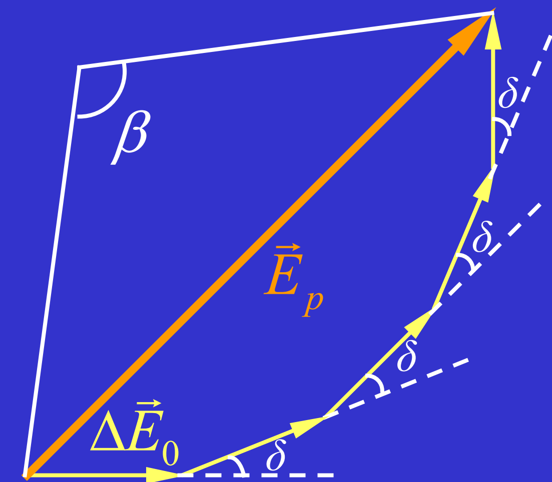
对于 O 点

$\varphi = 0 \qquad \beta = 0 \qquad E_o = E_{max}$



对于其它点 P

$E_p < E_o$ （如当 N 取 5 时）



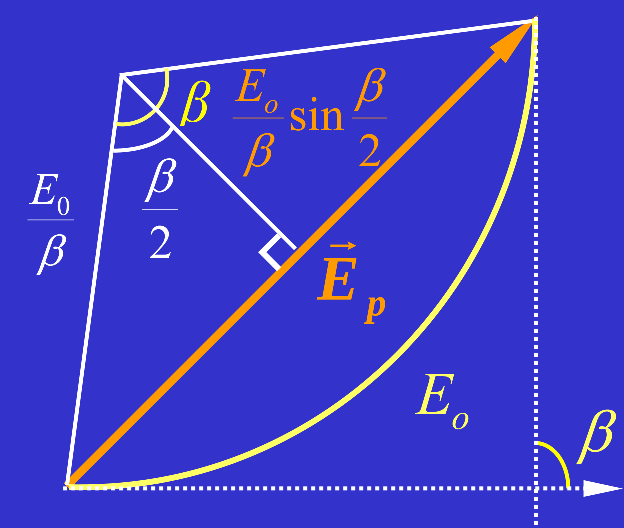
N 取无穷大时

$$E_p = 2\frac{E_o}{\beta}\sin\frac{\beta}{2}$$

令 $\alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{\pi\, a \sin\varphi}{\lambda}$

$$E_p = E_o \frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

$$\boxed{I_p = I = I_o\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2}$$



$$\frac{I}{I_o} = \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

2. 明、暗纹条件

- 中央明纹

$\varphi = 0$处， $\alpha = 0$

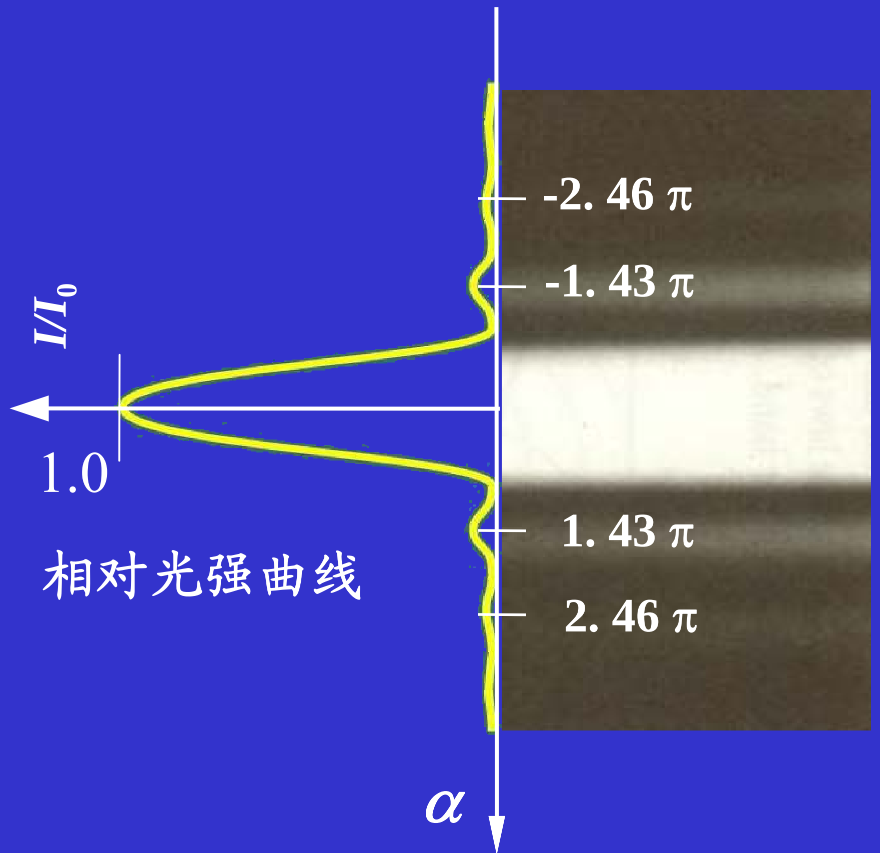
$$I = I_o = I_{\max}$$

- 暗纹条件

$$I = 0 \rightarrow \sin\alpha = 0$$

$$\alpha = \frac{\pi a \sin\varphi}{\lambda} = \pm k\pi$$

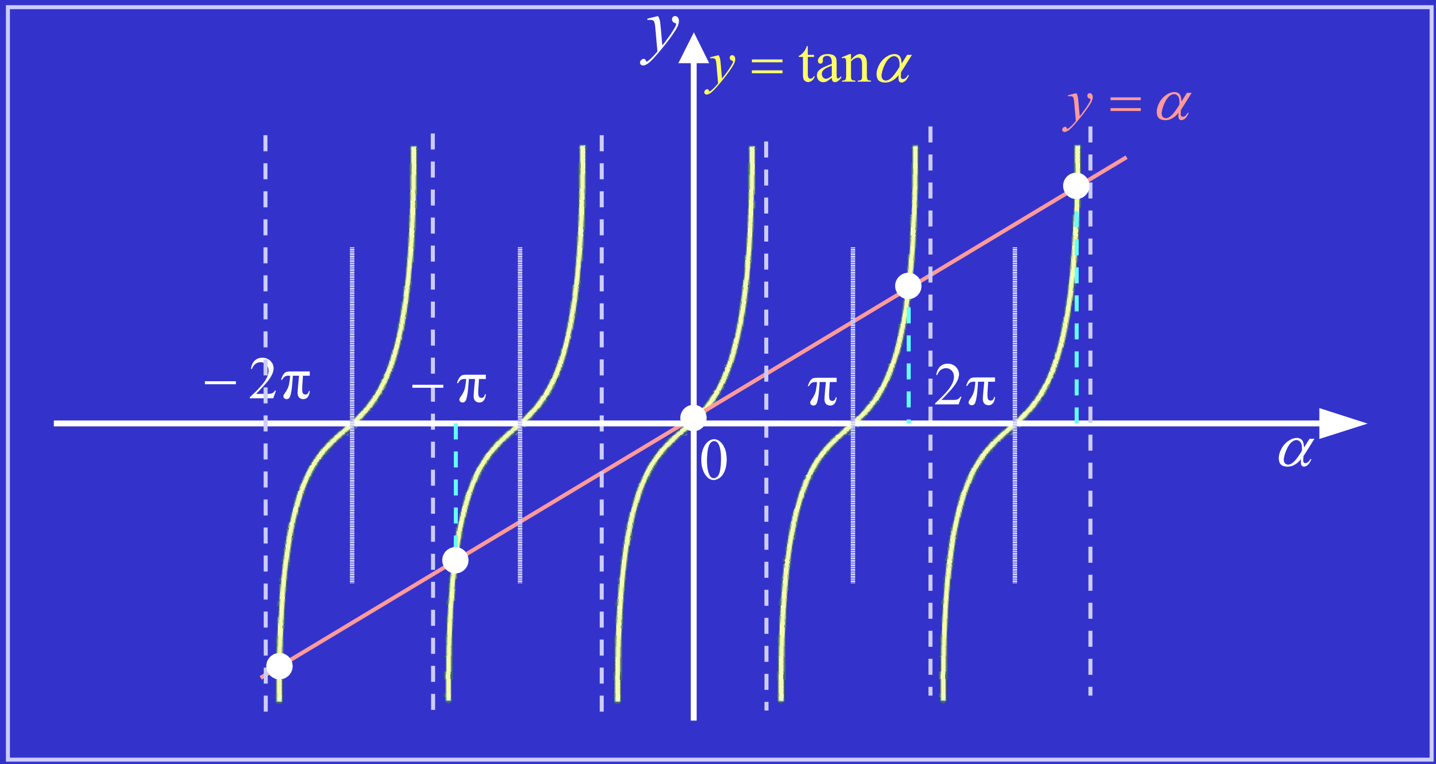
$$a\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad k = 1,2,3\cdots$$



相对光强曲线

和半波带法得到的暗纹条件一致。

- 明纹条件 $\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}\alpha}=0 \quad \Rightarrow \quad \tan\alpha=\alpha$



解得 $\alpha=\pm1.43\pi,\pm2.46\pi,\pm3.47\pi,\cdots$

相应 $a\sin\varphi=\pm1.43\lambda,\pm2.46\lambda,\pm3.47\lambda,\cdots$

半波带法得到的明纹位置 $a\sin\varphi=(2k+1)\lambda/2$ 是较好的近似

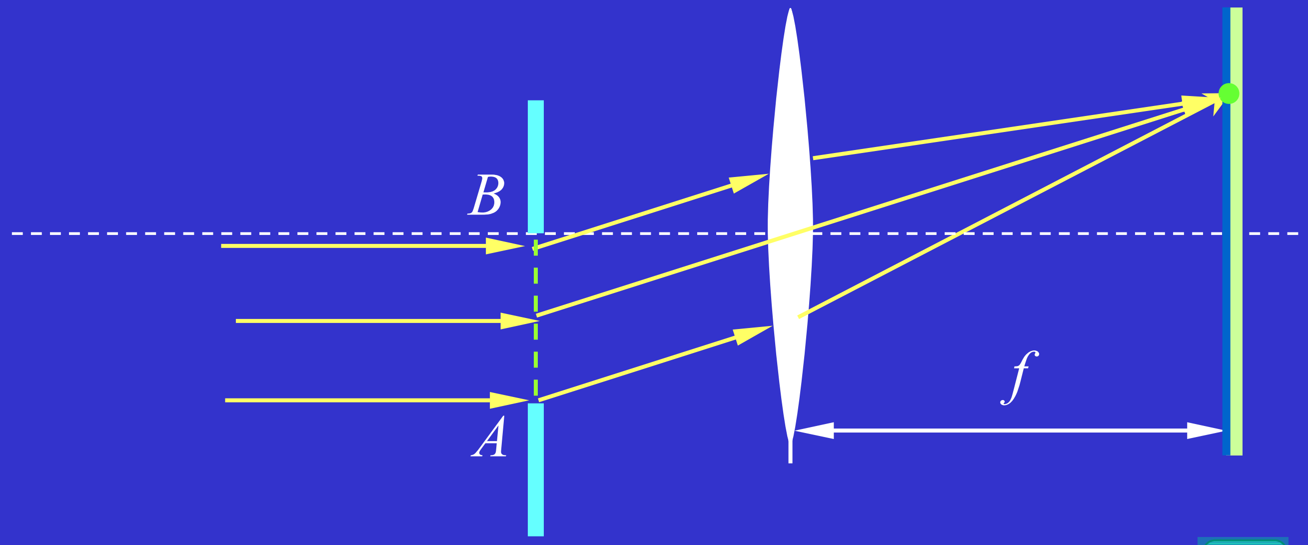
讨论

(1) $\Delta\varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\lambda / a$ 波长越长，缝宽越小，条纹宽度越宽。

(2) $\lambda / a \to 0$ $\Delta\varphi_0 \to 0$ 波动光学退化到几何光学。

(3) $\lambda / a \to 1$ $\Delta\varphi_0 \to \pi$ 观察屏上不出现暗纹。

(4) 缝位置变化不影响条纹位置分布



(单缝夫琅禾费衍射典型装置)

(5). a一定, ,对同一级(k值定)条纹，$\lambda\uparrow\phi$，$\uparrow$,反之, $\lambda\downarrow$，$\phi\downarrow$
用白光作衍射光,中央明纹为白色,其它明纹为彩色

(6).λ一定,改变a

对同一级(k值定)条纹，$a\downarrow$，$\phi\uparrow$缝越细，衍射越明显，最大衍射角$\phi=90^0$

$a\uparrow$，$\phi\downarrow$缝宽到一定程度，无衍射现象，为直线传播

(7).利用单缝衍射测波长.

已知暗纹间距为 $l=f\dfrac{\lambda}{a}$，a、f已知,由实验测定条纹间距l,即可测定波长。

例 如图示，设有一波长为 λ 的单色平面波沿着与缝平面的法线成 λ 角的方向入射到宽为 a 的单缝 AB 上。

求 写出各级暗条纹对应的衍射角 φ 所满足的条件。

解 在狭缝两个边缘处，衍射角为 φ 的两光的光程差为

$$\Delta = a(\sin\varphi - \sin\theta)$$

对于暗纹有 $\Delta = \pm k\lambda$

则 $a(\sin\varphi - \sin\theta) = \pm k\lambda$

$$\sin\varphi = \pm\frac{k\lambda}{a} + \sin\theta$$

$$(k = 1,2,3,\cdots)$$