TRANSPORTO SRAUTŲ OPTIMIZAVIMO BŪDAI BEI JŲ EKSPERIMENTINIS PALYGINIMAS

G.Dievulis
Lietuvos teisės akademija

1. Įvadas

Transportas – tai ūkio šaka, kuriai reikia didelių išteklių ir investicijų, kad ji galėtų normaliai funkcionuoti ir toliau plėstis. Transporto tinklo srautų optimizavimas yra viena iš priemonių, leidžiančių sumažinti transporto sąnaudas ir efektyviau patenkinti nuolat didėjančius krovinių bei keleivių vežimų poreikius. Transporto srautų optimizavimo uždavinys formaliai aprašomas optimizavimo modeliu su netiesine tikslo funkcija bei tiesiniais ribojimais, turinčiu specialią struktūrą. Tokie uždaviniai iš principo gali būti sprendžiami netiesinio programavimo metodais. Tačiau metodams, kurie galėtų tikti ir praktinę reikšmę turintiems uždaviniams spręsti, keliami papildomi reikalavimai. Tokioms praktinių uždavinių ypatybėms, kaip didelės jų apimtys, sudėtingi ryšiai tarp transporto išlaidų ir srautų paskirstymo tinkle, reikia taikyti specialius metodus, kadangi bendrieji metodai nepakankamai efektyvūs arba apskritai yra netinkami. Gana plačiai žinomas ir praktiškai išbandytas metodas, atitinkantis praktiniams uždaviniams keliamus reikalavimus, yra nuosekliojo paskirstymo metodas [1, 2]. Kadangi ši problema yra svarbi ir aktuali, reikšmingi yra ir nauji šios srities darbai, ypač kai juos galima pritaikyti praktiniams tikslams. Praktinę reikšmę turintiems uždaviniams spręsti gali būti taikomas straipsnio autoriaus sukurtas naujas algoritmas, pagrįstas srautų optimizavimu tinklo kontūruose arba jų grupėse [3, 4, 5].

Šio straipsnio tikslas – suformuluoti srautų paskirstymo modelį, išanalizuoti transporto išlaidų priklausomybės nuo srautų paskirstymo transporto tinkle ypatybes pagal transporto rūšis, pateikti pagrindinius nagrinėjamo uždavinio sprendimo būdus bei juos palyginti atliekant skaičiuojamąjį eksperimentą.

2. Nagrinėjama problema ir jos sprendimo būdai

Nagrinėjama problema, t.y. transporto srautų paskirstymo optimizavimas tinkle, gali būti suformuluota taip. Transporto tinkle, kuris pateikiamas orientuotojo ar neorientuotojo grafo pavidalu, turi būti paskirstytas *n* skirtingų produktų (krovinių rūšių ir keleivių kategorijų) srautas taip, kad būtų patenkinti transporto sistemos naudotojų poreikiai, o bendros transporto išlaidos būtų mažiausios. Grafo viršūnės, kurių skaičius žymimas *T*, atitinka realius transporto mazgus (stotis, miestus, perkrovimo punktus, kryžkeles), o lankai, kurių skaičius žymimas *L* – komunikacijas, jungiančias transporto mazgus (automobilių ir geležinkelių keliai, vamzdynai). Yra žinomos vežimų apimtys bei transporto tinklo elementų techninės ir ekonominės charakteristikos, lemiančios transporto išlaidų priklausomybę nuo šių elementų apkrovimo transporto srautais. Šios charakteristikos lemia transporto elemento techninę būklę, pvz., automobilių kelio techninė būklė priklauso nuo eismo juostų skaičiaus, geležinkelio linijos – nuo kelių skaičiaus linijoje ir pan. Transporto sistemos naudotojų poreikiai yra patenkinami tik tuomet, jeigu įvykdomos vadinamosios srautų nenutrūkstamumo sąlygos, apimančios vežimų apimtis, tinklo topologiją ir srautų dydžius tinkle. Taigi problema formuluojama kaip optimizavimo uždavinys, kurio optimalumo kriterijus yra vežimų išlaidos, paprastai pateikiamos palyginamąja forma ir išreiškiamos kaip funkcija nuo srautų paskirstymo tinkle, o pagrindiniai ribojimai rodo srautų nenutrūkstamumo sąlygas. Formaliai srautų paskirstymo uždavinys aprašomas tokiu modeliu:

$$\min_X F(X,C) = \sum_i^L F_i(x_i, c_i), \tag{1}$$

$$SX = B \ (X \geq 0), \tag{2}$$

$$c_i^{\min} \leq c_i \leq c_i^{\max}, \ i = 1, ..., L, \tag{3}$$

čia $F(X,C)$ – funkcija, išreiškianti vežimo bendrų išlaidų priklausomybę nuo tinklo apkrovimo bendruoju srautu $X=(x^1,...,x^n)$; $x^j=(x_1^j,...,x_L^j)$ – tinklo apkrovimo j-tuoju produktu vektorius; $C=(c_1,...,c_L)$ – tinklo būklę charakterizuojantis, t. y. jo elementų būklių vektorius; $F_i(x_i,c_i)$ – i-tojo transporto elemento išlaidų funkcija, priklausanti nuo n-mačio produkto srauto $x_i=(x_i^1,...,x_i^n)$ dydžio šiame elemente ir jo techninės būklės c_i ; S – kvazidiagonaliojo $n\times n$ dydžio matrica, kurios pagrindinėje įstrižainėje yra transporto tinklo viršūnių ir lankų incidencijų matricos skirtingiems produktams, o visur kitur – nuliai; $c_i^{\min}$ – esama i-tojo transporto elemento techninė būklė; $c_i^{\max}$ – maksimali galima elemento būklė; B – tinklo viršūnių $n\times T$ – matis apkrovimo vektorius, nustatantis vežimų apimtis bei jų struktūrą. Vektoriaus X koordinatė x_i^j išreiškia j-tojo produkto srauto dydį i-tajame transporto elemente. Vektoriaus B koordinatė b_i^j išreiškia apimtį j-tojo produkto, kuris turi būti išvežtas iš i-tojo transporto punkto, jei $b_i^j>0$ arba, įvežtas į jį, jei $b_i^j<0$.

Ribojimai (2) išreiškia srautų nenutrūkstamumo sąlygas. Srautų neneigiamumo sąlyga gali būti įtraukiama į modelį arba ne, ir tai priklauso nuo uždavinio sprendimo metodo. Jeigu transporto tinklas pateikiamas orientuotuoju grafu, tai paprastai ši sąlyga tampa nereikalinga, kadangi šiuo atveju leidžiami ir neigiami produktų srautai (jei produktai vežami priešinga lanko orientacijai kryptimi). Be pagrindinių modelio ribojimų, gali būti nurodytos ir kitos ribojančios sąlygos, pvz., nustatomi ribojimai įvairių rūšių išteklių, būtinų keičiant transporto elementų būkles iš esamų į aukštesnius lygius, apimtims. Tačiau tokiu atveju būtų formuluojamas kitas, t. y. statinis transporto tinklo plėtojimo uždavinys [6], kuris šiame straipsnyje nenagrinėjamas. Uždavinys (1)–(3) gali būti sprendžiamas, kai yra nekintamos tinklo elementų būklės arba kai numatoma jo elementų būklių keitimo galimybė juos rekonstruojant. Pirmuoju atveju tinklo elementų išlaidų dydis yra iškiloji funkcija nuo šio elemento apkrovos, nors dažniausiai ji neglodžioji, kas apsunkina uždavinio sprendimą. Bendrasis modelio optimalumo kriterijus šiuo atveju taip pat yra iškiloji funkcija, t. y. iškilųjų funkcijų suma. Antruoju atveju, t. y. kai numatoma tinklo elementų rekonstrukcijos galimybė, uždavinio optimalumo kriterijus yra ne tik neglodžioji, bet ir neiškiloji funkcija. Šiuo atveju uždavinio sprendimas yra labai komplikuotas, kadangi jis priklauso daugelio ekstremumų uždavinių klasei.

Modelis (1) – (3) tinka tiek normatyvinių, tiek ir deskriptyvinių transporto sistemų srautų paskirstymui aprašyti. Tačiau skirtingoms transporto sistemoms modelio kriterijus turi skirtingą turinį ir skirtingai yra interpretuojamas, kadangi normatyvinių ir deskriptyvinių sistemų srautų formavimo veiksniai yra netapatūs. Jeigu yra žinomos korespondencijos, t. y. vežimų apimtys tarp fiksuotų tinklo viršūnių, tai modelyje (1) – (3) kiekvieną korespondenciją atitinka skirtingas produktas. Tačiau modelis (1) – (3) tinka ir bendresniam atvejui, kai tarp tinklo viršūnių nėra jokių iš anksto fiksuotų ryšių, t. y. žinomos tik produktų apimtys, kurios turi būti įvežtos ar išvežtos iš tinklo viršūnių (transporto punktų).

Iš principo srautų paskirstymo uždavinį (1) – (3) spręsti galima bet kuriuo žinomu netiesinio programavimo metodu, jeigu jis nėra pernelyg didelis. Tačiau praktiniams uždaviniams, kurie yra didelės apimties, t. y. turi didelius transporto tinklus ir didelę vežamų produktų nomenklatūrą, tokio sprendimo galimybės labai ribotos. Klasikiniai uždavinio sprendimo būdai paremti ištiesinimo principu, kuris leidžia netiesinio optimizavimo uždavinį pakeisti tiesinių uždavinių seka [7], kai yra žinomos korespondencijos. Šis metodas leidžia šių sudėtingų uždavinių sprendimui taikyti gana efektyvius tiesinių uždavinių sprendimo būdus. Kiekviename tiesiniame uždavinyje visų tinklo laukų ilgiai kiekvienam produktui fiksuojami ir prilyginami šį lanką atitinkančių išlaidų funkcijų dalinėms išvestinėms (diferencialinėms išlaidoms) pagal atskirus srauto ingredientus. Toliau belieka korespondencijas paskirstyti trumpiausiais maršrutais taikant kurį nors žinomą trumpiausio kelio tinkle radimo algoritmą. Pereinant prie kito tiesinio uždavinio pagal nustatytas metodo taisykles tinklo lankų ilgiai perskaičiuojami atsižvelgiant į galimą lankų apkrovos pasikeitimą, pakitus srautų paskirstymui. Įvairūs šiuo principu pagrįsti algoritmai iš esmės skiriasi tik korespondencijų trumpiausių maršrutų formavimo būdais.

Vienas iš žinomiausių ir praktikoje aprobuotas yra metodas, kurį galima pavadinti nuoseklioji paskirstymo metodu [1]. Pradiniu etapu visi vežimai paskirstomi tinkle nedidelėmis dalimis, t. y. kiekviename šio etapo žingsnyje paskirstoma nustatyta kiekvienos korespondencijos dalis, kuri tinklo lankuose sudedama su anksčiau paskirstytomis dalimis. Kiekviena tokia korespondencijos dalis paskirstoma diferencialinių išlaidų atžvilgiu trumpiausiais keliais nuo pradinių iki paskirties punktų. Kadangi išlaidų funkcija netiesinė, tai po kiekvienos dalies paskirstymo, keičiantis lankų apkrovoms, keisis ir diferencialinės išlaidos. Tai reiškia, jog kita vežimų dalis bendruoju atveju bus paskirstoma kitais maršrutais. Kai bus paskirstytos visos korespondencijos, bus gautas pradinis srautų paskirstymas, atitinkantis srautų nenutrūkstamumo sąlygas. Gautas pradinis srautų paskirstymas gali būti gerinamas po papildomos procedūros. Kiekvienoje jos iteracijoje visos tinklo lankų apkrovos sumažinamos nuimant nuo tinklo tam tikrą dalį visų korespondencijų, kurios vėl paskirstomos trumpiausiais maršrutais pirmiau aprašytu būdu.

Srauto paskirstymo kokybė (optimalumo kriterijaus atžvilgiu) priklauso nuo paskirstomos korespondencijos dalies dydžio, diferencialinių išlaidų apskaičiavimo tikslumo ir jų perskaičiavimo dažnumo. Ryšys tarp šių parametrų gana sudėtingas. Geriausias santykis tarp šių parametrų paprastai nustatomas eksperimentu. Antra vertus, neglodžiųjų išlaidų funkcijų atveju algoritmo konvergavimo greitis sumažėja. Todėl šiuo algoritmu gautas paskirstymas gali būti tolimas nuo optimalaus. Šiais atvejais algoritmą būtina papildyti tam tikromis procedūromis, kurios pagerintų jo konvergavimą. Įrodoma [8], jog esant glodžiosioms ir iškilosioms išlaidų funkcijoms šis algoritmas konverguoja į uždavinio sprendinį.

Visiškai kitu principu pagrįstas šio straipsnio autoriaus sukurtas kontūrinis optimizavimo algoritmas uždaviniui (1)–(3) spręsti, kuris paskirsto transporto srautus, optimizuodamas juos atskiruose kontūruose arba jų grupėse [3, 4, 5] ir kuriam nereikia iš anksto sudaryti korespondencijų. Šis algoritmas tinka dideliems uždaviniams spręsti, kadangi taikomas maksimaliai kompaktiškas pradinės iteracijos užrašymo būdas bei minimali tarpinė informacija.

Išsprendę lygčių sistemą (2) $N = n(L - M + 1)$ nepriklausomųjų kintamųjų atžvilgiu (lygčių sistema (2) gali būti išspręsta labai paprastai, naudojant grafų savybes), pradinį uždavinį (1) – (3) pakeičiame ekvivalentiniu uždaviniu:

$$\min_X F(X, C) = \sum_i^L F_i(x_i, c_i)\,, \tag{4}$$

$$X = H\widetilde{X} + D,\ (X \ge 0), \tag{5}$$

$$c_i^{\min} \le c_i \le c_i^{\max},\ i = 1, ..., L, \tag{6}$$

čia H – kvazidiagonalioji $n \times n$ dydžio matrica, kurios pagrindinėje įstrižainėje yra tinklo lankų incidencijų matricos atitinkamiems produktams, o visur kitur nuliai; $\widetilde{X}$ – nepriklausomųjų kintamųjų N-matis vektorius; D – lygčių sistemos laisvųjų narių L-matis vektorius, kurio koordinatės, atitinkančios nepriklausomuosius kintamuosius, lygios nuliui. Šiuo atveju lygčių sistemą (5) galima pakeisti n nepriklausomosiomis lygčių sistemomis, atitinkančiomis matricos H blokus:

$$x^j = H^j \widetilde{x}^j + d^j,\ j = 1, ..., n, \tag{7}$$

čia H^j – j-tojo produkto tinklo antroji incidencijų matrica, kurios elementai orientuotojo grafo atveju yra –1; 0; 1.

Pradinio uždavinio (1)–(3) pakeitimas uždaviniu (4)–(6) reiškia sąlyginės optimizacijos uždavinio pakeitimą nesąlygine optimizacija, kuri gali būti atliekama cikliškai optimizuojant pagal kiekvieną nepriklausomąjį kintamąjį $\widetilde{x}_i^j$. Priklausomybė (7) leidžia kiekvieną tašką nepriklausomųjų kintamųjų $\widetilde{X}$ erdvėje susieti su jį atitinkančiu srautų paskirstymu.

Remiantis žinomomis grafų teorijos teoremomis [9–10], susiejančiomis bet kurios lygčių sistemos (7), aprašančios kiekvieno produkto paskirstymą tinkle, bazinius ir nepriklausomuosius kintamuosius su šio produkto tinklą vaizduojančio grafo medžio ir laisvųjų, t. y. nepriklausančių medžiui, lankų apkrovimų dydžiais, optimizaciją pagal atskirus nepriklausomuosius kintamuosius $\widetilde{x}_i$ galima pakeisti srautų optimizacija tinklo kontūruose, kuriuos suformuoja laisvieji lankai, prijungti prie medžio [3]. Antra vertus, pasinaudojus priklausomybėmis tarp lygčių sistemų, aprašančių produktų paskirstymą tinkle, ir tinklą aprašančio grafo lankų, lygčių sistemas (7) galima pakeisti tinklo lankų sąrašais, kuriuose atskirti medžio ir laisvieji lankai kiekvienam produktui ir lankų apkrovimo masyvu, sudarytu iš lankų apkrovimo vektorių. Tinklo lankų sąrašuose kiekvieną lanką atitinka jo kodas, kurį sudaro viršūnių, kurias jungia šis lankas, ir lanko numeriai. Lankų numeriai susieja tinklo lankus ir jų apkrovas, užrašytus apkrovos masyve. Tai pats kompaktiškiausias lygčių sistemų (7) užrašymo būdas.

Kontūrinės optimizacijos algoritmu srautų paskirstymo uždavinys sprendžiamas trimis etapais: 1) pradinis srautų paskirstymas; 2) pirminė optimizacija; 3) pagrindinė optimizacija.

Pradinis srautų paskirstymas reiškia lygčių sistemos (2) transformavimą į sistemą (5), taikant grafų priemones. Jis atliekamas dviem etapais: 1) tinkle išskiriamas medis (vienas ir tas pats visiems produktams), orientuojant jo lankus nuo medžio šaknies į kabančias viršūnes; 2) iš tinklo viršūnių apkrovų nustatomos medžio lankų apkrovos taip, kad būtų įvykdytos srautų nenutrūkstamumo sąlygos. Ši procedūra gali būti realizuojama vienu iš būdų, aprašytu [11].

Jei pradinis medis parenkamas atsitiktinai, tai ir jį atitinkantis pradinis srautų paskirstymas gali būti tolimas nuo optimalaus. Todėl yra prasmė parinkti tinkamesnį medį su geresniu optimalumo kriterijaus atžvilgiu srautų paskirstymu. Tam gali būti taikoma iteracinė procedūra, vadinama pirmine optimizacija, cikliškai minimizuojanti kiekvieno kontūro lankų sumuojamąsias išlaidų funkcijas šių kontūrų lankų nulinių apkrovų aibėje, t. y. kiekvienoje iteracijoje sprendžiamas uždavinys:

$$\min_{\Delta x_i \in \Delta_i} F_i(\Delta x_i) = \sum_{l \in \mathbf{I}_i} f_l(x_l + c_{li}\Delta x_i), \tag{8}$$

čia $\Delta_i = \{\Delta x_i / \Delta x_i = -c_{li}x_l,\ l \in \mathbf{I}_i\}$, t. y. aibė i-tojo laisvojo lanko apkrovos vektorių, paverčiančių kurio nors kontūro lanko apkrovą nuline; e_{li} – koeficientas, lygus 1, jei l lanko ir laisvojo lanko i, suformavusio kontūrą, kryptys kontūre sutampa, ir –1, jei kryptys priešingos. Jei atlikus procedūrą (8) kontūrui priklausančio medžio lanko apkrova tampa nuline, tai medžio lankų kodų sąraše šį lanką pakeičia kontūrą suformavusio laisvojo lanko kodas.

Pradinis arba po pirminės optimizacijos gautas srautų paskirstymas gerinamas pagrindinės optimizacijos algoritmu, kuris susideda iš cikliškai atliekamų dviejų etapų. Algoritmo pirmasis etapas – tai iteracinė procedūra, kurios kiekvienoje iteracijoje optimizuojamas vieno produkto paskirstymas tinkle, visų kitų produktų paskirstymui nekintant. Bendruoju atveju algoritmui imami atskiri tinklo lankų sąrašai kiekvienam produktui. Algoritmo iteracijoje, kurioje optimizuojamas j-tojo produkto paskirstymas, cikliškai minimizuojama kiekvieno kontūro lankų sumuojamoji išlaidų funkcija, t. y. kiekvienam kontūrui sprendžiamas uždavinys:

$$\min_{a \le \Delta x_k^j \le b} F_k^j(\Delta x_k^j) = \sum_{l \in \mathbf{I}_k^j} F_i(x_i \parallel \bar{x}_i^j + e_{ik}^j \Delta x_k^j), \tag{9}$$

čia j – iteracijoje paskirstomo tinkle produkto numeris; k – laisvojo lanko, suformavusio kontūrą, numeris; $\bar{x}_i^j$ – kintamojo x_i^j pradinė reikšmė; $\mathbf{I}_k^j$ – grafo lankų, priklausančių j-tojo produkto tinklo kontūrui, suformuotam k-tojo lanko, numerių aibė; e_{ik}^j – koeficientas, kurio reikšmė lygi 1, jei i-tojo ir laisvojo lanko k kryptys kontūre sutampa, ir -1 priešingu atveju. Šis koeficientas lygus incidencijų matricos H^j elementui, esančiam kintamojo x_i^j eilutėje ir kintamojo x_k^j stulpelyje. Optimizacijos intervalas $[a,b]$ – tai mažiausias laisvojo lanko apkrovimo j-tuoju produktu pokyčių intervalas, kuriame gaunama bet kurio kontūro lauko apkrova šiuo produktu, atitinkanti mažiausią šio lanko išlaidų funkcijos reikšmę.

Jeigu išsprendus uždavinį (9) kurio nors kontūro lanko, priklausančio medžiui, apkrova j-tuoju produktu atitinka šio lanko išlaidų funkcijos kritinį (t. y. lūžio ar trūkio) tašką, tai šio lanko kodas medžio lankų sąraše keičiamas laisvojo lanko, suformavusio kontūrą, kodu. Toks grafo struktūros keitimas leidžia pagreitinti algoritmo konvergavimą neglodžiųjų išlaidų funkcijų atveju. Procedūra (9) cikliškai kartojama kiekvienam produkto tinklo kontūrui tol, kol bus įvykdyta iteracijos sustojimo sąlyga, t. y. kiekvieno kontūro sumuojamosios išlaidų funkcijos reikšmių pokytis bus mažesnis už nustatytą dydį. Algoritmo pirmojo etapo iteracijos cikliškai kartojamos tol, kol bus įvykdytos sustojimo sąlygos kiekvienai iteracijai.

Po pirmojo algoritmo etapo gautas srauto paskirstymas gali priklausyti aibei taškų, vadinamų kritiniais, kuriuose pažeidžiamas išlaidų funkcijos glodumas. Jei šios taškų aibės, kurioms priklauso srautų paskirstymas, apibrėžiamos bendro pavidalo tiesinėmis lygtimis, vadinamomis kritinėmis, į kurias įeina daugiau kaip vienas kintamasis su nenuliniu koeficientu, tai atliekamas antrasis algoritmo etapas. Tai yra daugdarų susikirtimo optimizacija, kurios apibrėžiamos kritinėmis lygtimis, kurias atitinka srauto paskirstymas, gautas po pirmojo algoritmo etapo ir antrojo etapo iteracijų. Daugdarų optimizavimas ypatingas tuo, kad optimizuojamas ne tik atskirų kontūrų srautas, bet ir kontūrų, vadinamų susietais kontūrais, grupės [4]. Kontūrai yra susieti, jeigu kintant srautui viename iš kontūrų, kuris vadinamas pradiniu susietų kontūrų grupės kontūru, kis srautai ir kituose grupės kontūruose. Kiekviename iš susietų kontūrų kis tik vieno kurio nors produkto srautas. Laisvojo lanko, formuojančio nesusietą arba susietų kontūrų grupės pradinį kontūrą, apkrovą produktu, kurio srautas keičiamas šiame kontūre, žymimas kintamuoju z_k; čia k – kontūro numeris.

Antrasis algoritmo etapas – tai iteracinė vienmatės optimizacijos procedūra, cikliškai kartojama kiekvienam nepriklausomajam kintamajam z_k tol, kol atitiks algoritmo sustojimo sąlygas. Optimizavimo procedūra susietų kontūrų atvejui užrašoma taip:

$$\min_{a \le \Delta z_k \le b} F_k(\Delta z_k) = \sum_{l \in \mathbf{I}^k} F_l(x_l(\Delta z_k)), \tag{10}$$

čia $[a,b]$ – minimalus nepriklausomojo kintamojo z_k pokyčių intervalas, kuriam gaunama bet kurio susietų kontūrų lanko nulinė apkrova produktu, kurio srautas šiame lanke kinta, kintant nepriklausomajam kintamajam z_k ; $\mathbf{L}^k$ – visų susietų kontūrų grupės lankų aibė, kurios pradinis kontūras yra k . Priklausomybė $x_l(\Delta z_k)$ yra tiesinė, o jos išraiška pateikta [4].

Po atskiros antrojo etapo iteracijos, t. y. po optimizavimo procedūros (9) ir (10) bendrojo pavidalo kritinių lygčių, kurias atitinka gautasis srautas, skaičius gali padidėti. Kartu atitinkamai sumažėja optimizavimo kintamųjų z_k skaičius, ir antrojo algoritmo etapo procedūra kartojama. Pirmasis ir antrasis pagrindinės optimizacijos algoritmo etapai cikliškai kartojami, kol po pirmojo arba antrojo algoritmo etapo srauto paskirstymas nepakinta. Šis paskirstymas ir atitinka lokalųjį uždavinio sprendinį, gautą numatytu tikslumu. Taigi skirtingai nuo nuosekliojo paskirstymo algoritmo kontūrinio optimizavimo algoritmas konverguoja ir neglodžiųjų išlaidų funkcijų atveju.

3. Išlaidų funkcijų modeliavimo ypatybės

Išlaidų funkcijų modeliavimas yra atskiras ir gana sudėtingas uždavinys. Šių funkcijų pobūdis ir konkreti išraiška priklauso nuo transporto sistemos tipo (normatyvinė ar deskrityvinė), nuo transporto rūšies ir jo elementų techninės būklės. Tačiau yra žinoma pakankamai šios srities darbų, kurie gali būti pritaikyti ir Lietuvos sąlygomis. Bene daugiausia rezultatų pasiekta modeliuojant tokių Lietuvai svarbių transporto rūšių kaip geležinkelio [12] ir automobilių [2] transporto išlaidų funkcijas. Konkreti išlaidų funkcijos išraiška ir jos struktūros detalizavimo lygis priklauso tiek nuo norimo srautų paskirstymo tikslumo, tiek nuo galimybės gauti reikalingą pradinę informaciją ir nuo jos tikslumo. Paprastai išlaidos skaičiuojamos vienam kelio kilometrui, o išlaidos visam keliui ar jo daliai gaunamos dauginant kilometro išlaidas iš kelio ilgio ar jo dalies. Taip skaičiuojamos išlaidų funkcijos skirsis tik nuo kelio techninio aprūpinimo lygio (jei neįvertinamos konkrečios eismo sąlygos keliuose ar jų dalyse), ir jų skaičius priklausys tik nuo galimų transporto sistemos elementų būklių skaičiaus, kuris yra daug mažesnis negu transporto elementų skaičius. Labai svarbu žinoti išlaidų funkcijų matematines savybes, nuo kurių priklauso ir metodų, taikomų transporto srautams optimizuoti, efektyvumas.

Vežimai transporto tinkle susiję su išlaidomis, kurias sudaro tiesioginės sąnaudos, t. y. laiko, degalų, transporto priemonių amortizacija ir pan. pinigine išraiška, ir eksploatacinės išlaidos, kurių reikia visoms transporto sistemos sudėtinėms dalims aptarnauti ir palaikyti. Jeigu konkrečiai vežimų apimčiai būtina padidinti atskirų tinklo elementų laidumą, t. y. reikia tinklo elementų rekonstrukcijos arba būtina naujų transporto tinklo elementų statyba, tai išlaidos padidėja tokiu dydžiu, kuris būtinas transporto sistemai plėsti bei ją modernizuoti. Visos išlaidos pateikiamos palyginamąja forma, t. y perskaičiuojamos vienam laiko momentui. Jeigu tinklo elementų būklės nekinta, tai pagrindinės išlaidos iš esmės susideda tik iš tiesioginių ir ekspoatacinių išlaidų, skirtų transporto priemonių normaliam darbui užtikrinti. Šių išlaidų dydis kiekvienam elementui priklauso nuo šio elemento techninės būklės ir nuo jo apkrovimo. Eksploatacinių išlaidų priklausomybė nuo transporto elemento apkrovimo, net jei jo techninė būklė nekinta, yra netiesinė. Šis netiesiškumas būdingas visoms transporto rūšims. Sakysime, sąnaudos, susijusios su krovininių traukinių stabdymu bei įsibėgėjimu praleidžiant keleivinius traukinius, nėra proporcingos krovinių ir keleivių srautams ir didėja tuo greičiau, kuo didesnis judėjimo intensyvumas. Arba automobilių transporto sąnaudos, aplenkiant mažesniu greičiu važiuojančius automobilius, didesnės kelyje, kuriame yra didesnis judėjimo intensyvumas. Jūrų ar upių uostuose sąnaudos didėja dėl laiko nuostolių, kurie atsiranda didėjant eilei laivų, laukiančių aptarnavimo. Vamzdynų transporte, siekiant padidinti dujų ar naftos produktų perdavimo apimtis, didinamas srauto greitis, dėl to dar labiau padidėja energijos sunaudojimas, nes reikia įveikti pasipriešinimą judėjimui vamzdyne. Šis netiesiškumas ypač išryškėja, kai kelio apkrova artėja prie laidumo ribos. Tuomet vežimo sąnaudos šiame transporto elemente didėja daug greičiau negu vežimų apimtys, t. y. išlaidų priklausomybė nuo srauto dydžio transporto elemente, kurio techninė būklė nekinta, gali būti pakankamai tiksliai išreikšta iškiląja funkcija. Kai transporto elemento laidumas yra beveik išnaudotas, vežimų sąnaudos tampa labai didelės. Šios sąnaudos gali būti sumažintos rekonstruojant transporto elementą ir tuo padidinant jo laidumą, t. y. techninį lygį. Tačiau šiuo atveju išlaidų ir vežimų apimčių per šį elementą priklausomybė tampa sudėtingesnė ir bendruoju atveju išreiškiama neiškiląja funkcija, o tai komplikuoja srautų paskirstymo tinkle uždavinio sprendimą.

Pastovių įrenginių tobulėjimas visose transporto rūšyse paprastai vyksta šuoliškai, pasibaigus atitinkamam plėtojimo etapui, kurio metu padidėja transporto elemento techninis lygis. Didėjant vežimų apimtims transporto elemente ne tik didėja energijos, darbo, materialinės sąnaudos, reikia vis didesnio transporto priemonių skaičiaus, bet vyksta ir kiti pokyčiai, didinantys jo laidumą – montuojama nauja įranga, keičiama darbų technologija ir t. t. Visi šie procesai transporto elementui sukuria laidumo rezervą, dėl to keičiasi ir išlaidų kitimo pobūdis. Transporto elementui, kurio techninis lygis (būklė) yra aukštesnis, išlaidų dydis nuo vežimo apimčių auga lėčiau negu elemente, kurio žemesnis techninis lygis. Bendros išlaidos, kada keičiama i-tojo transporto elemento techninė būklė, išreiškiamos taip:

$$F_i(x_i, c_i) = f_i(x_i, c_i) + E \cdot K_i(c_i), \qquad (11)$$

čia $f_i(x_i, c_i)$ – i-tojo transporto elemento eksploatacinės išlaidos; E – normatyvinis kapitalinių įdėjinių efektyvumo koeficientas; $K_i(c_i)$ – kapitalinių įdėjinių apimtys, kurių reikia i-tojo transporto elemento techninei būklei pakeisti iš pradinės į būklę c_i.

Kiekvienai transporto elemento būklei yra sava optimalumo sritis. Jeigu vežimo apimtis yra šioje srityje, tai esama transporto elemento būklė yra optimali ir priešingai, jeigu vežimo apimtis yra už šios srities ribų, tai optimali transporto elemento būklė yra kita. Kiekvienoje iš šių sričių eksploatacinių išlaidų funkcija yra iškiloji, o bendra išlaidų funkcija – iš dalies glodžioji ir iš dalies iškiloji.

Geležinkelio linijos gali būti skirstomos pagal jų plėtros etapus: vieno kelio linija, vieno kelio linija su aplinkkeliais ir dviejų kelių geležinkelio linija. Kartais kaip atskiri etapai traktuojamos ir tokios pastovių įrenginių plėtros priemonės, kaip priėmimo ir išsiuntimo kelių ilginimas, valdymo ir ryšio sistemų tobulinimas. Kiekvienas iš šių variantų aprašomas savo išlaidų funkcija kelio kilometrui. Visais atvejais išlaidų funkcijų reikšmės priklauso nuo srauto dydžio arba judėjimo intensyvumo, išreiškiamo važiuojančių traukinių skaičiumi per laiko vienetą abiem kelio kryptimis [12]. Prekinio geležinkelio transporto atveju išlaidas kelio kilometrui galima išreikšti apibendrinta formule:

$$f(X^+, X^-) = f_d(X^+, X^-) + f_p(N_m), \qquad (12)$$

čia X^+, X^- – krovinių srautų apimtys viena ir kita kelio kryptimi; $N_m = (N^+, N^-)$ – judėjimo intensyvumas didesnio vežimo kryptimi; N^+, N^- – prekinių traukinių, važiuojančių kiekviena kelio kryptimi per laiko vienetą, skaičius. Srauto dydis ir judėjimo intensyvumas kelyje susieti priklausomybe:

$$X = \gamma\left(1 - \frac{q_y}{q_p}\right)Q \cdot N, \qquad (13)$$

čia γ – koreguojantis koeficientas, kurio dydis priklauso nuo to, ar laiko mastelis srauto dydžiui ir intensyvumui matuoti parinktas tas pats, ar skirtingas (pvz., jei srauto dydis skaičiuojamas metams, o intensyvumas – važiuojančių traukinių skaičiumi per dieną, tai $\gamma = 365$); q_t ir q_p – vidutinis ašies apkrovimas tuščiam (q_t) ir pakrautam (q_p) vagonui; Q – pakrauto vagono svoris, kuris nustatomas pagal formulę:

$$Q = \frac{q_l l_{p_i}}{l_a}, \qquad (14)$$

čia l_a – vagono dalies ilgis, tenkantis vienai ašiai (m), l_{p_i} – vidutinis priėmimo ir išleidimo kelių ilgis (m)

Išlaidų funkcijos (12) pirmasis dėmuo f_d – tai vežimo dviejų kelių geležinkelio linija išlaidos. Antrasis dėmuo f_p – papildomos išlaidos, susijusios su prastovomis vieno kelio geležinkelio linijoje. Eksploatacines išlaidas dviejų kelių linijoje galima išreikšti kaip šešių išlaidų dėmenų sumą, t. y.

$$f_d(X^+, X^-) = \sum_i^6 g_i, \qquad (15)$$

čia $g_1 = a_1 X^+$, $g_2 = a_2 X^-$ – tiesioginės vežimo išlaidos abiem kelio kryptimis; $g_3 = a_3 \mid N^+ - N^- \mid$ – tiesioginės išlaidos tuštiems vagonams grąžinti;
$g_i = a_{i1} N_m + a_{i2} X^+ + a_{i3} X^- + a_{i4} \mid N^+ - N^- \mid$ – išlaidos, priklausančios nuo krovinių vežimo laiko $(i = 4)$ ir krovinių vežimo nuotolio $(i = 5)$
$g_6 = a_{61}(X^+ + X^+) + a_{62} N_m$ – išlaidos, priklausančios nuo vežamų krovinių apimties. Koeficientai a_1, a_2, a_3 priklauso nuo kelio ilgio, lokomotyvo rūšies (šilumvežis ar elektrovežis), stoties priėmimo ir išleidimo kelio ilgio, pakrauto ir tuščio vagono ašies apkrovos, dyzelinio kuro, elektros energijos kainų ir kai kurių fizikinių parametrų. Koeficiento a_3 dydis priklauso ir nuo tuščių vagonų grąžinimo krypties. Kitų koeficientų dydžiai priklauso nuo lokomotyvo bei ašies valandos kainų, išlaidų lokomotyvą aptarnaujančių brigadų darbo užmokesčiui, lokomotyvo bei ašies kilometro išlaidų ir kitų parametrų.

Papildomos išlaidos vieno kelio geležinkelio linijai, susijusios su kelių susikirtimais, išreiškiamos taip:

$$f_p(N_m) = \frac{(N_m + b_1)N_m^2}{b_2 - b_3 N_m - b_4 N_m^2}. \qquad (16)$$

Koeficientai b_i išraiškoje (16) skaičiuojami remiantis traukinių sustojimų skaičiumi prie kelių sankirtų, prastovų laiku, išlaidomis traukiniui įsibėgėti ir stabdyti prie stotelių ir kt.

Kiekvienai geležinkelio linijai parametrai, įeinantys į koeficientų a ir b išraiškas, turi būti konkretizuojami, o šie koeficientai skaičiuojami pagal metodiką, aprašytą [12].

Vieno kelio linijai su aplinkkeliais išlaidos iki 70% kelio skaičiuojamos taip pat, kaip ir dviejų kelių linijai, o viršijus šį apkrovimą papildomos išlaidos kilometrui įvertinamos taip:

$$f_p(N_m) = a(N_m - b)^2, \tag{17}$$

čia koeficientai a ir b priklauso nuo kelio laidumo dydžio bei kitų techninių parametrų.

Visų šių koeficientų skaičiavimo metodika pateikta [12]. Ši metodika, tinkamai pakoreguota atsižvelgiant į šiandienines ekonomines sąlygas, tiktų ir Lietuvos geležinkeliams.

Automobilių transportas priklauso deskriptyvinėms sistemoms, todėl nustatyti kokias nors determinuotas išlaidų priklausomybes nuo įvairiausių veiksnių vargu ar įmanoma. Priklausomybės sudaromos taip, kad būtų adekvačios realiems procesams, o šių priklausomybių parametrai įvertinami remiantis statistikos duomenimis. Vienas iš variantų – kai išlaidų funkcija sudaroma iš tokių sudedamųjų dalių [2]:

a) išlaidos, priklausančios nuo automobilio važiavimo laiko,

b) išlaidos automobilio darbui,

c) išlaidos, susijusios su eismo įvykiais.

Visos šios išlaidos išreiškiamos kaip vieno kintamojo, apibūdinančio automobilio kelio laidumo naudojimo lygį, t. y. nuo eismo intensyvumo N ir techninės būklės (eismo juostų skaičiaus) c santykio, laipsninė funkcija.

Čia laikoma, kad automobilio kelio techninė būklė (eismo juostų skaičius) yra tolydusis dydis. Jeigu, pavyzdžiui, laikysime, kad viena eismo juosta yra ekvivalenti 2000 automobilių srautui, tai kelio techninė būklė gali būti įvertinta diskrečiaisiais skaičiais, kartotiniais skaičiui 2000.

Išlaidos, priklausančios nuo važiavimo laiko f_l, skaičiuojamos kaip važiavimo laiko sąnaudų ir jų visuomeninių laiko nuostolių įvertinimo sandauga. Važiavimo laiko sąnaudos priklauso nuo važiavimo greičio, kuris savo ruožtu priklauso nuo eismo intensyvumo kelio juostoje. Laikant, kad abu dauginamieji yra laipsninės kelio laidumo panaudojimo laipsnio funkcijos, gaunama tokia išlaidų, susijusių su važiavimo laiku, priklausomybė [2]:

$$f_l = N\left[a_1 + a_2\left(\frac{N}{c}\right)^{a_4} + a_3\left(\frac{N}{c}\right)^{2a_4}\right], \tag{18}$$

čia a_1, a_2, a_3, a_4 – koeficientai, nustatomi iš statistikos duomenų.

Išlaidas, susijusias su automobilio darbu f_a, sudaro išlaidos automobiliui įsigyti ir išlaikyti bei tiesioginės išlaidos, susijusios su važiavimu, t. y. išlaidos degalams, automobilio amortizacijai, remonto darbams. Išlaidos, susijusios su eismo įvykiais, matuojamos šių įvykių sukeltais nuostoliais – ekonominiais bei subjektyviais. Jos gali būti apskaičiuojamos kaip eismo įvykių kelio kilometrui skaičiaus ir su juo susijusių nuostolių visuomeninio įvertinimo vertinė išraiška, sandaugų suma pagal kiekvieno eismo įvykio tipą. Šių abiejų tipų išlaidų, t. y. susijusių su autotransporto darbu bei eismo įvykiais, funkcinė priklausomybė darbe [2] išreiškiama taip:

$$f_a = N\left[b_1 + b_2\left(\frac{N}{c}\right)\right]^5. \tag{19}$$

Automobilio kelio etapinį plėtojimą formaliai galima apibrėžti kaip jo rekonstrukciją į kelią, turintį daugiau eismo juostų. Tačiau skirtingų kategorijų automobilių keliai neretai taip skiriasi, jog kelio rekonstrukcija į aukštesnės kategorijos kelią iš esmės reiškia naujo kelio ar bent jau atskirų kelio ruožų tiesimą. Tai priklauso nuo gamtinių sąlygų.

Gamtinės sąlygos labai svarbios uostams, nes riboja jų plėtros galimybes. Jūrų uostai – tai sudėtingi transporto objektai, kuriuose turi būti derinamas ir kitų transporto rūšių (geležinkelio, autotransporto) darbas [13]. Šių transporto objektų išlaidų funkcijų modeliavimas yra sudėtingas ir dėl uostų specifikos. Todėl jiems yra sudėtinga išvesti universalias formules kaip geležinkelio arba automobilių transporto atveju. Yra bandymų apibrėžti šias funkcijas kaip priklausomybes tarp krovinių apyvartos ir uosto darbuotojų skaičiaus, taikant statistikos metodus [14]. Klaipėdos uostas labai svarbus Lietuvos ūkiui, todėl ši tyrimų kryptis yra svarbi ir perspektyvi.

Vamzdynų transporte dujų ir naftos produktų tiekimo išlaidos priklauso nuo vamzdžių skersmens. Tiekimo apimtis vamzdyne taip pat gali būti suskaidyta į intervalus, kuriems gali būti nustatyti vamzdžių skersmenys ir atstumai tarp siurblių stočių [14]. Analogiškai kaip ir geležinkeliui ar automobilių transportui, didėjant tiekimo apimtims, išlaidos vamzdyne gali būti sumažintos didinant vamzdžių skersmenis. Tačiau toks, atrodytų, natūralus būdas netaikomas, nes yra brangus. Paprastai vamzdžių skersmenys parenkami vamzdyno projektavimo stadijoje ir nekeičiami, o vamzdyno produktyvumas didinamas, didinant siurblių stočių skaičių trasoje, kuris leidžia padidinti spaudimą ir kartu produktų perdavimo greitį trasoje. Be to, jei reikia, kai kuriose trasos atkarpose tiesiami lygiagretūs vamzdynai. Vamzdynų transporto ir apskritai techninių paskirstymo sistemų išlaidų funkcijų modeliavimo klausimai nagrinėjami [15, 16]. Taigi vamzdynų kaip ir uostų atveju išlaidų funkcijas aprašo konkretus objektas.

4. Eksperimentinis srautų optimizavimo metodų palyginimas

Nuosekliojo paskirstymo ir kontūrinės optimizacijos metodai buvo palyginti apskaičiuojant krovinių srautų paskirstymą tinkle, kuris yra dalis realaus geležinkelio tinklo ir kuris buvo naudojamas nuosekliojo paskirstymo algoritmui įvertinti [12]. Šis tinklas (žr. pav.) susideda iš 43 transporto punktų ir 49 šiuos punktus jungiančių geležinkelio linijų, iš kurių 27 yra vieno kelio (vaizduojamos viena linija) ir 22 – dviejų kelių (vaizduojamos dviguba linija). Skaičiai virš linijų žymi jų ilgius kilometrais. Korespondencijos, kurios paskirstomos šiame tinkle, pateiktos lentelėje. Pradiniai punktai nurodyti šios lentelės eilutėse, o paskirties punktai – stulpeliuose. Skaičiai šios lentelės langeliuose reiškia vežimų tarp atitinkamų punktų apimtis dešimtimis tūkstančių tonų. Bendra vežimo apimtis lygi 266,06 mln tonų.

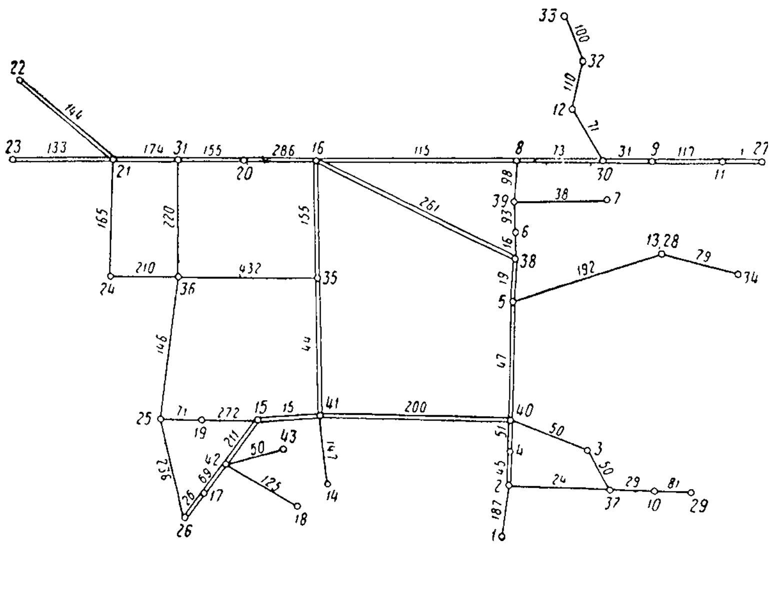
Nagrinėjamu atveju turime du linijų tipus – geležinkelio liniją su vienu keliu ir liniją su dviem keliais.

Eksperimentiniams skaičiavimams buvo imtos supaprastintos vežimo išlaidų priklausomybės. Nors jos išreiškia vidutinius apibendrintus ryšius ir neparodo kiekvieno kelio specifinių ypatybių, tačiau algoritmams patikrinti jų pakanka. Be to, tai leidžia skaičiavimų rezultatus palyginti su rezultatais, gautais skaičiuojant srautų paskirstymą kitais metodais [12]. Apskaičiavus vidutines arba kai kuriais atvejais imant tam tikras fiksuotas parametrų reikšmes, vežimo išlaidų priklausomybės nuo srauto dydžio kelio kilometrui nustatomos pagal šias formules [12]:

a) vieno geležinkelio kelio linijai

$$\begin{aligned} f_v\left(X^+,X^-\right) = {} & \frac{25\max^2\left(X^+,X^-\right)}{14{,}4-0{,}27\max\left(X^+,X^-\right)}\times\Big[5{,}486+ \\ & +2{,}11\frac{\min\left(X^+,X^-\right)}{\max\left(X^+,X^-\right)}+130(X^+ + X^-)+ \\ & +530\max\left(X^+,X^-\right)\Big], \end{aligned} \tag{20}$$

b) dviejų kelių geležinkelio linijai



Nagrinėjamas transporto tinklas ir jo pradinė techninė būklė
Discussed transport network and its initial technical state

Nagrinėjamo transporto tinklo vežimų matrica

Matrix of transportation for discussed transport network

Viršū-nės	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1		660	40	30			7				7				3	4	2		5	5	25	12	12
2	150			24	12	15	40	15	10	22	50	25		40	50	75	15	7	7	15	35	25	35
3	20			20	10		25	7		12	30	20		25	40	65	15		44	30	25	30	25
4	30	400	40			7	200	5		7	30		10	80	120		120				110	400	450
5	7	250	230				7			7	30				130	240		40		40	300	300	200
6	15	15		7			7		5	7	30				8	350			130	80	600	600	
7	30	30	10	15	15	6		5	5	10	50	25	10	20	30	15	15	15	15	15	120	30	25
8	20	15	7	7		5	5				30				5	17	5			7	10		8
9	15	8	8		7		500	50				500				5				5	20	30	
10	20	25	500	5		5					8				10								8
11		10	5		7		30	10	18	5		10			2	4				4	15	15	15
12		250	8	15	15	15	22	10	15		8				15	30	7	4		9	55	60	15
13																							
14		2		2			2		2		1	3			30	15	35	15	10	5	3	3	6
15	3	6		4		6	4		6		4	6		50		40	110	50	40	10	5	5	10
16	7	18	8	10	10	9	16	4		6	20	24		35	100		20	8	170	20	100	100	35
17		2		2			2		6		2	2		15	30	40		20	6	2	7	8	
18		1		2			2	2			2	2		8	25	15	8		4		8	8	3
19		3			2		3			2	1	8			3	69	80	6		15	45	25	
20		70	65			4	8				3	20		8	18	40	8	7	13		70	130	
21	6	15	8	8	10		15	15			20	35		15	50	170	35	25	45	200			
22	15	15	8	8		10	15		15		25			15	60	200	40	25	50				230
23		120		20	6		20		7		20	15		15	40	40	30	15					
24	10	20	10	15			15		5	10	15	20		17	50	65	40	20					
25	6	5				7				2	10	10		30	75	60	100	60		40	60	60	
26						7	15	15			50	120				45		8	9	25	330	410	
27		20		20										7	12		8						310
28	6	350	500	15		15				15		15		8	12	15	10	7		12	50	50	

$$f_d\left(X^+, X^-\right) = 130\left(X^+ + X^-\right) + 530\max\left(X^+, X^-\right). \tag{21}$$

Šiose formulėse srautų dydžiai išreiškiami milijonais tonų, o išlaidų dydžiai gaunami rubliais (koeficientai buvo skaičiuojami pagal tuo metu galiojančius įkainius bei piniginius vienetus).

Skaičiuojant srautų paskirstymą kontūrinės optimizacijos metodu geležinkelio tinklas vaizduojamas orientuotojo grafo pavidalu, ir krovinių, vežamų lauko kryptimi, srautų dydžiai išreiškiami teigiamaisiais skaičiais, o vežamų priešinga kryptimi – neigiamaisiais. Šiam algoritmui buvo imtas kitas išlaidų funkcijų pavidalas, gautas po nesudėtingų pertvarkymų, t. y.:

$$f_i(v_i, w_i) = \left[\varphi_i^1(v_i) + \varphi_i^2(v_i)\, w_i\right] l_i, \tag{22}$$

čia

$$v_i = \left(\sum_j^n \left|x_i^j\right| + \left|\sum_j^n x_i^j\right|\right)\Big/2 = \max\left(X_i^+, X_i^-\right),$$

$$w_i = \left(\sum_j^n \left|x_i^j\right| - \left|\sum_j^n x_i^j\right|\right)\Big/2 = \min\left(X_i^+, X_i^-\right),$$

l_i – i-tosios linijos ilgis.

Vieno kelio geležinkelio linijai

$$\varphi_i^1(v_i) = \frac{137{,}2 v_i^2}{14{,}4 - 0{,}27 v_i} + 660 v_i \text{ ir}$$

$$\varphi_i^2(v_i) = \frac{52{,}8 v_i}{14{,}4 - 0{,}27 v_i} + 130.$$

Dviejų kelių geležinkelio linijai

$$\varphi_i^1(v_i) = 660 v_i \text{ ir } \varphi_i^2(v_i) = 130.$$

Darbe [12] pateikti skaičiavimo rezultatai tinklui (žr. pav.), paskirstant krovinių srautus nuosekliojo paskirstymo metodu, kai korespondencijos yra paskirstomos dalimis ar jų nedalijant, taip pat naudojant ar nenaudojant specialių priemonių, pagreitinančių algoritmo konvergavimą. Kontūrinės optimizacijos algoritmas šiam pavyzdžiui buvo pakoreguotas – algoritmo iteracija buvo laikoma vienkartinė optimizacija visų produktų tinklų kontūruose. Toks pakeitimas leido iš dalies suartinti abiejų algoritmų iteracijų struktūras ir juos palyginti. Pradinis srautų paskirstymas rastas paskirstant korespondencijas trumpiausiais keliais. Kontūrinės optimizacijos algoritmas atlikus 50 iteracijų (įskaitant ir pirminės optimizacijos iteracijas) davė rezultatą, kuris nedaug skiriasi nuo optimalaus srautų paskirstymo, gauto nuosekliojo paskirstymo metodu. Optimalumo kriterijaus reikšmė, gauta kontūrinės optimizacijos metodu, šiek tiek didesnė negu geriausias rezultatas, gautas nuosekliojo paskirstymo metodu, t. y. 91,22 ir 91,05. Antrojo algoritmo etapo neprireikė, nes po pirmojo etapo gautas paskirstymas netenkina nei vienos bendro pavidalo kritinės lygties, kuri nagrinėjamų išlaidų funkcijų atveju išreiškia bendrų srautų apimčių abiem kelio kryptimis lygybę.

Tam pačiam tinklui buvo sprendžiamas ir statinis tinklo plėtojimo uždavinys be išteklių ribojimų. Šiuo atveju reikėjo numatyti galimybę vieno kelio geležinkelio liniją rekonstruoti į vieno kelio liniją su aplinkkeliais ir į dviejų kelių liniją, atsižvelgiant į krovinių srauto dydį didesnio vežimo intensyvumo kryptimi v_i. Sutinkamai su sąlygomis, aprašytomis [12], aplinkkelio kilometro statybos kaina, tarkim, yra 90 tūkst. rb, o antrojo kelio kilometro statybos kaina – 180 tūkst. rb. Kai normatyvinio efektyvumo koeficiento reikšmė $E = 0{,}1$, ekonominiu požiūriu tikslinga statyti aplinkkelius, jei vežamų krovinių apimtis vieno kelio geležinkelio linijoje didesnio jo apkrovimo kryptimi v_i viršija 22,5 mln tonų per metus, arba antrą kelią, jeigu srautas $v_i > 32$ mln tonų. Kelyje su aplinkkeliais eksploatacinės vežimo išlaidos apskaičiuojamos kaip ir dviejų kelių linijoje, jeigu $v_i \le 28$ mln tonų. Jeigu srautas didesnio apkrovimo kryptimi viršija šį dydį, tai papildomos išlaidos išreiškiamos šia formule [12]:

$$\frac{EK}{32}\left(v_i - 28\right)^2 \cdot \max\left(v_i - 28; 0\right), \tag{23}$$

čia $E = 0{,}1$ ir $K = 90\,000$. Taigi vieno kelio linijai su aplinkkeliais:

$$\varphi_i^1(v_i) = 660 v_i + 28{,}1\left(v_i - 28\right)^2 \cdot \max\left(v_i - 28; 0\right)$$

ir

$$\varphi_i^2(v_i) = 130. \tag{24}$$

Optimali tinklo būklė, gauta taikant nuosekliojo paskirstymo metodą Benderso sprendimo schemoje, nustatoma vieno kelio geležinkelio linijas 5–13 ir 6–38, kurių ilgiai atitinkamai lygūs 192 ir 16 km, rekonstravus į vieno kelio linijas su aplinkkeliais. Tam reikia kapitalinių įdėjinių $(192 + 16) \cdot 90\,000 = 18{,}72$ mln rb dydžio. Po šios rekonstrukcijos vežimo eksploatacinės išlaidos sumažėjo nuo 91,05 mln rb iki 87,26 mln rb, o bendros išlaidos sudaro $87{,}26 + 0{,}1 \cdot 18{,}72 = 89{,}13$ mln rb.

Rezultatai, gauti kontūrinės optimizacijos metodu, tokie patys kaip ir nuosekliojo paskirstymo ir Benderso metodų sintezės atveju, tačiau optimalumo kriterijaus reikšmė šiek tiek didesnė ir lygi 87,44+0,1× ×18,72=89,31 mln rb. Nors kelių ekstremumų uždavinio atveju kontūrinės optimizacijos metodas turi tam tikrų pranašumų, kadangi jis nėra vien tik griežtai lokalusis metodas, tačiau nagrinėjamam uždaviniui gauti panašūs skaičiavimo rezultatai, matyt, dėl to, jog nagrinėjamas uždavinys yra unimodalusis arba globalusis minimumas yra gana ryškiai išreikštas ir turi plačią „pritraukimo“ zoną. Skaičiavimų trukmės atžvilgiu algoritmus sunku palyginti, kadangi skaičiavimo trukmė priklauso ir nuo skaičiavimams naudojamo kompiuterio tipo, ir nuo programavimo kalbos, kuria užrašytas algoritmas, ir, svarbiausia, nuo pačios programos kokybės (kontūrinės optimizacijos algoritmo programinei realizacijai buvo panaudota programavimo kalba VISUAL BASIC 5.0 operacinei sistemai „Windows 95“). Nors visapusiškai įvertinti algoritmus įmanoma tik daugkartinio realių uždavinių sprendimo procese, skaičiavimo rezultatai šiam konkrečiam atvejui rodo, kad kontūrinės optimizacijos algoritmas gali būti taikomas praktiniams skaičiavimams. Tai pagrindinė šio eksperimento išvada.

5. Išvados

1. Tiek normatyvinių, tiek ir deskriptyvinių transporto sistemų srautų paskirstymas aprašomas to paties tipo optimizacinais modeliais, o jų sprendimui taikomi tokie patys metodai, nors optimalumo kriterijaus turinys ir interpretacija yra skirtingi.

2. Praktinę reikšmę turinčių srautų paskirstymo uždaviniams spręsti bendrieji metodai nėra efektyvūs, o tinkamų metodų yra nedaug.

3. Išlaidų funkcijų modeliavimas yra atskiras ir sudėtingas uždavinys, skirtingas įvairioms transporto rūšims. Tačiau bendra yra tai, jog transporto tinklui, kai nekinta jo elementų techninės būklės, vežimo išlaidų priklausomybė nuo vežimo apimčių išreiškiama iškiląja funkcija.

4. Eksperimentiniai skaičiavimai parodė, jog straipsnyje pasiūlytas kontūrinės optimizacijos metodas srautams optimizuoti tinka ir praktinę reikšmę turintiems uždaviniams spręsti.

Literatūra

1. Оптимизация планирования и управления транспортными системами. М.: Транспорт, 1987. 208 с.
2. П. А. Стенбрик. Оптимизация транспортных сетей / Пер. с англ. М.: Транспорт, 1981. 320 с.
3. G. Dievulis. Transporto srautų modeliavimas ir planavimas // Inžinerinė ekonomika, 1998, Nr. 1(10), 1998, p. 14–28.
4. G. Dievulis. Transporto srautų paskirstymas tinkle esant neglodžioms kainos funkcijoms // Inžinerinė ekonomika, 1998, Nr. 2(11), 1998, p. 33–37.
5. G. Dievulis. A method of contour optimization for transport flow distribution // Statistics in Transition (Journal of the Polish Statistical Associations), 1999, Vol 4, No 2, p. 201–212.
6. M. Minoux. Network synthesis and optimum network design problems: models, solution methods and applications // Networks, 1989, Vol 19, No 2, p. 313–360.
7. T. L. Magnanti, R. T. Wong. Network design and transportation planning models and algorithms // Transportation Science, 1984, Vol 18, No 1, p. 3–55.
8. Е. М. Васильева, Б. Ю. Левит, В. Н. Лившиц. Нелинейные транспортные задачи на сетях. М.: Финансы и статистика, 1981. 104 с.
9. Н. Кристофидес. Теория графов. Алгоритмический подход / Пер. с англ. М.: Мир, 1978. 432 с.
10. Ф. Харари. Теория графов / Пер. с англ. М.: Наука, 1973. 300 с.
11. G. Dievulis. Pradinių transporto srautų planavimo būdai // Transportas, 1997, Nr. 2(15), 1997, p. 61–67.
12. Б. Ю. Левит, В. Н. Лившиц. Нелинейные сетевые транспортные задачи. М.: Транспорт, 1972. 144 с.
13. A. Baublys. Transporto sistemos teorijos įvadas. Vilnius: Technika, 1977. 300 p.
14. Проблемы прогнозирования и планирование работы транспорта. М.: Наука, 1982. 238 с.
15. В. Н. Пшеничный, Е. Е. Кирик. Алгоритмы оптимального распределения потоков в сетях // Кибернетика и системный анализ, 1993, № 4, с. 29–39.
16. В. Н. Пшеничный, Е. Е. Кирик. Методы нелинейного программирования и потоки в сетях // Кибернетика и системный анализ, 1994, № 6, с. 67–77.

Įteikta 2000 02 28

METHODS FOR OPTIMIZING TRANSPORT FLOWS AND THEIR EXPERIMENTAL COMPARISON

G. Dievulis

S u m m a r y

The problem of optimizing the transport flow distribution in the network is considered. The problem can be described by the optimization model (1)-(3) with a nonlinear objective function and linear constraints of special structure. The optimality test of the model is the cost function that expresses the dependence of transportation expenses on the distribution of flows in the network. Constraints of the problem express the conditions of flow continuity which

relate the transportation volume, size of flows, and topology of the transport network. To solve this problem on principle one can use the known methods of nonlinear programming, however, the general methods are insufficient and not suitable for solving the problems of great volume. Classical methods for solving the problem of flow distribution are based on the linearization principle due to which a nonlinear optimization problem is replaced by a sequence of linear problems. These algorithms, however, are but weakly convergent in case the cost function is not smooth. The algorithm proposed by the author for solving the problems of flow distribution is based on the optimization of flows in separate contours or their groups. Using this algorithm the optimization of transport flows is performed in three stages: 1) finding of the initial flow distribution that satisfies the conditions of flow continuity (2); 2) primary optimization that improves the initial flow distribution in the sense of the optimality test. The primary optimization is an iterative procedure at each iteration of which problem (8) is solved; 3) basic optimization. The basic optimization consists of two cyclically performed stages. In the first stage, at each iteration of it we optimize the distribution of a fixed product. For this we cyclically optimize the flow of a given product in each contour of the network, i.e., for each contour we solve problem (9). If after the first stage of the basic optimization the flow distribution obtained corresponds to the point at which the smoothness of the cost function is violated, we perform the second stage of the basic optimization. In this stage, following the rules determined by the algorithm we optimize flows both in individual contours and in their groups. In the latter case the minimization procedure is described by formula (10). Calculations are terminated as soon as the flow distribution does not change after the first or the second stage of the basic optimization and the algorithm of contour optimization, contrary to the other known algorithms, converges to the local solution even in the case of nonsmooth functions.

The peculiarities of modelling cost functions for individual kinds of transport are analyzed. This issue is dealt with more in detail for the railway and automobile transport. Despite some differences of cost functions for individual kinds of transport, they bear one common property. If the technical state of transport network elements does not change, the dependence of transportation expenses on the flow distribution is described by convex functions that are not necessarily smooth. If the technical state of transport elements can change, then the cost function becomes nonconvex and the problem itself of transport flow distribution belongs to the class of multi-external problems.

The results of experimental calculations are presented, they confirm that the algorithm of contour optimization is suitable for solving problems of practical significance.

GEDIMINAS DIEVULIS

Doctor, Associate Professor, Department of Civil Law and Economic Analysis, Lithuanian Academy of Police, Ateities g. 20, LT–2057 Vilnius, Lithuania.

Doctor of Science, Latvian State University, 1969. First degree in Engineering and Management, Kaunas Polytechnic Institute (KPI), 1963. An economic expert of the Independent Centre for Strategic Research, a member of the Expert Council of the Centre. Publications: 1. “The dynamic multisector model for determination of perspective indices of regional reproduction on an enlarged scale”. Collection of articles “Models of planning and prognostication”. Berlin, 1981. 2. “Software for automation of operational management of ship-repair enterprises”. Vilnius, 1987. 3. “Operational management automation at a ship-repair enterprise with consideration of production peculiarities”. Transactions of the Lithuanian Academy of Sciences. A series, 1988, v. 1. 4. “Usage of applied programme packets for automated operational production control of ship-repair enterprises”. Transactions of the Lithuanian Academy of Sciences. A series, 1988, v. 2. 5. “A mathematical model for optimum development of transport and an algorithm of its solution”. Collection of articles “Formation of the Lithuanian transport system”. Vilnius, 1990.