

日地系统 L_2 点Halo轨道绳系卫星编队动力学

赵军 蔡志勤 齐朝晖 黄琳琳

(大连理工大学 116024 大连)

摘要: 研究平动点附近周期轨道上旋转多体绳系卫星编队系统的非线性耦合动力学问题。编队系统为各卫星质量接近的轮辐状结构,位于日地系统第二平动点附近,整个系统的旋转保持系绳处于张紧状态,建立Hill限制性三体问题的绳系编队系统动力学模型。针对处于留位阶段的典型对称三星编队,在位于较大Halo轨道上无控制力作用的情况下,进行母卫星轨道运动与系绳摆动耦合运动的动力学模拟,分析轨道方向、卫星质量比、系绳长度以及初始旋转速度对编队系统整体稳定性的影响。

关键词: Hill限制性三体问题; 平动点周期轨道; 绳系卫星编队; 动力学仿真

中图分类号: V412.4

文献标识码: A

1 引言

日地系统平动点及其周围轨道是观测宇宙、研究天文的理想场所,在深空探测中有巨大的应用前景。文献[1-5]开展平动点附近动力学的研究,文献[6-8]在平动点附近轨道动力学、稳定性、控制优化等方面进行探讨。以往的研究集中于平动点附近单个卫星情况,研究多个卫星绕平动点的编队飞行,在国内外都是新课题。平动点附近的编队飞行对建立长基线观测有独特的优势,但也面临如编队重构、保持阶段需要大量燃料等许多问题,为此提出无燃料推进方法,如利用太阳帆或者旋转绳系系统替代传统推进器来构成和维持卫星编队系统^[9-11]。变基线的干涉探测可通过严密控制绳系伸展/回收程序获得,利用旋转系绳可获得密集覆盖的观察面。

对绳系卫星的研究大都针对近地轨道^[12],通常假设系统轨道运动与姿态运动不耦合,且大多基于母卫星质量远大于子卫星质量^[13],而对于母卫星与子卫星质量接近情形,系绳摆动与轨道运动的耦合

缺乏必要的研究,而且平动点轨道具有不同于近地轨道的固有不稳定特性,微小的扰动就可能使系统偏离预定轨道。因此,对用于深空探测和成像等任务的平动点绳系卫星编队,从严格的力学基本原理出发建立相对比较精确的数学模型,研究轨道运动与系绳姿态运动之间的耦合动力学机理,具有重要的理论价值和现实意义。

以往对位于平动点附近的绳系卫星研究相对较少,且大都针对“单绳”系统^[14-15]。文献[16]基于圆形限制性三体问题(CRTBP)推导出平动点附近具有任意结构的多体绳系卫星系统动力学以及系绳张力方程,但是只针对姿态运动建模,没有考虑引力的作用及系统轨道运动。文献[17]基于CRTBP研究轮辐状绳系卫星编队的耦合动力学,假定母卫星非常接近平动点,轨道采用线性化一阶Lissajous轨道方程(仅适用于轨道高度只有几十千米量级),且只分析轨道高度变化对系绳摆动的影响。但平动点附近的绳系编队常用于可变基线的干涉测量等空间任务,母卫星并非定位于平动点上,且为避免“蚀”的影响,需定位在较大的Halo轨道上^[18]。文献[14]

基金项目: 国家自然科学基金(10972045) 来稿日期:2008-12-22 修回日期:2009-10-12

第一作者简介: 赵军,男,1981年生,大连理工大学工程力学系工业装备结构分析国家重点实验室,博士生;研究方向——绳系卫星动力学与控制。

E-mail: zhqcai@dlut.edu.cn

中提出基于平动点附近的绳系卫星研究, 趋向于基于较大Halo轨道的多体绳系卫星编队系统以及利用其完全非线性时变的系统动力学方程进行仿真。

考虑基于较大Halo轨道卫星编队的轨道运动及其相对运动的耦合属于多尺度问题^[19]。例如Halo轨道高度为700 000km左右, 各卫星相对距离约为1km; Halo轨道周期约为3个月, 相对运动周期仅几个小时, 上述动力学方程的刚性给数值求解带来一定的困难。Hill限制性三体问题(HRTBP)由CRTBP近似而来, 模型更简单便于数值求解, 特别适用于地球附近周期轨道的计算^[20]。对日地系统而言, 引入Hill近似带来的误差约为1.5%^[21]。区别于CRTBP中5个拉格朗日点, HRTBP只有两个拉格朗日点 L_1 和 L_2 , 而用于空间探测的绳系卫星编队系统, 通常基于地球两侧的 L_1 和 L_2 附近的周期轨道, 故从研究对象和数值计算角度考虑, 基于HRTBP是一个较好的选择。

本文基于HRTBP, 针对各卫星质量接近的编队情形, 考虑天体对各卫星的引力作用, 推导出轮辐状绳系卫星编队系统的耦合动力学方程, 对完全时变非线性的动力学方程组进行数值模拟, 研究轨道方向、卫星质量比、系绳长度以及初始旋转速度对编队系统整体稳定性的影响。

2 基于 HRTBP 的绳系卫星编队动力学模型

2.1 日地HRTBP模型及编队系统坐标系

考虑基于HRTBP的轮辐状多体绳系卫星编队系统。母卫星质量 m_p , 末端子卫星质量 m_i ($i = 1 \sim N$), 第 i 颗子卫星用长为 l_i 的系绳与母卫星相连。假定所有的卫星视为质点, 系统质心位于母卫星质心, 系绳始终处于张紧状态, 且忽略其变形与质量。

在HRTBP中, 编队系统质心运动用固结于地球上的连体旋转坐标系 $E\text{-}XYZ$ 描述, 记为 S_E , X 轴方向由太阳指向地球, Y 轴在两天体运动平面内垂直于 X 轴, Z 轴按右手定则垂直于 XY 平面。坐标轴单位向量分别为 $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ 。绕 L_2 的周期轨道用附加坐标系 $L_2\text{-}xyz$ 描述, 记为 S_L 。其坐标原点位于 L_2 , 各对应轴始终平行于 S_E 。另一个附加坐标系为位于母卫星质心的 $S_P\text{-}x_b y_b z_b$ 分别平行于 xyz 轴, 记为 S_P (图 1)。 θ_i 为相对 x_b 轴逆时针绕 z_b 轴的转动角, ϕ_i 是相对 z_b 轴正

向的摆角。坐标系 S_P 中, 第 i 颗子卫星相对母卫星的位置向量为

$$\mathbf{r}_i = \tilde{x}_i \hat{i} + \tilde{y}_i \hat{j} + \tilde{z}_i \hat{k} \quad (1)$$

其中

$$\tilde{x}_i = l_i \cos \theta_i \sin \phi_i, \quad \tilde{y}_i = l_i \sin \theta_i \sin \phi_i, \quad \tilde{z}_i = l_i \cos \phi_i$$

在 S_E 中, 母卫星相对地球的位置向量

$$\mathbf{R}_p = X \hat{i} + Y \hat{j} + Z \hat{k} \quad (2)$$

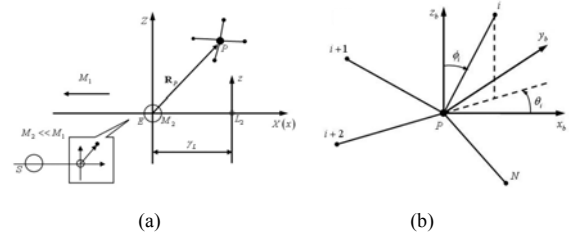


图 1 基于 HRTBP 的多体绳系卫星编队系统

2.2 基于 L_2 点的非线性动力学方程

根据惯性坐标系与旋转坐标系之间的关系, 母卫星和子卫星的速度为

$$\mathbf{v}_p = \dot{\mathbf{R}}_p + \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{R}_p \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_p + \dot{\mathbf{r}}_i + \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}_i \quad (4)$$

其中: $\dot{\mathbf{R}}_p$ 和 $\dot{\mathbf{r}}_i$ 表示在旋转坐标系中对时间求导; $\boldsymbol{\omega}_f = n \hat{k}$ (n 为坐标系 S_E 的旋转速度, 对日地系统 $n = 1.99099 \times 10^7 \text{ rad/s}$)。

系统动能

$$T = \frac{1}{2} m_p \mathbf{v}_p^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{v}_i^2 \quad (5)$$

根据HRTBP模型中单个卫星的势能^[20], 轮辐状多体绳系卫星的势能可表示为

$$V = -m_p \left[\frac{\mu_e}{R_p} + \frac{1}{2} n^2 (2X^2 - Y^2 - Z^2) \right] - \sum_{i=1}^N m_i \left\{ \frac{\mu_e}{|\mathbf{R}_p + \mathbf{r}_i|} + \frac{1}{2} n^2 [2(X + \tilde{x}_i)^2 - (Y + \tilde{y}_i)^2 - (Z + \tilde{z}_i)^2] \right\} \quad (6)$$

其中 μ_e 是地球引力常数。假定系绳长度远小于母卫星与地球间距离, $r_i \ll R_p$, 对于子卫星势能用多项式展开, 定义 \mathbf{u}_1 为 \mathbf{R}_p 的单位向量, 忽略三阶及其以上各项得到

$$\frac{1}{|\mathbf{R}_p + \mathbf{r}_i|} \approx \frac{1}{R_p} \left\{ 1 - \frac{\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{r}_i}{R_p} + \frac{1}{2} \left[\frac{3(\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{r}_i)^2 - r_i^2}{R_p^2} \right] \right\} \quad (7)$$

定义量纲一的变量

$$l_0 = (\mu_e / n^2)^{1/3}, \quad \tau = nt, \quad \mu_i = m_i / m_e, \quad m_i = m_p + \sum_{i=1}^N m_i,$$

$$\hat{X} = X / l_0, \quad \hat{Y} = Y / l_0, \quad \hat{Z} = Z / l_0, \quad \hat{l}_i = l_i / l_0 \quad (8)$$

其中 l_0 和 τ 是HRTBP中长度和时间的计算单位。根据式(5)、式(6)的能量表达式,应用拉格朗日方程可得到系统的动力学方程,取广义坐标 $q_i = (X, Y, Z, \theta_i, \phi_i)$,母卫星相对地球的量纲一非线性运动方程组为

$$\hat{X}'' - 2\hat{Y}' - 3\hat{X} + \frac{\hat{X}}{R_p^3} + \sum_{i=1}^N F_{Xi} = \frac{Q_x}{m_i n^2 l_0} \quad (9)$$

$$\hat{Y}'' + 2\hat{X}' + \frac{\hat{Y}}{R_p^3} + \sum_{i=1}^N F_{Yi} = \frac{Q_y}{m_i n^2 l_0} \quad (10)$$

$$\hat{Z}'' + \hat{Z} + \frac{\hat{Z}}{R_p^3} + \sum_{i=1}^N F_{Zi} = \frac{Q_z}{m_i n^2 l_0} \quad (11)$$

其中:()表示对量纲一时间求导; Q_x 、 Q_y 、 Q_z 分别为量纲一广义控制力; F_{Xi} 、 F_{Yi} 、 F_{Zi} 表示绳系子卫星对母卫星的扰动。若无子卫星的扰动,且广义控制力等于0,式(9)-式(11)退化为单个卫星HRTBP的动力学方程。

HRTBP两个拉格朗日点的坐标位置分别为 $L_1(-\gamma_L, 0, 0)$ 、 $L_2(\gamma_L, 0, 0)$ (其中无量纲值 $\gamma_L = (1/3)^{1/3}$)。为了讨论相对共线平动点 L_2 的运动,坐标原点由次重天体的质心移至共线平动点 L_2 上,并用小尺度因子 γ_L 将距离放大。在坐标系 L_2 -xyz中, $x = (\hat{X} - \gamma_L) / \gamma_L$, $y = \hat{Y} / \gamma_L$, $z = \hat{Z} / \gamma_L$,对绳长也作同样变换 $l_{iy} = \hat{l}_i / \gamma_L$ 。据此,可以得到母卫星相对 L_2 的运动方程为

$$x'' - 2y' - 3(1+x) + \frac{1+x}{R^3} + \sum_{i=1}^N F_{xi} = \frac{Q_x}{m_i n^2 l_0 \gamma_L} \quad (12)$$

$$y'' + 2x' + \frac{y}{R^3} + \sum_{i=1}^N F_{yi} = \frac{Q_y}{m_i n^2 l_0 \gamma_L} \quad (13)$$

$$z'' + z + \frac{z}{R^3} + \sum_{i=1}^N F_{zi} = \frac{Q_z}{m_i n^2 l_0 \gamma_L} \quad (14)$$

其中 F_{Xi} 、 F_{Yi} 、 F_{Zi} 具体形式见附录。

类似地,可以得到子卫星姿态运动的量纲一非线性动力学方程组

$$\begin{aligned} & \theta_i'' l_{iy}^2 S_{\phi_i}^2 + (C_{\theta_i} y'' - S_{\theta_i} x'') l_{iy} S_{\phi_i} + \phi_i' (1 + \theta') l_{iy}^2 S_{2\phi_i} + \\ & 1.5 l_{iy}^2 S_{\phi_i}^2 S_{2\theta_i} + [2x' C_{\theta_i} + 2y' S_{\theta_i} + \\ & 3(x+1) S_{\theta_i}] l_{iy} S_{\phi_i} - l_{iy} R^{-3} \rho_1 S_{\phi_i} + \\ & 1.5 l_{iy}^2 R^{-5} (2\rho_1 \rho_2 S_{\phi_i}^2 + z \rho_1 S_{2\phi_i}) = \frac{Q_{\theta_i}}{m_i n^2 l_0^2 \gamma_L^2} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \phi_i'' l_{iy}^2 + (C_{\theta_i} x'' + S_{\theta_i} y'') l_{iy} C_{\phi_i} - z'' l_{iy} S_{\phi_i} - \\ & 0.5(1 + \theta') l_{iy}^2 S_{2\phi_i} - 1.5 l_{iy}^2 S_{2\phi_i} C_{\theta_i}^2 + \\ & [2x' S_{\theta_i} - 2y' C_{\theta_i} - 3(x+1) C_{\theta_i}] l_{iy} C_{\phi_i} - \\ & z l_{iy} S_{\phi_i} + l_{iy} R^{-3} (\rho_2 C_{\phi_i} - z S_{\phi_i}) - \\ & 1.5 l_{iy}^2 R^{-5} [(\rho_2^2 - z^2) S_{2\phi_i} + 2z \rho_2 C_{2\phi_i}] = \frac{Q_{\phi_i}}{m_i n^2 l_0^2 \gamma_L^2} \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$S_{(\square)} = \sin(\square), \quad C_{(\square)} = \cos(\square),$$

$$\rho_1 = [(x+1) S_{\theta_i} - y C_{\theta_i}],$$

$$\rho_2 = [(x+1) C_{\theta_i} + y S_{\theta_i}],$$

$$R^{-3} = \gamma_L^{-3} (1 + 2x + x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2},$$

$$R^{-5} = \gamma_L^{-5} (1 + 2x + x^2 + y^2 + z^2)^{-5/2}$$

其中 Q_{θ} 、 Q_{ϕ} 是姿态运动的广义控制力。

3 系统平衡位置与线性化

假定母卫星非常靠近 L_2 点且子卫星没有面内旋转的情形,首先得到系统的平衡位置,然后在其附近对系统非线性方程组进行线性化。令方程(12)~式(16)中所有的外力项以及时间导数相关项等于0,则有

$$\begin{aligned} & (R^{-3} - 3)(1+x) + \sum_{i=1}^N \mu_i \{ (R^{-3} - 3) l_{iy} S_{\phi_i} C_{\theta_i} - \\ & 1.5 l_{iy}^2 R^{-5} (1+x) - 3 l_{iy} R^{-5} (x+1 + l_{iy} S_{\phi_i} C_{\theta_i}) \rho_{sc} + \\ & 7.5 l_{iy}^2 R^{-7} (1+x) \rho_{sc}^2 \} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & y R^{-3} + \sum_{i=1}^N \mu_i [l_{iy} R^{-3} S_{\phi_i} S_{\theta_i} - 1.5 l_{iy}^2 R^{-5} y - \\ & 3 l_{iy} R^{-5} (y + l_{iy} S_{\phi_i} S_{\theta_i}) \rho_{sc} + 7.5 l_{iy}^2 R^{-7} y \rho_{sc}^2] = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & (1 + R^{-3})z + \sum_{i=1}^N \mu_i \{ (1 + R^{-3}) l_{iy} C_{\phi_i} - 1.5 l_{iy}^2 R^{-5} z - \\ & 3 l_{iy} R^{-5} (z + l_{iy} C_{\phi_i}) \rho_{sc} + 7.5 l_{iy}^2 R^{-7} z \rho_{sc}^2 \} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & 1.5 l_{iy}^2 S_{\phi_i}^2 S_{2\theta_i} + [3(x+1) S_{\theta_i} - R^{-3} \rho_1] l_{iy} S_{\phi_i} + \\ & 1.5 l_{iy}^2 R^{-5} (2\rho_1 \rho_2 S_{\phi_i}^2 + z \rho_1 S_{2\phi_i}) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & 1.5 l_{iy}^2 S_{2\phi_i} C_{\theta_i}^2 + 0.5 l_{iy}^2 S_{2\phi_i} + 3(x+1) l_{iy} C_{\theta_i} C_{\phi_i} + \\ & z l_{iy} S_{\phi_i} - l_{iy} R^{-3} (\rho_2 C_{\phi_i} - z S_{\phi_i}) + \\ & 1.5 l_{iy}^2 R^{-5} [(\rho_2^2 - z^2) S_{2\phi_i} + 2z \rho_2 C_{2\phi_i}] = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

其中

$$R^{-7} = \gamma_L^{-7} (1 + 2x + x^2 + y^2 + z^2)^{-7/2},$$

$$\rho_{sc} = \rho_2 S_{\phi_i} + z C_{\phi_i}$$

x_{eq} 满足的方程以及同时满足式(17)~式(21)的值为

$$\frac{1}{(x_{eq}+1)^2} - (1+x_{eq}) + \sum_{i=1}^N \mu_i \left[\frac{l_{iy}^2}{(x_{eq}+1)^4} - l_{iy}(-1)^{i-1} \right] = 0, \\ \theta_{ieq} = (i-1)\pi, \phi_{ieq} = \pi/2, y_{eq} = 0, z_{eq} = 0 \quad (22)$$

对 $1/(1+x_{eq})^2$, $1/(1+x_{eq})^4$ 进行泰勒展开并忽略二阶及其以上各项, 求解方程(22)得到

$$x_{eq} = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i [l_{iy}^2 - l_{iy}(-1)^{i-1}]}{4 \sum_{i=1}^N \mu_i l_{iy}^2 + 3} \quad (23)$$

θ_{ieq} , ϕ_{ieq} 是第*i*根系绳处于平衡位置的转动角。系统平衡位置位于*x*轴上, 相对 L_2 点的位置由 x_{eq} 确定, 而 x_{eq} 大小取决于绳长和质量比。若取对称的三星结构, 母卫星位于*x*轴上 L_2 点附近, 两个子卫星分别位于 L_2 点两侧。若子卫星个数多于两个, 则会因为所有子卫星都位于*x*轴上而产生碰撞, 此时需要系统的自旋稳定或者结合其它的控制方案来保持系统构型。

定义 $\theta_i = \theta_{ieq} + \delta\theta_i$, $\phi_i = \phi_{ieq} + \delta\phi_i$, 在 L_2 附近泰勒展开 R^3 、 R^5 、 R^7 各式, 略去高阶项, 并代入系统非线性动力学方程组式(12)~式(16), 得到系统线性化的动力学方程组。若 x_{eq} 很小, 即假定母卫星在非常接近 L_2 的情形下, 可以计算出面内外的摆动频率, 面内约为 $3.46n$, 面外约为 $3.60n$ 。上述数值接近于文献[17]中基于CRTBP的结果($3.43n$, $3.58n$), 差别仅由于引入Hill近似产生。

4 非线性动力学仿真

考虑母卫星与子卫星质量接近的对称三星编队系统($N=2$), 利用MATLAB中的Gear法对耦合完全非线性方程组式(12)~式(16)进行数值求解。SPECS任务可以提供大小为 $50 \sim 1000m$ 的合成孔径^[22], 单根系绳长度范围约为 $25 \sim 500m$ 。本文考察留位阶段, 若无特别说明, 绳长为 $200m$ 不变。相关参数选取日地系统HRTBP中 L_2 点附近值。子卫星在坐标系 S_L 中的位置坐标为

$$x_i = x + l_{iy} \cos \theta_i \sin \phi_i, \quad y_i = y + l_{iy} \sin \theta_i \sin \phi_i, \\ z_i = z + l_{iz} \cos \phi_i \quad (24)$$

4.1 绳系编队和自由编队稳定性比较

图2比较绳系编队和自由编队的面内运动稳定性情况, 假定两种编队情形下母卫星均位于 L_2 点右侧, xy 平面内的坐标为 $(0.5km, 0.5km)$, 两子卫星连线平行于日地连线, z 方向无初始位移。绳系编队其它参数分别取: $\mu_1 = \mu_2 = 1/3$, $l_1 = l_2 = 1km$, 子卫星面内外的初相角分别取在平衡点处 $\theta_1(0) = 0$, $\theta_2(0) = \pi$, $\phi_1(0) = \phi_2(0) = \pi/2$ ^[17]。由图2可见对于自由编队: 两个子卫星均以一个较快的速度偏离 L_2 点; 绳系编队中子卫星偏离速度相对较慢。由于绳中张力和天体引力的共同作用, 使 L_2 点附近绳系编队具有更好的稳定性, 这对节省控制燃料, 延长平动点附近任务的寿命具有十分重要的意义。

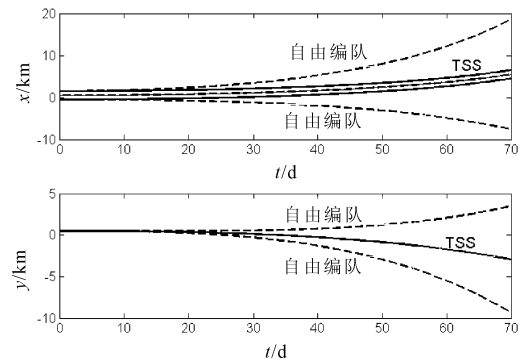


图2 绳系卫星系统(TSS)与自由编队的比较

4.2 母卫星Halo周期轨道计算

轨道分析表明, 限制性三体问题存在平面周期(Lyapunov)轨道和三维周期(Halo)以及准周期(Lissajous)轨道。为消除长期项影响, 要求每个Halo轨道取最小的 Ax 值, 日地系统 L_2 点附近的Halo轨道 Ax 的最小值为 $200\ 000\ km$ 。

图3所示为特定的Halo轨道, 初值选自Gene-sis或者SOHO任务。航天器在日地连线上投影到地球的距离约为 $1\ 200\ 000km$, 轨道“半径”约为 $280\ 000km$, 初速度约为 $0.35km/sec$ 。经过量纲一化、坐标变换和微分纠正过程^[23], 得到HRTBP中相对 L_2 的Halo轨道初值为

$$x(0) = -0.198\ 127\ 302, \quad z(0) = \pm 0.179\ 589\ 122, \\ \dot{y}(0) = 1.08\ 822\ 129\ 2, \quad y(0) = \dot{x}(0) = \dot{z}(0) = 0$$

其中: $z(0) > 0$ 对应 Northern Halo轨道; $z(0) < 0$ 对应 Southern Halo轨道。轨道周期均为 $178.85\ d$ 。

4.3 Halo轨道方向对系统稳定性的影响

假设母卫星分别位于图3中两种不同方向的Halo轨道上。子卫星面内外的初相角分别取 $\theta_1(0) = 5^\circ$, $\theta_2(0) = 185^\circ$, $\phi_1(0) = 85^\circ$, $\phi_2(0) = 95^\circ$ 。绳系编队其它参数为质量比 $\mu_1 = \mu_2 = 1/3$, 初始转速 $\omega_0 = 10n$ 。

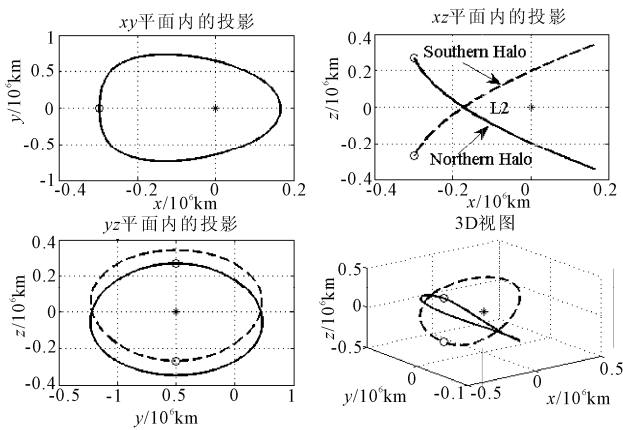


图3 Northern Halo 轨道与 Southern Halo 轨道

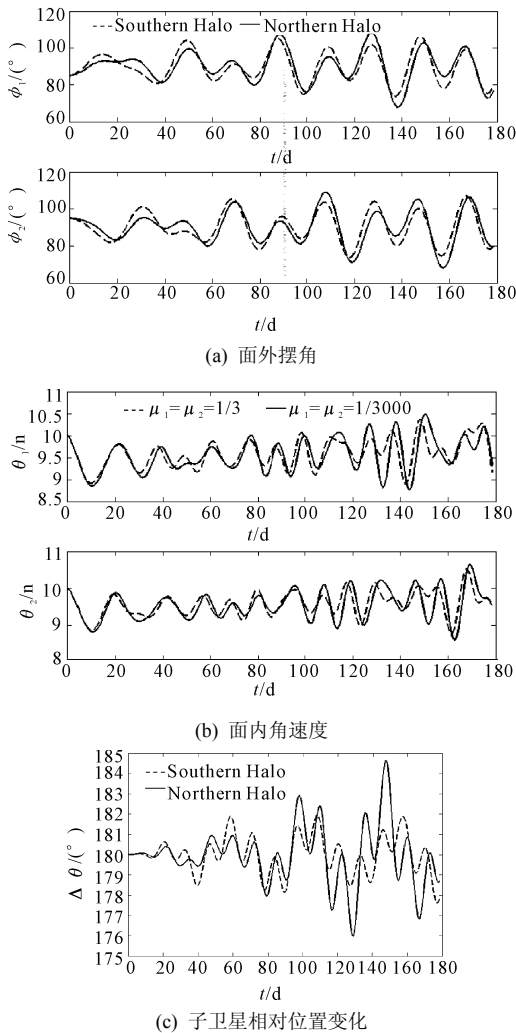


图4 轨道方向对系统姿态稳定性的影响

图4表示一个轨道周期(1T)内子卫星姿态运动变化情况,若母卫星轨道大小和周期均相同,仅轨道方向变化对面外摆动运动范围(图4a)以及面内角速度(图4b)变化影响很小。但Southern Halo轨道比Northern Halo轨道更有利于稳定两子卫星的面内夹角($\Delta\theta=\theta_1-\theta_2$)(图4c),保持系统的直线编队

构型。

4.4 初始旋转速度及质量比对系统稳定性的影响

假定母卫星定位于图2中Northern Halo轨道上,图5、图6分别针对两种不同转速下(慢速 $\omega_\theta=10n$,快速 $\omega_\theta=90n$),质量比的变化对系统稳定性的影响。积分时程为三个Halo轨道周期(3T)。

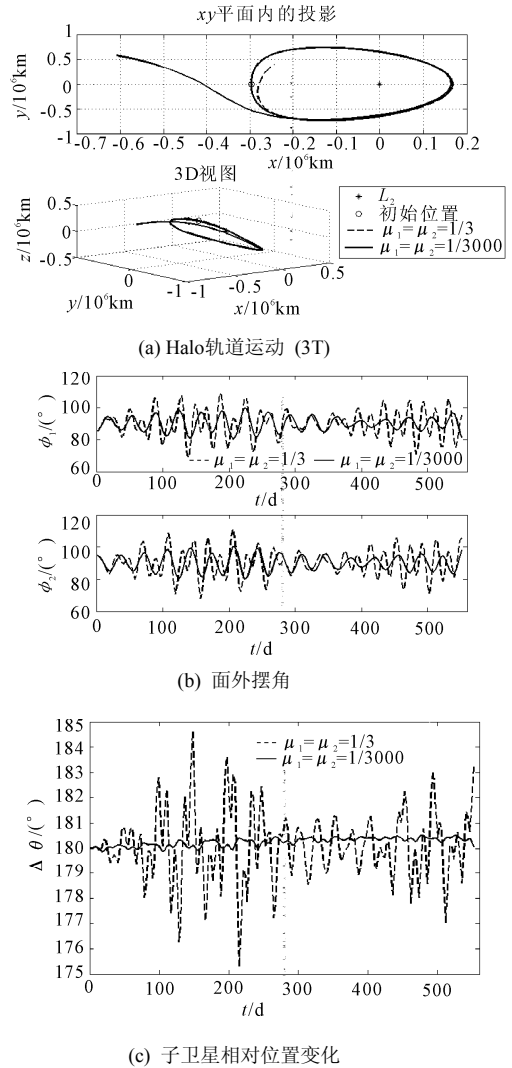


图5 慢速旋转下卫星质量比变化对稳定性的影响

由图5(a)可见慢速旋转的情形下:两种不同质量比编队系统的母卫星轨道运动均在相当长的时期内保持稳定,大质量比编队的轨道稳定性更好;面外摆动(图5(b))和编队构型(图5(c))都保持一定范围内,小质量比编队的姿态稳定性更好。由此可知对位于较大Halo轨道上的绳系编队系统:给定较小的面内初始旋转速度,就可实现系统的自旋稳定;且增加初始转速,有利于保持编队系统的稳定构型,有效降低面内碰撞风险。

由图6(a)可见快速旋转的情形下:两种质量比

编队系统的母卫星轨道运动能在相当长的时期内(3T)保持稳定;面外摆动(图6(b))和编队构型都比较稳定(图6(c)),质量比变化带来影响很小。由此可见对于快速旋转情形:系统稳定性主要由面内旋转运动支配,质量比的影响相对较小。

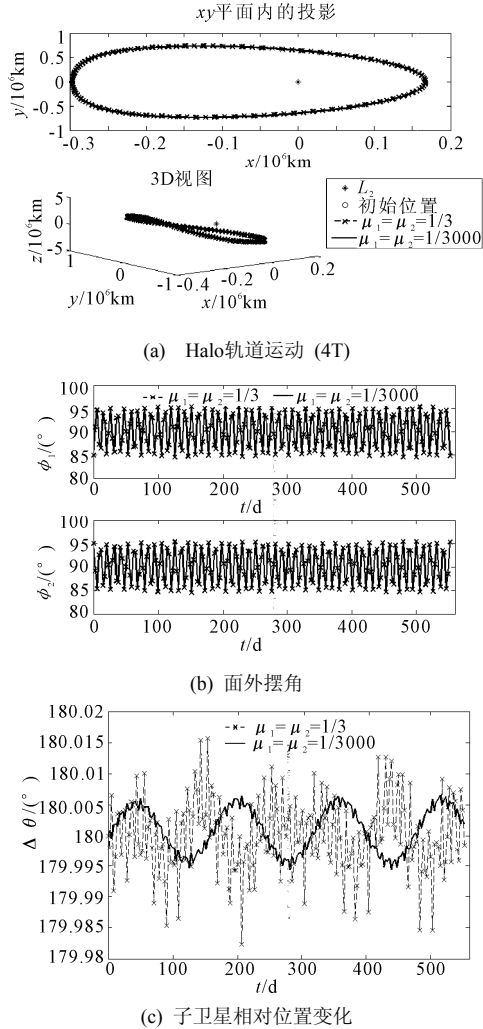


图6 快速旋转下卫星质量比变化对稳定性的影响

4.5 系绳长度对系统稳定性的影响

假定母卫星定位于图2中Northern Halo轨道上,取质量比 $\mu_1 = \mu_2 = 1/3$ 、初始转速 $\omega_\theta = 30n$ 、绳长分别为50m和200m,图7为绳长变化对系统稳定性的影响。从图7(a)可见:增加绳长不利于轨道运动的稳定性;面外摆动(图7(b))的变化很小,且对保持编队构型影响很小(图7(c))。所以对大质量比旋转绳系编队系统,若转速和质量比一定,在一定范围内增加绳长不利于轨道运动的稳定性,对姿态运动基本无影响。也就是说对用于空间干涉测量的绳系卫星编队系统,观测所需孔径越大越不利于稳定。

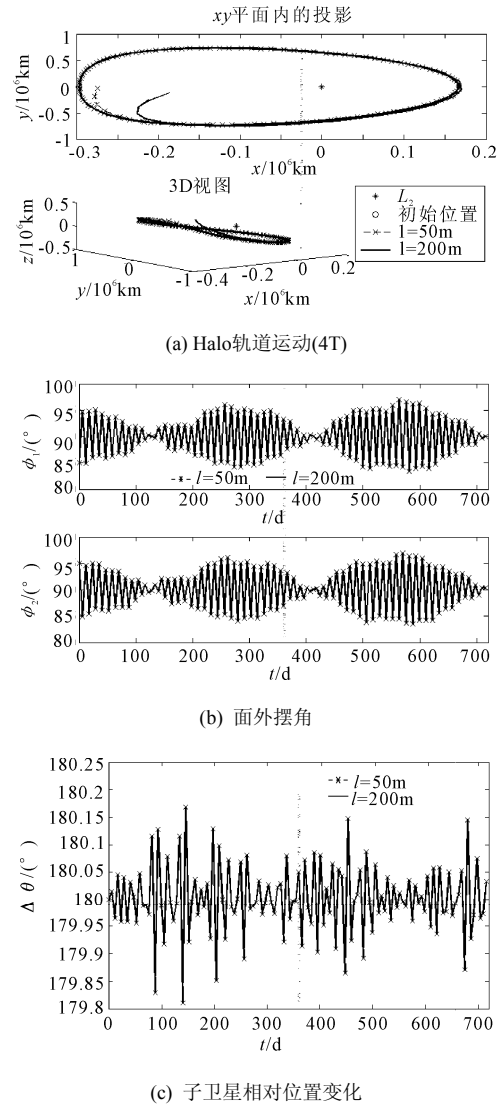


图7 绳长变化对系统稳定性的影响

5 结论

- 1) 基于HRTBP建立日地系统 L_2 附近轮辐状绳系卫星编队的非线性耦合动力学模型,并进行数值求解。
- 2) 通过与自由编队比较可知: L_2 点附近绳系编队具有更好的稳定性;对位于较大Halo轨道上的旋转绳系编队系统,给定较小的面内初始旋转即可实现自旋稳定;提高旋转速度对轨道和姿态运动的稳定都有积极作用;若母卫星轨道大小和周期均相同,仅轨道方向变化对面外摆角以及面内角速度的变化影响很小,但Southern Halo轨道比Northern Halo轨道更有利于保持系统的构型;慢速旋转的情形下大质量比编队的轨道稳定性更好;而小质量比编队的姿态稳定性更好;快速旋转的情形下两种质量比编队系统的轨道和姿态运动稳定性均由面内旋转支

配,质量比的变化影响很小;给定初始转速的大质量比旋转绳系编队,在一定范围内增加绳长不利于轨道运动的稳定性,对姿态运动无影响。

3) 上述无控制力作用的自旋稳定绳系编队只能在几个轨道周期内保持稳定,若要获得系统长期的稳定则要同时对轨道运动和系绳摆动进行控制。

参 考 文 献

- [1] 刘林,侯锡云,王海红.关于共线平动点的特点及其在深空探测中的应用[J].天文学进展,2006,24(2):178-182.
- [2] 侯锡云,王建峰,刘林.WSO/UUV(世界空间紫外天文台)的轨道特征与轨道保持[J].飞行器测控学报,2005,24(1):38-43.
- [3] 徐明,徐世杰.地-月系平动点及Halo轨道的应用研究[J].宇航学报,2006,27(4):695-699.
- [4] 徐世杰.平动点任务航天器的轨道动力学与控制问题综述[M].动力学振动与控制新进展,北京:中国宇航出版社,2006.
- [5] 李俊峰,宝音贺西.深空探测中的动力学与控制[J].力学与实践,2007,29(4):1-7.
- [6] Mischa K, Christopher D H. Lyapunov and Halo orbits about L₂ [J]. Advances in the Astronautical Sciences, 2002, 109(1): 349-366.
- [7] Kulkarni J, Campbell M. Asymptotic stabilization of motion about an unstable orbit: Application to spacecraft flight in halo orbit[C]// Proceedings of the 2004 American Control Conference (AAC), 2004, 1025-1030.
- [8] Cielaszyk D, Wie B. New approach to halo orbit determination and control [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19(2): 266-273.
- [9] Leisawitz D. NASA's far-IR/submillimeter roadmap missions: safir and specs [J]. Advances in Space Research, 2004, 34(3): 631-636.
- [10] Johnson L, Gilchrist B, Estes R D, et al. Overview of future NASA tether applications[J]. Advances in Space Research, 1999, 24 (8): 1055-1063.
- [11] Decou A B. Tether static shape for rotating multi-mass, multi-tether, spacecraft for 'Triangle' michelson interferometer[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1989, 2 (2): 273-275.
- [12] Kumar K D. Review of dynamics and control of nonelectrodynamic tethered satellite systems[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2006, 43(4): 705-720.
- [13] 苟兴宇, 马兴瑞, 邵成勋. 绳系卫星系统研究概况[J]. 航天器工程, 1995, 4 (4): 34-42.
- [14] Farquhar R W. Tether stabilization at a collinear libration point[J]. Journal of the Astronautical Sciences, 2001, 49(1): 91-106.
- [15] Misra A K, Bellerose J, Modi V J. Dynamics of a tethered system near the earth-moon lagrangian points[J]. Advances in the Astronautical Sciences, 2002, 109(1): 415-435.

- [16] Gates S S. Multi-tethered space-based Interferometers: particle system model[R]. Washington DC: Naval Research Labonatry, 2001.
- [17] Wong B, Misra A K. Dynamics of lagrangian point multi-tethered satellite systems[J]. Journal of the Astronautical Sciences, 2005, 53(3): 221-250.
- [18] Cobos J, Masdemont J. Astrodynamical applications of invariant manifolds associated with collinear lissajous libration orbits[C]. International Conference on Libration Point Orbits and Applications, Girona, Spain, 2002: 10-14.
- [19] Gomez G, Lo M, Msademont J, et al. Simulation of formation flight near L₂ for the TPF mission[J]. American Astronautical Society, 2001, 8: 1-305.
- [20] Villac B F. Dynamics in the hill problem with applications to spacecraft maneuvers[D]. Michigan: The University of Michigan, 2003.
- [21] Scheeres D J, Hsiao F Y, Vinh N X. Stabilizing motion relative to an unstable orbit: applications to spacecraft formation flight [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2003, 26(1): 62-73.
- [22] Farley R E, Quinn D A. Tethered formation configurations-meeting the scientific objectives of large aperture and interferometric science[J]. AIAA Space 2001 Conference and Exposition, Albuquerque, 2001: 28-30.
- [23] Mihai Popescu, Vladimir Cardos. The domain of initial conditions for the class of three-dimensional halo periodical orbits [J]. Acta Astronautica, 1995, 36: 193-196.

附录: 式(12)-式(14)中子卫星对母卫星轨道运动的扰动项

$$\begin{aligned}
 F_{xi} &= \mu_i \{ -\theta_i'' l_{iy} S_{\phi_i} S_{\theta_i} + \phi_i'' l_{iy} C_{\phi_i} C_{\theta_i} - \\
 &\quad [\phi_i''^2 + (\theta_i' + 1)^2 + 2 - R^{-3}] l_{iy} S_{\phi_i} C_{\theta_i} - \\
 &\quad 2\phi_i'(\theta_i' + 1) l_{iy} C_{\phi_i} S_{\theta_i} - \\
 &\quad 1.5 l_{iy}^2 R^{-5} (x + 1) - \\
 &\quad 3 l_{iy} R^{-5} (x + 1 + l_{iy} S_{\phi_i} C_{\theta_i}) \rho_{sc} + \\
 &\quad 7.5 l_{iy}^2 R^{-7} (x + 1) \rho_{sc}^2, \\
 F_{yi} &= \mu_i \{ \theta_i'' l_{iy} S_{\phi_i} C_{\theta_i} + \phi_i'' l_{iy} C_{\phi_i} S_{\theta_i} - \\
 &\quad [\phi_i''^2 + (\theta_i' + 1)^2 - 1 - R^{-3}] l_{iy} S_{\phi_i} S_{\theta_i} + \\
 &\quad 2\phi_i'(\theta_i' + 1) l_{iy} C_{\phi_i} C_{\theta_i} - 1.5 l_{iy}^2 R^{-5} y - \\
 &\quad 3 l_{iy} R^{-5} (y + l_{iy} S_{\phi_i} S_{\theta_i}) \rho_{sc} + 7.5 l_{iy}^2 R^{-7} y \rho_{sc}^2, \\
 F_{zi} &= \mu_i [\phi_i'' l_{iy} S_{\phi_i} - (\phi_i'^2 - 1 - R^{-3}) l_{iy} C_{\phi_i} - \\
 &\quad 1.5 l_{iy}^2 R^{-5} z - 3 l_{iy} R^{-5} (z + l_{iy} C_{\phi_i}) \rho_{sc} + \\
 &\quad 7.5 l_{iy}^2 R^{-7} z \rho_{sc}^2]
 \end{aligned}$$