

# 我国海域大地水准面的计算及其与大陆 大地水准面拼接的研究和实施

陈俊勇<sup>1</sup> 李健成<sup>2</sup> 晁定波<sup>2</sup> 宁津生<sup>2</sup>

1 国家测绘局,北京 100830

2 武汉大学,武汉 430070

**摘要** 研究和实施了由卫星测高数据计算垂线偏差,用莫洛金斯基(Molodensky)公式反演大地水准面高,由此求得我国海域大地水准面高。为了检核,将测高垂线偏差利用逆维宁迈纳斯(Vening Meinesz)公式反演重力异常,与海上船测重力值进行了外部检核;同时还用司托克斯(Stokes)公式,将上述反演的重力异常计算大地水准面高,与莫洛金斯基公式直接解得的相应结果进行比较作为内部检核。在积分计算中充分应用了 FFT 的严格公式。由重力和 GPS 水准数据确定的陆地大地水准面,和主要由卫星测高数据确定的海洋大地水准面,二者之间一般都存在以系统误差为主的拼接差,本文分析了产生这一现象的主要原因,并结合我国在陆海大地水准面拼接区重力资料稀疏的实际,提出了新的拼接技术,最后将拟合参数校正中国全部海域的重力大地水准面,以最大限度地削弱拼接点和制约测高海洋大地水准面可能存在的系统误差。

**关键词** 大地水准面 海洋 大陆 卫星测高 重力

**文章编号** 0001-5733(2003)01-31-05 **中图分类号** P228 **收稿日期** 2001-06-18,2002-09-02收修定稿。

## GEOID DETERMINATION ON CHINA SEA AND ITS MERGE WITH THE GEOID IN CHINA MAINLAND

CHEN JUNYONG<sup>1</sup> LI JIANCHENG<sup>2</sup> CHAO DINGBO<sup>2</sup> NING JINSHENG<sup>2</sup>

1 State Bureau of Surveying and Mapping, Beijing 100830, China

2 Wuhan University, Wuhan 430070, China

**Abstract** Geoid determination on the China Sea is conducted by calculating deflection of the verticals obtained from satellite altimeter data, inversely solving Molodensky formula. In order to examine the accuracy of the geoid two measures have been applied. Firstly the gravity anomalies are computed by using the same data set of the deflection of the verticals with the inverse Vening Meinesz formula. Then the obtained gravity anomalies are compared with the real measured gravity data on the sea for external examine. Secondly the geoid on the China Sea is also computed on the basis of the gravity anomalies and Stokes formula. The comparison of the two geoids is internal examine. The mean square errors of the external and internal examines are  $\pm 9\text{mGal}$  and  $\pm 0.025\text{m}$ , respectively.

Geoid on the land is determined by gravity and GPS leveling data, and geoid on the sea is determined mainly by altimeter data. If the two geoids are merged together, then the difference, mainly systematic error, between the two kinds geoid can be usually found. This phenomenon and its main causes are discussed and the so-called extended merge technique is suggested in the paper, especially this technique is suitable to those coastal and shallow sea areas with sparse gravity data. The results of the computation with this technique demonstrate that the systematic error has been reduced well in the merge between the geoids of China mainland and China Sea.

**Key words** Geoid, Ocean, Mainland, Satellite altimeter, Gravity.

基金项目 国家测绘局测绘科技发展基金项目(C950401)。

作者简介 陈俊勇,男,1933年生,奥地利格拉茨技术大学获博士学位,中国科学院院士,大地测量学家。E-mail:jychen@sun.ihep.ac.cn

## 1 前言

理论上大地水准面是与平均海面最接近的一个重力等位面,平均海面相对于大地水准面的起伏是海面地形,其全球变化幅度为  $\pm(1 \sim 2)$  m 的量级. 卫星测高技术已经可以提供近于厘米级精度的平均海面高数据. 近年来提出了利用测高数据中所含丰富的垂线偏差信息反演重力异常及确定大地水准面的思路<sup>[1]</sup>. 利用卫星升弧和降弧测高剖面相邻两测高点的海面高差值,计算海面高剖面在两弧交叉点上大地水准面的梯度,即交叉点上的相应垂线偏差. 测高垂线偏差是由测高观测值的一次差分求得,可以消除地理位置相关的径向轨道误差,以及长波海面地形等类似系统误差<sup>[2]</sup>,犹如 GPS 相位观测值的一次差分. 垂线偏差含有丰富的重力场高频成分,有利于恢复高分辨率海洋重力场,由测高垂线偏差确定海洋重力场是目前新的发展趋势.

在陆地上用重力数据确定的大地水准面可称为“陆地重力大地水准面”<sup>[3]</sup>,而把海洋上用测高数据确定的大地水准面称为“海洋测高(重力)大地水准面”. 理论上,如果所采用的参考椭球相同(如国际 1980 参考椭球),这两类大地水准面应该是一致的,因而在陆海相接区域两类大地水准面也应该无缝拼接,即不存在拼接差. 但实际上这种理想情况是不存在的,因为这是用两类不同的数据各自按不同原理、设施互相独立确定的二类大地水准面,即使不考虑其间可能存在的系统差,仅仅考虑两类数据的观测误差,由此也必然产生拼接差,需要用适当的拟合方法予以消除或削弱.

## 2 大地水准面计算方案及相应的数学模型

我国海域大地水准面计算方案采用 GEOSAT, TOPEX/POSEIDON(T/P) 和 ERS-2 三类完整数据进行联合处理(约 150CB 的数据量);并考虑采用测高垂线偏差作为确定海洋重力场的基础(输入)数据;对上述三类卫星海面测高轨线进行两两全组合求解交叉点,垂线偏差均为交叉点上的计算值;采用国际 1980 参考椭球和 T/P 轨道参考框架(ITRF93),对 GEOSAT 和 ERS-2 数据引入相应的参考基准偏差改正;采用莫洛金斯基(Molodensky)由垂线偏差反演大地水准面高的公式计算海洋大地水准面<sup>[4]</sup>,并用逆

维宁迈纳斯(Vening Meinesz)公式<sup>[5]</sup>求得的重力异常与按司托克斯(Stokes)公式<sup>[6,7]</sup>求得的大地水准面作为一种内部检核;用船测重力数据检核测高重力异常最后成果,作为一种外部检核.

### 2.1 测高垂线偏差的计算模型

测高垂线偏差计算模型的基本原理是利用测高点的位置和时间信息,用测高观测值的一次差分计算测高剖面测点的数值导数.

大地水准面高  $N$  沿卫星测高的升弧和降弧分别标以  $N_a$  和  $N_d$  对时间  $t$  求导数<sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned} N_a \frac{\partial N_a}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial \lambda} \dot{\lambda}_a + \frac{\partial N}{\partial \varphi} \dot{\varphi}_a, \\ N_d \frac{\partial N_d}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial \lambda} \dot{\lambda}_d + \frac{\partial N}{\partial \varphi} \dot{\varphi}_d, \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $\lambda$ 、 $\varphi$  分别为大地纬度和经度;  $\dot{\lambda}$ 、 $\dot{\varphi}$  分别为卫星的地面轨迹在纬度和经度方向上的速率,当卫星的轨道近似圆形时,有  $\dot{\lambda}_a = -\dot{\lambda}_d$ ,  $\dot{\varphi}_a = \dot{\varphi}_d$ . 由式(1)可推得大地水准面高在经度和纬度方向上的导数为

$$\frac{\partial N}{\partial \lambda} = \frac{1}{2} (N_a + N_d), \quad \frac{\partial N}{\partial \varphi} = \frac{1}{2 |\dot{\lambda}|} (N_a - N_d), \quad (2)$$

式中  $\dot{\lambda}$ 、 $\dot{\varphi}$ 、 $N_a$ 、 $N_d$  的值可由测高剖面测点的时间和位置信息得到. 再按公式(3)即可求得垂线偏差的子午圈方向分量  $\eta$  和卯酉圈方向分量  $\xi$  分别为

$$\eta = -\frac{1}{R} \frac{\partial N}{\partial \lambda}, \quad \xi = -\frac{1}{R \cos \varphi} \frac{\partial N}{\partial \varphi}. \quad (3)$$

式中  $R$  是地球平均半径.

### 2.2 逆 Vening-Meinesz 公式计算重力异常的褶积表达式

逆 Vening-Meinesz 公式用于由测高垂线偏差观测数据反解重力异常,其表达式为<sup>[4,5]</sup>

$$g = \frac{1}{4R} \left[ 3 \csc \varphi - \csc \varphi \csc \frac{\varphi}{2} - \tan \frac{\varphi}{2} \right] \frac{\partial N}{\partial \lambda} \eta, \quad (4)$$

式中  $g$  是空间重力异常;  $\gamma$  是正常重力;  $R$  是单位球面;  $\rho$  是计算点  $P$  与流动点间的球面距离;  $N$  为大地水准面高;  $\frac{1}{R} \frac{\partial N}{\partial \lambda}$  为  $\lambda$  方向上的垂线偏差分量,

$$\frac{1}{R} \frac{\partial N}{\partial \lambda} = \cos \varphi + \sin \varphi, \quad (5)$$

式中  $\varphi$  是  $\lambda$  的方位角,即计算点  $P$  与流动点间的方位角,且有

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= -\cos \rho \sin(\lambda - \lambda_0) / \sin \rho, \\ \cos \varphi &= \cos \rho \sin \lambda - \sin \rho \cos \lambda \cos(\lambda - \lambda_0) / \sin \rho. \end{aligned} \quad (6)$$

将式(5), (6) 代入式(4), 得式(4)的一维褶积表达式<sup>[5,8,9]</sup>

$$\begin{aligned}
 g(i, p) &= \frac{1}{4} \left[ (i, ) IV ( i, , p - ) + \right. \\
 &\quad \left. ( i, ) IV ( i, , p - ) \right] d \\
 &= \frac{1}{4} \left\{ \left[ ( i, ) \cos \right] \times IV \times \right. \\
 &\quad \left. ( i, , p - ) + \left[ ( i, ) \cos \right] \times \right. \\
 &\quad \left. IV ( i, , p - ) \right\} d \\
 &= \frac{1}{4} F_1 \left\{ \left\{ F_1 \left[ ( i, ) \cos \right] \times \right. \right. \\
 &\quad \left. F_1 \left[ IV ( i, , p - ) \right] + \right. \\
 &\quad \left. F_1 \left[ ( i, ) \cos \right] \times \right. \\
 &\quad \left. \left. F_1 \left[ IV ( i, , p - ) \right] \right\} d \right\} \quad (7)
 \end{aligned}$$

式中  $F_1$  和  $F_1^{-1}$  分别是 Fourier/Hartley 正变换和逆变换算子<sup>[10]</sup>, 而

$$IV = \cos \left\{ 3\text{csc} - \text{csc} \text{csc} \frac{\cdot}{2} - \tan \frac{\cdot}{2} \right\}, \quad (8)$$

$$IV = \sin \left\{ 3\text{csc} - \text{csc} \text{csc} \frac{\cdot}{2} - \tan \frac{\cdot}{2} \right\}. \quad (9)$$

### 2.3 垂线偏差计算高程异常的褶积表达式

由垂线偏差计算(似)大地水准面高的公式为<sup>[4]</sup>

$$= - \frac{1}{4} \text{ctg} \frac{\partial N}{2} d, \quad (10)$$

式中 是似大地水准面高. 由式(4)和(5), 得式(10)的一维褶积表达式<sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned}
 (i, p) &= - \frac{R}{4} \left[ (i, ) IQ ( i, , p - ) + \right. \\
 &\quad \left. ( i, ) IQ ( i, , p - ) \right] d \\
 &= - \frac{R}{4} \left\{ \left[ ( i, ) \cos \right] \times \right. \\
 &\quad \left. IQ ( i, , p - ) + \left[ ( i, ) \cos \right] \times \right. \\
 &\quad \left. IQ ( i, , p - ) \right\} d \\
 &= - \frac{R}{4} F_1 \left\{ \left\{ F_1 \left[ ( i, ) \cos \right] F_1 \times \right. \right. \\
 &\quad \left. \left[ IQ ( i, , p - ) \right] + \right. \\
 &\quad \left. F_1 \left[ ( i, ) \cos \right] F_1 \times \right. \\
 &\quad \left. \left. \left[ IQ ( i, , p - ) \right] \right\} d \right\}, \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{式中 } IQ &= \cos \cot \frac{\cdot}{2} \\
 &= \frac{\cos p \sin - \sin p \cos \cos ( p - )}{\sin} \cdot \cot \frac{\cdot}{2}, \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$IQ = \sin \cot \frac{\cdot}{2} = - \frac{\cos \sin ( p - )}{\sin} \cdot \cot \frac{\cdot}{2}. \quad (13)$$

## 3 大地水准面计算成果的检测及精度评定

### 3.1 卫星测高反演海洋重力异常的外部检测和精度评定

在中国海域由卫星测高数据计算格网垂线偏差, 然后由此反演重力异常  $g$ . 将这些重力异常值与 580587 个海上实测重力值进行比较, 其标准差为  $\pm 9.34 \text{mGal}$ .

### 3.2 卫星测高反演海洋大地水准面高的内部检测和精度评定

由卫星测高算得的垂线偏差反解我国海域大地水准面高. 为检验大地水准面计算的可靠性, 利用反演得到的重力异常按 Stokes 公式计算大地水准面, 计算结果与直接内插垂线偏差反演的大地水准面作了比较, 标准差为  $\pm 0.025 \text{m}$ , 从而验证了计算的正确性.

目前还缺乏技术手段对海洋大地水准面高进行直接检测, 因此本文对计算海洋大地水准面的源数据进行检测, 即将卫星测高重力数据与船测重力值进行比较, 作为外部检测. 而以两种公式、两种计算途径计算海洋大地水准面, 彼此间的互检, 作为内部检核.

在计算我国海域大地水准面时, 采用了全球重力位模型 EGM96 作参考场, 它的大地水准面在海洋上的精度一般为  $\pm 0.3 \text{m}$ . 本文采用的高分辨率海量(约 150GB)测高数据, 不仅有 1995 年以前的, 还有大量是 1995 年及其以后的数据. 因此文中由测高数据反演的我国海域大地水准面的精度应该优于 EGM96 海域大地水准面的相应值, 尤其是所在地区的短波分量应有较大改进.

## 4 陆海相接区两类大地水准面产生拼接差的原因

引起陆海相接区两类大地水准面拼接差的因素

比较复杂,目前可以认识到的有以下几个主要方面:(1)近岸海域海水局部动力环境,如水深变化、海岸形状、海底地形、海流河流、岛屿分布、潮流等,在相对较短的时间内(如几年)由测高数据确定的平均海面变化较大,与长时间尺度(如几十年)确定的“稳定”的平均海面(大陆大地水准面与其最佳密合)之间可能有系统性差异。(2)由于上述近岸海域局部环境特征的影响,现有研究证实近岸局部潮波系统与用于测高数据潮汐改正的全球海潮模型存在系统差。(3)近岸测高数据的不完整和误差较大,由此确定的测高平均海面的可靠性不佳,可能含有偏差,因此近岸海域更难于由平均海面分离出海面地形,目前已有的全球海面地形模型用于近岸海域存在系统差的几率较大。(4)沿海地区是计算陆地重力大地水准面的边界区,若计算陆地沿海地区重力大地水准面时,缺少完好的海域重力测量数据,这将降低陆地沿海地区重力大地水准面的精度。(5)由测高数据确定海域大地水准面时,将海面地形从平均海面中分离出来很困难,从而给陆海二类大地水准面的拼接引入了附加的差异。(6)陆地重力大地水准面计算的原理和方法与确定测高大地水准的原理和方法有较大差别,在理论上各自都有某些假定条件,实际计算中又做了不同近似处理,这也会使计算结果中包含相应的系统误差。

## 5 陆海大地水准面拼接方案的研究

由于卫星测高数据反解的海洋重力数据及由此确定的海洋测高大地水准面可能存在的系统差目前还难以准确的模型化,因此拼接方案应着重考虑如何减弱和消除这些系统差对陆海拼接后的大地水准面的影响。理想的方案应是陆地实测重力数据和海洋测高重力数据联合为一整体,例如形成统一的重力异常格网数据,按 Stokes 公式或 Molodensky 级数求解包括海洋在内的(似)大地水准面,再以国家 GPS 水准面确定的(似)大地水准面作控制,对重力(似)大地水准面做拟合校正,以此作为陆海统一的(似)大地水准面。在这一方案中,应将陆地实测重力数据和“实测”的 GPS 水准大地水准面数据中给予较大的权。从理论上讲,这一方案可能起到了控制和削弱海洋测高重力数据和相应海洋测高大地水准面数据可能存在的系统误差的作用。但这种陆海重力数据和大地水准面联合统一数据处理,面临有数据量大、系统误差模型不完善、耗时长、而且

结果还难于完全肯定。因此至今还没有一个国家按这一方案思路进行过全球或局域的实际计算。

基于上述考虑和结合我国陆海交接处重力数据分辨率低和存在空白区的实际,本文提出以下适合我国国情的实际可行的陆海大地水准面拼接方案。

假设在拼接前已分别完成中国大陆大地水准面和中国整个海域测高大地水准面的计算。选取中国大陆的沿海陆地部分格网平均重力异常与中国海域中与它相邻海区的测高数据反解的格网平均重力异常,这两部分合在一起,按 Stokes 公式解算,确定选定的陆海区域的局部重力大地水准面(以下简称陆海局部重力大地水准面)。计算时可以取沿海陆地部分范围与相邻海区的范围大体相等或略大一些。然后将这已联合求定的陆海局部重力大地水准面中的陆地部分与早已完成的大陆大地水准面的相应重叠部分进行拟合,利用解得的拟合参数对中国整个海域的重力大地水准面进行校正,保持原已完成的大陆大地水准面不变。此时陆地重力数据对海洋测高重力数据有较强的“控制”作用,对测高海洋大地水准面进行校正,以削弱海洋测高(似)大地水准面的系统差。

归纳上述我国陆海大地水准面拼接方案,其主要原则包括以下几个方面:(1)拼接后的我国海域大地水准面与大陆大地水准面比较,其分辨率和精度要基本一致或略有降低;(2)拼接后的我国海域大地水准面的残差(RMS)平均值小于  $\pm 0.3\text{m}$ ,以保证覆盖全中国国土的中国新一代似大地水准面(CQG2000)具有分米级的精度水平;(3)拼接方案应有控制削弱海洋测高重力数据系统误差影响的作用;(4)大陆大地水准面拼接后保持不变,利用卫星测高数据将大陆大地水准面扩展到我国海域,这是考虑到我国东部地区重力测量数据的密度和精度较高,对海洋测高重力数据有控制作用;(5)大地水准面的拼接应满足位理论的要求,不损害大地水准面是等位面的性质,拼接拟合应满足 Laplace 方程;(6)采用 EGM96 全球重力位模型作拼接的参考重力场,用以控制二类大地水准面在中长波的完好拼接;同时采用国际 1980 参考椭球以便和国际通用参考椭球接轨。

上述拼接方案的主要优点是将沿海部分的陆地格网重力异常与海洋测高垂线偏差反演的格网重力异常用 Stokes 公式一并计算统一的陆海局部重力大地水准面,理论上是严密可靠的。而其不足之处在于中国陆海交接地区存在重力数据的空白区,需用

全球重力场模型(EGM96)中的重力异常数据加以填补,因此最后确定的海域大地水准面,特别是在上述陆海交接地区,在短波尺度上的精度可能稍差.此外虽然对由测高数据反演的海洋重力值做了实测检核,但由于海洋大地水准面目前还难于剔除海面地形的影响,因此对它可能存在的系统性误差及实际精度缺少外部(实际)检验.为了避免这样的“拼接”可能影响陆地大地水准面的精度,因此方案中保持已推算的陆地大地水准面值不变,只对海洋测高大地水准面进行校正.

## 6 陆海大地水准面拼接方案的数学模型

陆海局部重力大地水准面是由相应这一陆海地区的重力异常格网数据按 Stokes 公式统一解算,以实现陆地大地水准面向海洋的扩展.采用的数学模型与陆地按 Stokes 计算大地水准面的数学模型相同.其差别仅在于海洋重力异常不是由重力仪实测所得,而是由测高垂线偏差反演间接获得<sup>[4,5,9]</sup>.

在按 Stokes 公式求得局部陆海重力大地水准面后,应与已计算完成的大陆大地水准面的相应重叠部分进行拟合,利用解得的拟合参数对海洋重力大地水准面进行校正.

经过试算比较,利用四次多项式将上述两类大地水准面通过最小二乘法拟合,以减小和消除两者存在的差异.其数学表达式为

$$N = \sum_{i=0}^{n-j} \sum_{j=0}^j ij ( - m )^i ( - m )^j, \quad (14)$$

这里  $ij$  为拟合系数;  $N$  为陆海局部重力大地水准面的大陆部分格网高程异常与已计算完成的大陆大地水准面相应重叠部分之差,  $m$ ,  $m$  分别为拟合区的中心纬度和经度.

## 7 结 语

本文中的扩展法技术将陆地全部重力测量数据与由卫星测高资料反演间接测定的海洋重力数据作为一个整体,利用 Stokes 公式或 Molodensky 级数联合确定陆海统一的局部重力(似)大地水准面,再将已经国家 GPS 水准网确定的我国大陆(似)大地水准面作控制,将上述陆海局部重力(似)大地水准面拟

合到我国大陆(似)大地水准面上,并据此确定一个校正的陆海统一的(似)大地水准面.因为这一方案所确定的(似)大地水准面计算过程中,实测数据(陆海重力数据和 GPS 水准数据)起到较大的控制作用,此时测高海洋重力数据系统误差的影响可达到最佳抑制效果.

今后随着测高精度的改善、分辨率的提高和测高数据的累积,加之长波海面地形模型准确度的提高,由测高数据求解的重力异常数据,不论是分辨率和精度,都有可能逐渐高于航测重力异常.因此更合理、更广泛地利用测高重力数据,实现更为严密的陆海大地水准面的拼接,必将成为一个需要深入研究的问题.

参加本课题的还有张燕平、张骥、郭春喜、章磊等.

## 参考文献

- [ 1 ] Sandwell D T. Antarctic marine gravity field from high density satellite altimetry. *Geophys. J. Int.*, 1992, **109**: 437 ~ 448
- [ 2 ] Hwang C. High Precision Gravity Anomaly and Sea Surface Height Estimation from Geos-3/ Seasat Altimeter Data. Special Report of OSU, 1989. 399
- [ 3 ] CHEN Junyong, LI Jianchen. The several technical problems on computing the high resolution and high accuracy quasi-geoid. *J. Wuhan TU of Surveying and Mapping ( in Chinese )*, 1998, **23**(2) : 95 ~ 99
- [ 4 ] Molodensky M S, Eremeev V F, Yurkina M I. Methods for study of the external gravitational field and figure of the earth. *Geodesy, Aerial Photography and Cartography*, 1960, **131**: 76 ~ 92
- [ 5 ] Hwang C. Inverse Vening Meinesz formula and deflection-geoid formula: applications to the prediction of gravity and geoid over the South China Sea. *J. of Geod.*, **71**: 304 ~ 312
- [ 6 ] Moritz H. Advanced Physical Geodesy. Beijing: Publishing House of Surveying and Mapping, 1980. 198 ~ 201
- [ 7 ] Heiskanen W A, Moritz H. Physical Geodesy. Beijing: Publishing House of Surveying and Mapping, 1967. 249 ~ 257
- [ 8 ] LI Jiancheng, CHAO Dingbo. The Recovery of Gravity Anomalies Using Satellite Altimeter Data. Proceeding of Scientific Assemble of IAG, Brazil, 1997
- [ 9 ] LI Jiancheng, NING Jinsheng, CHAO Dingbo. Several problems in the application of satellite altimetry in physical geodesy. *J. Wuhan TU of Surveying and Mapping ( in Chinese )*, 1996, **21**(1) : 9 ~ 14
- [ 10 ] Haagsmans R E, Erik de Min, Gelderen M. Fast evaluation of convolution integrals on the sphere using 1D FFT, and a comparison with existing methods. *Manu. Geod.*, 1992, **18**(5) : 227 ~ 241
- [ 11 ] Li Y C, Sideris M G. The fast Hartley transform and its application in physical geodesy. *Manu. Geod.*, 1992, **17**(6) : 381 ~ 387