

基于卫星测高的海域大地水准面

彭富清 张瑞华 石 磐 夏哲仁 杨元喜

西安测绘研究所, 西安 710054

摘 要 利用测高数据的一次差分计算海域垂线偏差,有效降低了动力海面地形和系统残差对垂线偏差的影响;然后根据扰动场元间的协方差函数是具有各态历经性的平稳随机函数这一特征,提出了利用垂线偏差精确逼近海域大地水准面的协方差函数.而海域大地水准面的精确确定,为从测高数据中精确分离动力海面地形提供了条件.本文还利用 Topex/Poseidon、ERS2/P2 测高数据计算了全球海域大地水准面和动力海面地形,证明了本文所述方法是科学合理的.

关键词 卫星测高 动力海面地形 大地水准面 垂线偏差 协方差函数

文章编号 0001-5733(2003)04-0462-05 **中图分类号** P222 **收稿日期** 2002-01-10, 2003-03-20收修定稿

MARINE GEOID FROM SATELLITE ALTIMETER DATA

PENG FUQING ZHANG RUIHUA SHI PAN XIA ZHEREN YANG YUANXI

Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China

Abstract We first computes the deflections of the vertical line over sea from the altimeter data using the simple difference, which reduces greatly the effect of the Dynamic Ocean Topography (DOT) and systematic bias on the deflections of the vertical line. Then, we present a covariance function to approach precisely the marine geoid from the deflections of the vertical line in view of the homogeneity and isotropy of the covariance functions of the anomalous potential elements. And the determination of the geoid makes it possible to separate precisely the DOT from the sea surface height (SSH). Finally, the global marine geoid and DOT are predicted from the Topex/Poseidon and ERS2/P2 altimeter data, which proves that the above-mentioned method is scientific and reasonable.

Key words Altimetry, Dynamic Ocean Topography (DOT), Geoid, Deflection of the vertical line, Covariance function.

1 引 言

卫星测高仪观测的平均海面高由大地水准面和动力海面地形等组成,高精度的大地水准面和动力海面地形对大地测量学、地球物理学和海洋学具有重要的意义.鉴于二者的长波特性和如何从卫星测高数据中精确分离大地水准面和动力海面地形

已成为当今世界性难题之一.自卫星测高技术出现以来,许多学者围绕该问题开展了许多研究工作^[1,2].Engelis^[3]和 Schrama^[4]等从卫星轨道的力学模型和运动方程出发,利用整体求解法同时计算动力海面地形和大地水准面.但测高卫星径向轨道误差与动力海面地形球谐展开一阶项的相关性以及先验协方差的选取等问题给该方法增加了许多困扰.Zhang等^[5,6]利用逆 Stokes 公式、逆 Hotine 公式以及

基金项目 中国人民解放军总参谋部主要课题(95403).

作者简介 彭富清,男,1974年2月生,1999年毕业于解放军信息工程大学测绘学院,同年获硕士学位,现从事卫星测高理论方法的研究.
E-mail: pengliu2001@x263.net

谱方法反演扰动场元, 但逆 Stokes 公式、逆 Hotine 公式直接受到动力海面地形模型误差和测高数据中系统残差的影响; 而谱方法为了构成褶积, 需要利用积分区域中间的纬度代替积分点和计算点的平均纬度, 理论上也限制了谱方法的精度. Moritz^[7]、Missel^[8] 和 Hwang^[9] 先后研究了各类扰动场元的协方差函数, 这些协方差函数都是具有各态历经性的平稳随机函数, 其中扰动场元包括重力异常、大地水准面和垂线偏差等, 为大地水准面的确定及其与动力海面地形的分离提供了新的思路. 本文先利用 TOPEXPOSEIDON、ERS2IP2、GEOSAT 测高数据的一次差分计算垂线偏差, 然后利用扰动场元协方差函数的随机平稳特性, 提出了利用垂线偏差反演海域大地水准面的协方差函数, 实现测高数据中动力海面地形与大地水准面的精确分离.

2 计算垂线偏差

卫星测高数据描述的是平均海面的大地高, 而扰动场元属于物理量. 垂线偏差既是几何量, 又是物理量, 它是联系测高数据和扰动场元的理想桥梁. 本文利用卫星测高数据的一次差分计算沿卫星地面轨迹方向的垂线偏差^[10], 避免了不同测高数据间的平差计算, 有效降低了动力海面地形和系统残差对垂线偏差及其他扰动场元的影响. 利用交叉点上沿升、降弧方向的垂线偏差可以计算该点垂线偏差沿子午圈和卯酉圈方向的分量 N, G ^[11]. 设大地水准面高 N 沿升弧 N_a 和降弧 N_d 对时间的导数分别为

$$\dot{N}_a = \frac{5 N_a}{5 t} = \frac{5 N}{5 U} \hat{U}_a + \frac{5 N}{5 K} \hat{K}_a, \quad (1)$$

$$\dot{N}_d = \frac{5 N_d}{5 t} = \frac{5 N}{5 U} \hat{U}_d + \frac{5 N}{5 K} \hat{K}_d, \quad (2)$$

其中 (U, K) 是地心纬度和经度, (\hat{U}, \hat{K}) 是卫星地面轨迹速度沿纬度、经度方向的分量. 由于测高卫星的轨道近似为圆轨道, 卫星的地面轨迹速度主要与纬度有关^[12], 所以解方程式(1)和(2)可得

$$\frac{5 N}{5 K} = \frac{1}{2|\hat{K}|}(\dot{N}_a + \dot{N}_d), \quad (3)$$

$$\frac{5 N}{5 U} = \frac{1}{2|\hat{U}|}(\dot{N}_a - \dot{N}_d), \quad (4)$$

最后, 垂线偏差 E 的子午和卯酉分量可计算为^[13]

$$N = - \frac{1}{R} \frac{5 N}{5 U}, \quad (5)$$

$$G = - \frac{1}{R \cos U} \frac{5 N}{5 K}, \quad (6)$$

其中 R 为地球平均半径, N 和 G 分别是垂线偏差 E 的子午分量和卯酉分量. 在源于海洋的、环境的和仪器等方面的误差别除后, 海面高 H 由大地水准面高 N 和动力海面地形 F 组成.

$$N = H - F, \quad (7)$$

为了分析动力海面地形对垂线偏差计算的影响, 暂忽略二阶项的影响, 将动力海面地形 F 看作是大地水准面高 N 的增量, 则由式(5)和式(6)可以得到海面地形对垂线偏差的影响.

$$DN = - \frac{1}{R} \frac{5 F}{5 U}, \quad (8)$$

$$DG = - \frac{1}{R \cos U} \frac{5 F}{5 K}, \quad (9)$$

现以 OSU91AF 海面地形模型研究该影响的大小, 结果表明, 动力海面地形对垂线偏差子午分量的最大影响为 $0.2995d$, 位于南太平洋海域 $U = -56.98^\circ$ 、 $K = 212.91^\circ$ 处; 卯酉分量的最大影响为 $-0.1499d$, 位于南美洲东南端附近海域 $U = -54.72^\circ$ 、 $K = 306.52^\circ$ 处. 另外, 由于卫星测高数据经编辑处理后, 相邻两个连续采样点间只有几百米, 而动力海面地形又主要由中长波组成, 残余动力海面地形对垂线偏差计算的影响比全部动力海面地形对垂线偏差计算的影响小得多. 因此可以利用扣除了 OSU91AF 海面地形模型的海面高对时间的变化率代替大地水准面高的变化率, 然后根据式(3)~(6)计算垂线偏差的子午分量和卯酉分量.

3 反演大地水准面

反演大地水准面的关键是选择利用垂线偏差计算大地水准面高的协方差函数. 由于地球扰动位 T 在半径为 R 的球面上可以展开为球谐函数的级数求和

$$T(r, H, K) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^n T_n(H, K), \quad (10)$$

其中, G 为万有引力常数, M 为地球质量,

$$T_n = \sum_{m=-n}^n \bar{C}_{nm} Y_{nm}(H, K), \quad (11)$$

$$\bar{C}_{nm} Y_{nm}(H, K) = \begin{cases} \bar{C}_{nm}^* \cos mK \bar{P}_{nm}(\cos H), & m \geq 0 \\ \bar{S}_{n|m|} \sin mK \bar{P}_{n|m|}(\cos H), & m < 0 \end{cases} \quad (12)$$

其中 r, H 是地心距和余纬, \bar{C}_{nm}^* 和 $\bar{S}_{n|m|}$ 是球谐系数, $\bar{P}_{n|m|}(\cos H)$ 是阶数为 n 、级数为 $|m|$ 的完全规格化缔合勒让德函数. 在半径为 R 的球面上大地水准面

高可表述为

$$N(H, K) = \frac{T}{G} \Big|_{r=R} = R \sum_{n=2}^1 T_n(H, K), \quad (13)$$

垂线偏差为

$$\begin{aligned} E(H, K) &= (N, G) \\ &= - \sum_{n=2}^1 \sum_{m=-n}^n \bar{C}_{nm} \$ Y_{nm}(H, K), \end{aligned} \quad (14)$$

其中\$是梯度算子,

$$\$ = \left[- \frac{5}{5} \frac{5}{H \cos H5} \frac{5}{K} \right], \quad (15)$$

$$C_0 = \frac{GM}{R^2}, \quad (16)$$

鉴于扰动场元协方差函数的随机平稳特征, 利用垂线偏差推估大地水准面高的协方差函数是具有各态历经性的平稳随机函数, 仅与球面上的计算点p和积分点q间球面距离有关. 根据球谐函数的知识, 该协方差函数可展开为如下勒让德级数

$$H(7_{pq}) = \sum_{n=2}^1 k_n \bar{P}_n(\cos 7_{pq}), \quad (17)$$

其中 7_{pq} (见图 1) 是球面上两点之间的距离, k_n 是系数, 则

$$\begin{aligned} &\int_R \$_q H(7_{pq}) \# \$_q N(q) dR_q \\ &= \int_R \$_q \sum_{n=2}^1 k_n \bar{P}_n(7_{pq}) \# \$_q R \sum_{n=2}^1 T_n(q) dR_q, \end{aligned} \quad (18)$$

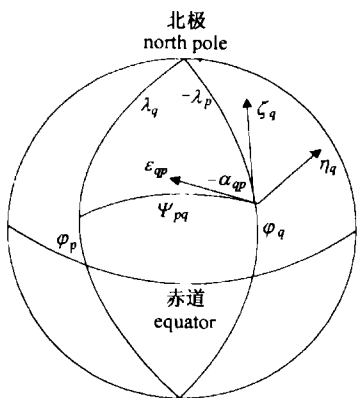


图 1 球面上计算点 p 和积分点 q 间的球面角距 7_{pq} 以及 q 点的垂线偏差

Fig. 1 Spherical distance 7_{pq} between the computed point p and the integrating point q and components of the deflection of the vertical at q

利用完全规格化球谐函数的正交关系^[9, 13] 可得

$$\int_R \$ Y_{nm} \$ Y_{n'm'} dR =$$

$$\begin{cases} 4nP(n+1), & n = nc \text{ 且 } m = mc \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad (19)$$

运用加法定理, Legendre 多项式 $\bar{P}_n(\cos W_p)$ 可分解为如下级数求和

$$\bar{P}_n(\cos W_p) = \frac{1}{\sqrt{2n+1}} \sum_{m=-n}^n \frac{1}{m!} Y_{nm}(H, K_p) Y_{nm}(H, K_q), \quad (20)$$

把式(15)、(17)、(19)和(20)代入式(18)后整理可得

$$\begin{aligned} &\int_R \$_q H(7_{pq}) \# \$_q N(H, K_q) dR_q \\ &= \sum_{n=2}^1 \frac{k_n R}{\sqrt{2n+1}} \sum_{m=-n}^n \bar{C}_{nm} \bar{Y}_{nm}(H, K_p) @ \\ &\int_R [\$_q \bar{Y}_{nm}(H, K_q) \# \$_q \bar{Y}_{nm}(H, K_q)] dR \\ &= \sum_{n=2}^1 \frac{4PRk_n n(n+1)}{\sqrt{2n+1}} T_n(H, K), \end{aligned} \quad (21)$$

比较式(13)和式(21)可知, 如果

$$k_n = \frac{\sqrt{2n+1}}{4Pn(n+1)}, \quad (22)$$

$$H(7_{pq}) = \sum_{n=2}^1 \frac{\sqrt{2n+1}}{4Pn(n+1)} \bar{P}_n(\cos 7_{pq}), \quad (23)$$

则 p 点的大地水准面高为

$$N(H, K_p) = \int_R \$_q H(7_{pq}) \# \$_q N(H, K_q) dR_q, \quad (24)$$

而由球面几何可知

$$\begin{aligned} &\left[- \frac{5}{5} \frac{7_{pq}}{H_q} \frac{5}{\sin H_5} \frac{7_{pq}}{K_q} \right] \# \left[- \frac{5}{5} \frac{N(q)}{H_q} \frac{5}{\sin H_5} \frac{N(q)}{K_q} \right] \\ &= (- \cos A_{pq} - \sin A_{pq}) \# \left[- \frac{5}{5} \frac{N(q)}{H_q} \frac{5}{\sin H_5} \frac{N(q)}{K_q} \right] \\ &= R \left[\cos A_{pq} \frac{5}{R} \frac{N(q)}{5 H_q} - \sin A_{pq} \frac{5}{R} \frac{N(q)}{5 K_q} \right] \\ &= R (N_q \cos A_{pq} + G_q \sin A_{pq}). \end{aligned} \quad (25)$$

把式(23)、(25)代入式(24), 则有

$$N(H, K_p) = R \int_R \frac{5 H(W_p)}{5 W_p} (N_q \cos A_{pq} + G_q \sin A_{pq}) dR_q, \quad (26)$$

其中^[9]

$$\begin{aligned} \frac{5 H(7_{pq})}{5 7_{pq}} &= - \frac{5 \left[2 \sin \frac{7_{pq}}{2} + \frac{3}{2} \cos 7_{pq} + 1 \right]}{4P 5 7_{pq}} \\ &= \frac{3}{2} \frac{\sin 7_{pq}}{4P} - \cot \frac{7_{pq}}{2}, \end{aligned} \quad (27)$$

把(27)式代入(26)式可得

$$N(H_p, K_p) = \frac{R_p}{4PK_p} \left[\frac{3}{2} \sin 7_\varphi - \cot \frac{7_\varphi}{2} \right] @ (N_q \cos A_p + G_q \sin A_p) dR_q, \quad (28)$$

其中由 q 至 p 的方位角 A_p 和球面角距 W_p (见图 1) 可采用下式计算

$$\tan A_p = \frac{-\sin H_s \sin(K_q - K_p)}{-\sin(H_p - H_s) + 2\cos H_s \sin H_s \sin^2 \frac{(K_q - K_p)}{2}}, \quad (29)$$

$$\sin^2 \left(\frac{7_\varphi}{2} \right) = \sin^2 \left(\frac{H_p - H_q}{2} \right) + \sin^2 \left(\frac{K_q - K_p}{2} \right) \sin H_s \sin H_p, \quad (30)$$

上述方位角 A_p 的变化区间是 $[0, 2P]$, 在图 1 所示的几何图形中, 若令(29)式的右端等于 t, 根据球面三

角的知识可知, 当(29)式右端的分母为正数时

$$A_p = \arctan t \quad (31)$$

当(29)式右端的分母为负数时

$$A_p = \arctan t + P,$$

当(29)式右端的分母为零时, 若分子为正数, 则 $A_p = \frac{P}{2}$; 若分子为负数, 则 $A_p = \frac{3P}{2}$; 若分子为零, 此时计算点 p 和积分点 q 重合, 方位角变得不确定, 本文按照如下方法^[9]单独计算该点垂线偏差对大地水准面起伏的贡献。

$$DN_p = \frac{\$x \$y}{4P} (N + G), \quad (32)$$

其中 $\$x$ 和 $\$y$ 是离散垂线偏差的格网的长和宽, N 和 G 是垂线偏差沿子午线和平行圈的梯度。

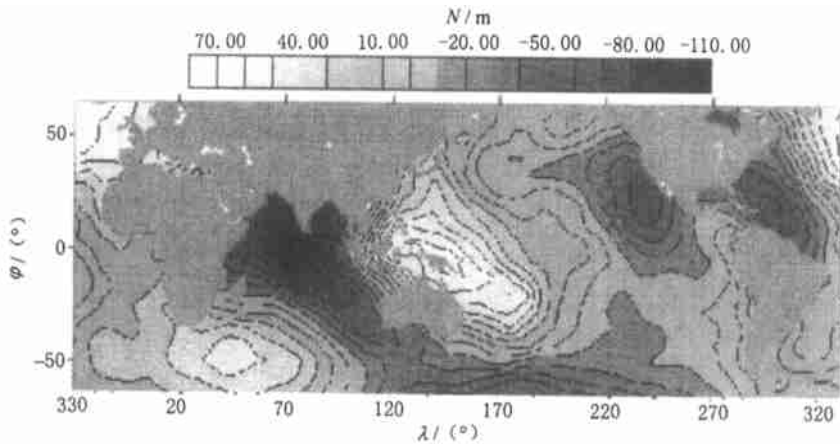


图 2 在海洋区域反演的大地水准面图 (单位:m)

Fig. 2 The predicted geoid over sea (in meter)

值得说明的是 Molodensky 在 1960 年提出了由垂线偏差计算大地水准面高的基本公式^[14]

$$N(H, K) = \frac{R}{4PK} \left[-\cot \frac{W_p}{2} \right] @ (N_q \cos A_p + G_q \sin A_p) dR_q, \quad (33)$$

上式和(28)式之间的差别在于本文所述的方法是在参考椭球中心与地心重合, 参考椭球的质量与地球质量相等的前提下得到的, 在原理上更加简便。

4 实验

为了检验上述理论, 本文先利用 TPP、ERS2IP2 和 Geosat 测高数据差分计算了海洋上的垂线偏差, 陆地区域的垂线偏差利用 OSU91AF 重力场模型填补; 然后采用整个球面上的垂线偏差反演了 65bS~65bN 间的海域大地水准面(见图 2), 其中, 该大地水

准面起伏与源于 EGM96 重力场模型的大地水准面起伏基本吻合, 二者之差的总体中误差小于 10cm, 较大的不符值主要出现在白令海和非洲好望角附近海域, 这可能与洋流的交汇有关, 不符值的统计情况如表 1 所示。统计结果表明, 反演的大地水准面起伏受动力海面地形的影响较小, 比较精确地描述了海洋区域的真实大地水准面。

表 1 卫星测高反演的和 EGM96 模型计算的大地水准面高之差统计表(单位: cm)

Table 1 The statistics of differences between the satellite derived and EGM96 generated undulations (Unit: cm)

与 EGM96 之差	[5	[10	[15
所占百分率	36. 1%	53. 5%	97. 8%
不符值均方根	2. 9	5. 8	9. 6

另外, 海域大地水准面的精确确定为从测高数

据中精确分离动力海面地形提供了条件. 本文利用测高数据和双二次函数内插了海域平均海面高, 然

后根据式(7)计算了全球海域的动力海面地形(如图3所示), 它与 EGM96 动力海面地形^[15]基本一致.

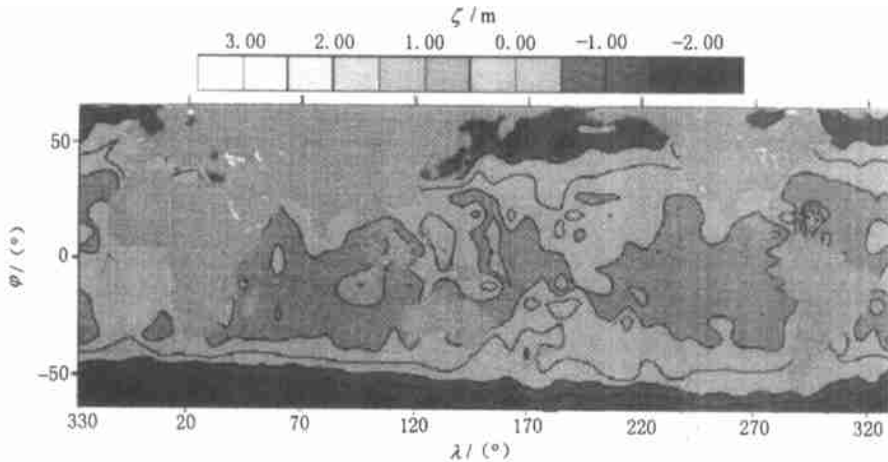


图3 海洋区域推估的动力海面地形图(单位:m)

Fig. 3 The predicted DOT over sea (in meter)

5 结 论

本文研究了利用卫星测高数据反演海域大地水准面的方法, 包括利用测高数据的一次差分计算海域垂线偏差, 有效降低了动力海面地形和测高数据中系统残差对垂线偏差及其他扰动场元的影响; 提出了利用垂线偏差计算大地水准面高的协方差函数, 为大地水准面的精确计算以及从测高数据中精确分离动力海面地形提供了理论依据, 避免了逆 Stokes 公式、逆 Hotine 公式以及谱方法在反演扰动场元时所作的一些近似. 本文还利用 TPP、ERS2 IP2 和 Geosat 测高数据精确确定了 65bS~ 65bN 间海域大地水准面和动力海面地形, 实验结果表明本文的方法是科学合理的. 如果能进一步与验潮站数据、陆上重力数据和其他海洋学资料综合解释, 有望建立全球海域更高精度的大地水准面和动力海面地形模型.

参考文献

- [1] 李建成, 宁津生, 晁定波. 卫星测高在物理大地测量应用中的若干问题. 武汉测绘科技大学学报, 1996, 21(1): 9~ 14
LI Jiancheng, NING Jinsheng, CHAO Dingbo. Some problems about the application of altimetry in the physical geodesy. Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, 1996, 21(1): 9~ 14
- [2] 王海瑛, 王广运. 利用 Geosat/PERM 卫星测高数据计算中国近海海面. 测绘学报, 1996, 25(1): 25~ 30
WANG Haiying, WANG Guangyun. Computation of the sea surface over Chinese sea from the Geosat/PERM altimeter data. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1996, 25(1): 25~ 30
- [3] Englis, T. Radial Orbit Error Reduction and Sea Surface Topography

- Determination Using Satellite Altimetry. Dept. Of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Rep. Columbus, Ohio, 1987. 377
- [4] Schrama E J O. The Role of Orbit Errors in Processing of Satellite Altimeter Data [Ph. D. thesis]. Delft: Delft university, 1989
- [5] Zhang C, Sideris M G. Oceanic Gravity by analytical Inversion of Hotine's Formula. Marine Geodesy, 1996, 19(2): 115~ 136
- [6] Zhang Changyou, Blais J A. Recovery of gravity disturbance from satellite altimetry by FFT techniques: a synthetic study. Manuscripta geodaetica, 1993, 18(1): 158~ 170
- [7] Moritz H. Advanced Physical Geodesy. Karlsruhe, West Germany: Herbert Wichmann Verlag, 1980
- [8] Meissl P A. Study of covariance functions related to the earth's disturbing potential. Report No. 115, Dept Geo Sur, Ohio State University, Columbus, 1971
- [9] Hwang C. Inverse Vening Meinesz formula and deflection to geoid formula: applications to the predictions of gravity and geoid over the South China Sea. Journal of Geodesy, 1989, 72: 304~ 312
- [10] Sandwell, D T. A Detailed View of the South Pacific Geoid from Satellite Altimetry. J. Geophys. Res., 1984, 89(B2): 1089~ 1104
- [11] Sandwell, Smith. Marine gravity anomaly from Geosat and ERS2 satellite altimetry. J. Geophys. Res., 1997, 102(B5): 10039~ 10054
- [12] Heiskanen W A, Moritz H. Physical Geodesy. New York: W H Freeman, 1967
- [13] 陆仲连. 球谐函数. 北京: 解放军出版社, 1990
LU Zhonglian. Spherical Harmonic Functions. Beijing: the PLA Press, 1990
- [14] Molodensky M S, Eremeev V F, Yrulina M J. Methods for study the external gravitational field and figure of the earth works of Central Research Institute of Geodesy aerial photography and Cartography. No. 131, Moscow, 1996
- [15] Lemoine F G, et al. The development of the Joint Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96. Goddard Space Flight Center. Greenbelt, Maryland, 1996