第47卷 第1期 地 球 物 理 学 报 Vol.47, No.1
2004年1月 CHINESE JOURNAL OF GEOPHYSICS Jan., 2004

Shen Y Q, Yang D H. The Green function of two-phase media BISQ model. *Chinese J. Geophys*. (in Chinese), 2004, **47**(1): 101～105

基于BISQ模型的双相介质位移场Green函数

申义庆 杨顶辉
清华大学数学科学系,北京 100084

摘 要 以BISQ模型的波传播方程为基础,研究了弹性波在孔隙各向同性介质中的传播速度及与流体的Biot流动和喷射流动力学机制的关系,进一步利用场势分解和δ函数的性质,给出了同时受Biot流动和喷射流动两种动力学机制作用下,两相介质波场位移在集中力作用下的Green函数,并讨论了喷射流动在Green函数中的表现形式和作用.

关键词 BISQ模型 双相介质 δ函数 Green函数
文章编号 0001-5733(2004)01-101-05 **中图分类号** P631 **收稿日期** 2002-09-06,2003-06-26收修定稿

THE GREEN FUNCTION OF TWO-PHASE MEDIA BISQ MODEL

SHEN Yi-Qing YANG Ding-Hui
Department of Mathematical Sciences, Tsinghua University, Beijing 100084, China

Abstract Based on the BISQ model, we studied the elastic wave speed in two-phase porous isotropic media and its relation with Biot-flow and squirt-flow. The Green function is obtained for a point load in the two-phase porous isotropic media using the decomposition of the field potencial and the properties of Delta function. The expression and effects of squirt-flow in BISQ-Green function are discussed.

Key words BISQ model, Two-phase media, δ function, Green function.

1 引 言

Biot流和喷射流是孔隙介质中流体流动的两种主要形式.基于Biot流动形式,Biot[1,2]建立了孔隙介质中的弹性波传播方程.虽然Biot理论奠定了研究孔隙介质中地震波传播理论的基础,并已得到广泛应用,但是Biot理论难以对地震波在许多岩石中存在的强衰减和高频散现象作出合理解释.1993年,Dvorkin等[3]基于孔隙各向同性一维问题,将Biot流动和喷射流动两种力学机制结合起来,提出了统一的Biot-Squirt(BISQ)模型.1998年,杨顶辉[4]基于固-流附加质量耦合密度各向异性的假设,推导了BISQ模型的流体压力或压力变化率,建立了能同时处理Biot流和喷射流动力学机制的孔隙各向异性介质中弹性波传播方程,同时,在假设固体颗粒本身为各向同性的条件下,简化了孔隙弹性系数与干燥孔隙介质弹性常数之间的关系,给出孔隙各向同性介质中的BISQ模型方程[5,6].

Green函数在分析波位移场、多分量正演模拟[7,8]以及波场散射分析等研究中具有重要意义[9～11].20世纪70年代开始,基于Biot模型的关于集中力作用下两相饱和介质位移场Green函数取得了一系列的研究成果[10～14],为研究双相介质中的地震传播规律奠定了基础.但所有这些结果都只包含了孔隙介质中流体的Biot流动力学机制,而未考虑流体流动的另一重要力学机制——喷射流动.因此,基于Biot模型的Green函数的应用受到很大限制.

基金项目 国家自然科学基金项目(40174012,10201020)和清华大学基础研究基金项目(JC2002038).
作者简介 申义庆,男,1969年生,博士.主要从事计算流体力学和地震波传播等方面的研究.E-mail:yqshen@math.tsinghua.edu.cn

本文以含流体孔隙各向同性介质中的 BISQ 模型方程为基础,研究弹性波的传播速度及与喷射流动系数的关系,并利用场势分解和 δ 函数的性质,求取包含两种力学机制的双相各向同性介质中位移场在集中力作用下的 Green 函数. 讨论快、慢纵波和横波与孔隙介质中流体的 Biot 流动和喷射流动之间的关系.

2 双相各向同性介质的 BISQ 模型波传播方程

基于 BISQ 模型,孔隙各向同性介质下波的传播方程为[4]

$$\left[(\lambda+2\mu)\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]u_x+(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 u_y}{\partial x\partial y}+(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 u_z}{\partial x\partial z}-a_{11}\frac{\partial P}{\partial x}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_1 u_x+\rho_2 U_x),\tag{1a}$$

$$(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 u_x}{\partial x\partial y}+\left[\mu\frac{\partial^2}{\partial x^2}+(\lambda+2\mu)\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]u_y+(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 u_z}{\partial y\partial z}-a_{11}\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_1 u_y+\rho_2 U_y),\tag{1b}$$

$$(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 u_x}{\partial x\partial z}+(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 u_y}{\partial y\partial z}+\left[\mu\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2}{\partial y^2}+(\lambda+2\mu)\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]u_z-a_{11}\frac{\partial P}{\partial z}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_1 u_z+\rho_2 U_z),\tag{1c}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}(\phi P)=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}u_i+\rho_{22}U_i)+\frac{\eta\phi^2}{k_{11}}\frac{\partial}{\partial t}(U_i-u_i),\quad i=x,y,z,\tag{1d}$$

$$P=-F_1S_1\left[\frac{\partial U_x}{\partial x}+\frac{\partial U_y}{\partial y}+\frac{\partial U_z}{\partial z}+\frac{a_{11}-\phi}{\phi}\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)\right],\tag{1e}$$

式中,$\rho_{12}=-\rho_a$,$\rho_{22}=\phi\rho_f+\rho_a$,$\rho_1=(1-\phi)\rho_s$,$\rho_2=\phi\rho_f$. u_i 和 $U_i(i=x,y,z)$ 分别表示固体和流体在第 i 个方向的位移分量,P 为流体压力,ρ_s、ρ_f 分别为固体和流体密度,ϕ 为孔隙度,η 为流体粘滞系数,ρ_a 为固 - 流质量耦合附加密度,k_{11} 为渗透率,λ,μ 为弹性常数,F_1 为 Biot 流动系数,S_1 为喷射流动系数,a_{11} 为有效应力之孔隙弹性系数.

将式(1e)代入式(1a)～(1d),可得

$$\begin{cases}\mu\nabla^2\mathrm{u}+\left(\lambda+\mu+\dfrac{a_{11}-\phi}{\phi}a_{11}F_1S_1\right)\nabla\nabla\cdot\mathrm{u}+a_{11}F_1S_1\nabla\nabla\cdot\mathrm{U}=\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_1\mathrm{u}+\rho_2\mathrm{U})\\ \times\nabla[F_1S_1(a_{11}-\phi)\nabla\cdot\mathrm{u}+\phi F_1S_1\nabla\cdot\mathrm{U}]=\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}\mathrm{u}+\rho_{22}\mathrm{U})+\dfrac{\eta\phi^2}{k_{11}}\dfrac{\partial}{\partial t}(\mathrm{U}-\mathrm{u})\end{cases}\tag{2}$$

其中 ∇ 为哈密尔顿算子,$\mathrm{u}=(u_x,u_y,u_z)^{\mathrm{T}}$,$\mathrm{U}=(U_x,U_y,U_z)^{\mathrm{T}}$.

3 Biot 流动和喷射流动作用下的弹性波传播

考虑无黏性耗散($\eta=0$)的情形,与 Biot 方法类似[1],记

$$e=\nabla\cdot\mathrm{u},\ \varepsilon=\nabla\cdot\mathrm{U},$$
$$\omega=\nabla\times\mathrm{u},\ \Omega=\nabla\times\mathrm{U}.$$

对(2)式两端取散度,利用哈密尔顿算子 ∇ 的运算法则,有

$$\begin{cases}\left(\lambda+2\mu+\dfrac{a_{11}-\phi}{\phi}a_{11}F_1S_1\right)\nabla^2 e+a_{11}F_1S_1\nabla^2\varepsilon=\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_1 e+\rho_2\varepsilon),\\ F_1S_1(a_{11}-\phi)\nabla^2 e+\phi F_1S_1\nabla^2\varepsilon=\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}e+\rho_{22}\varepsilon).\end{cases}\tag{3}$$

对(2)式两端取旋度,有

$$\begin{cases}\mu\nabla^2\omega=\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_1\omega+\rho_2\Omega),\\ 0=\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}\omega+\rho_{22}\Omega).\end{cases}\tag{4}$$

从(4)式中消去 Ω,有

$$\rho_{22}\mu\nabla^2\omega=(\rho_1\rho_{22}-\rho_2\rho_{12})\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2},\tag{5}$$

此为一旋转波,波速为

$$V_{\mathrm{S}}=\sqrt{\rho_{22}\mu/(\rho_1\rho_{22}-\rho_2\rho_{12})},\tag{6}$$

且有

$$\Omega=-\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}}\omega.\tag{7}$$

从(6)式可看出,公式中并未含有体现流体喷射流动特征的喷射流动系数 S_1,这表明在含流体的多孔隙各向同性介质中,流体的喷射流动对横波没有影响.

现考虑方程(3),为简洁起见,设

$$A_{11} = \lambda + 2\mu + \frac{a_{11} - \phi}{\phi} a_{11} F_1 S_1, \quad A_{12} = a_{11} F_1 S_1,$$

$$A_{21} = F_1 S_1 (a_{11} - \phi), \quad A_{22} = \phi F_1 S_1 .$$

此时,方程(3)可写为

$$\begin{cases} \nabla^2 A_{11} e + \nabla^2 A_{12} \varepsilon = \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_1 e + \rho_2 \varepsilon), \\ \nabla^2 A_{21} e + \nabla^2 A_{22} \varepsilon = \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12} e + \rho_{22} \varepsilon). \end{cases} \tag{8}$$

将方程(8)的解写为如下简谐波形式

$$\begin{cases} e = C_1 e^{[i(lx+at)]}, \\ \varepsilon = C_2 e^{[i(lx+at)]}, \end{cases} \tag{9}$$

式中 C_1 和 C_2 为常数,其波速 V 为

$$V = a/l, \tag{10}$$

其中 l 为波数, a 是角频率. 则由(8)～(9)式可得

$$\begin{cases} C_1 A_{11} l^2 + C_2 A_{12} l^2 = C_1 \rho_1 a^2 + C_2 \rho_2 a^2, \\ C_1 A_{21} l^2 + C_2 A_{22} l^2 = C_1 \rho_{12} a^2 + C_2 \rho_{22} a^2. \end{cases} \tag{11}$$

(11)式有非零解,要求

$$(A_{11} l^2 - \rho_1 a^2)(A_{22} l^2 - \rho_{22} a^2) - (A_{12} l^2 - \rho_2 a^2)(A_{21} l^2 - \rho_{12} a^2) = 0, \tag{12}$$

即

$$(\rho_1 \rho_{22} - \rho_2 \rho_{12}) V^4 - (\rho_1 A_{22} + \rho_{22} A_{11} - \rho_2 A_{21} - \rho_{12} A_{12}) V^2 + (A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21}) = 0.$$

由此可求得两个传播速度 V_1 与 V_2(有四个解,符号不同分别表示波传播的不同方向),它们分别对应于两相介质中的快纵波速和慢纵波速. 由于波速方程(12)的系数中同时含有 Biot 流动系数 F_1 和特征喷射流动长度 S_1,说明快、慢纵波的相速度不仅与 Biot 流动有关,而且也受喷射流动的影响.

由(9)式和(11)式以及 V_1、V_2,可知(本文公式中,如无特别说明,则不表示张量求和法则)

$$\varepsilon_i = \frac{A_{11} - \rho_1 V_i^2}{\rho_2 V_i^2 - A_{12}} e_i,$$

$$\text{或 } \varepsilon_i = \frac{A_{21} - \rho_{12} V_i^2}{\rho_{22} V_i^2 - A_{22}} e_i, \ (i = 1, 2). \tag{13}$$

公式(13)表明:对快纵波和慢纵波,流体位移与固体位移存在一个比例关系,即

$$U_i = \xi_i u_i, \ \xi_i = \frac{A_{11} - \rho_1 V_i^2}{\rho_2 V_i^2 - A_{12}},$$

$$\text{或 } \xi_i = \frac{A_{21} - \rho_{12} V_i^2}{\rho_{22} V_i^2 - A_{22}}, \ (i = 1, 2). \tag{14}$$

显然比例系数 ξ_i 是与喷射流动系数有关的量,表明固相和流相快、慢纵波的位移比受喷射流动的影响.

4　集中力作用下基于 BISQ 模型的 Green 函数

考虑辐射频率为 ω 的时间调和运动,并有集中力 $\mathrm{F} = F_0 g(t) \delta(\mathrm{x} - \zeta) \mathrm{K}$($F_0$ 为力的大小, δ 是 Dirac 函数, K 为力的单位矢量, $g(t)$ 为时间 t 的已知函数)作用于固体介质的 ζ 位置[13],则方程为

$$\begin{cases} \mu \nabla^2 \mathrm{u} + \left(\lambda + \mu + \dfrac{a_{11} - \phi}{\phi} a_{11} F_1 S_1\right) \nabla\nabla \cdot \mathrm{u} + a_{11} F_1 S_1 \nabla\nabla \cdot \mathrm{U} \\ \quad = \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_1 \mathrm{u} + \rho_2 \mathrm{U}) - F_0 g(t) \delta(x - \zeta) \mathrm{K}, \\ \nabla [F_1 S_1 (a_{11} - \phi) \nabla \cdot \mathrm{u} + \phi F_1 S_1 \nabla \cdot \mathrm{U}] \\ \quad = \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12} \mathrm{u} + \rho_{22} \mathrm{U}). \end{cases} \tag{15}$$

设 $r = |\mathrm{x} - \zeta|$,有

$$\mathrm{K}\delta(x - \zeta) = -\frac{\mathrm{K}}{4\pi}\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{1}{4\pi}\left[\nabla\nabla \cdot \left(\frac{\mathrm{K}}{r}\right) - \nabla \times \nabla \times \left(\frac{\mathrm{K}}{r}\right)\right], \tag{16}$$

对(15)式取旋度,并将(6)、(7)式代入,整理后作 Fourier 变换,有

$$\nabla^2 \nabla \times \tilde{\mathrm{u}} + k_S^2 \nabla \times \tilde{\mathrm{u}} = \frac{-F(\omega)}{4\pi V_S^2 [(\rho_1 \rho_{22} - \rho_{12} \rho_2)/\rho_{22}]} \times \nabla \times \nabla \times \nabla \times \left(\frac{\mathrm{K}}{r}\right), \tag{17}$$

其中 S 波波数 $k_S = \omega / V_S$, $\tilde{\mathrm{u}}$ 和 $F(\omega)$ 分别是 u 和 $F_0 g(t)$ 的 Fourier 变换. 因此只要有势函数 ψ_S 满足如下方程

$$\nabla^2 \psi_S + k_S^2 \psi_S = \frac{1}{4\pi V_S^2 r [(\rho_1 \rho_{22} - \rho_{12} \rho_2)/\rho_{22}]}, \tag{18}$$

则方程(17)的解可表示为

$$\tilde{\mathrm{u}} = -F(\omega) [\nabla \times \nabla \times (\mathrm{K}\psi_S)]. \tag{19}$$

解方程(18),得

$$\psi_S = C_S G_S(r) + \frac{1}{4\pi \omega^2 r [(\rho_1 \rho_{22} - \rho_{12} \rho_2)/\rho_{22}]}, \tag{20}$$

上式右端第一项表示方程(18)相应齐次方程的通解,第二项为非齐次方程的特解,且有

$$G_S(r) = \frac{e^{-i k_S r}}{4\pi r}. \tag{21}$$

由原点处的规则条件 $\psi_S(0, \omega) = 0$,可求得系数

$$C_S = -\frac{1}{\omega^2[(\rho_1\rho_{22}-\rho_{12}\rho_2)/\rho_{22}]}, \tag{22}$$

由式(14),按快、慢纵波将 $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{U}$ 进行分解,有:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2,$$
$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 = \xi_1\mathbf{u}_1 + \xi_2\mathbf{u}_2.$$

对方程(15)取散度,结合上式整理后作 Fourier 变换,有

$$\frac{1}{(\rho_1+\rho_2\xi_2)V_2^2}\nabla^2\nabla\cdot\tilde{\mathbf{u}}_1+\frac{1}{(\rho_1+\rho_2\xi_1)V_1^2}\nabla^2\nabla\cdot\tilde{\mathbf{u}}_2 + \frac{k_1^2}{(\rho_1+\rho_2\xi_2)V_2^2}\nabla\cdot\tilde{\mathbf{u}}_1+\frac{k_2^2}{(\rho_1+\rho_2\xi_1)V_1^2}\nabla\cdot\tilde{\mathbf{u}}_2 = \frac{F(\omega)}{4\pi(\rho_1+\rho_2\xi_2)V_2^2(\rho_1+\rho_2\xi_1)V_1^2}\nabla^2\nabla\cdot\left(\frac{\mathbf{K}}{r}\right), \tag{23a}$$

$$\frac{1}{(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_2)V_2^2}\nabla^2\nabla\cdot\tilde{\mathbf{u}}_1+\frac{1}{(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_1)V_1^2}\nabla^2\nabla\cdot\tilde{\mathbf{u}}_2 + \frac{k_1^2}{(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_2)V_2^2}\nabla\cdot\tilde{\mathbf{u}}_1+\frac{k_2^2}{(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_1)V_1^2}\nabla\cdot\tilde{\mathbf{u}}_2 = 0. \tag{23b}$$

同样,如果有势函数 ψ_1、ψ_2 满足如下方程

$$\nabla^2\psi_1 + k_1^2\psi_1 = \frac{1}{4\pi V_1^2 r(\rho_1+\rho_2\xi_1)}, \tag{24a}$$

$$\nabla^2\psi_2 + k_2^2\psi_2 = \frac{1}{4\pi V_2^2 r(\rho_1+\rho_2\xi_2)}, \tag{24b}$$

则(23)的解 $\tilde{\mathbf{u}}_1$ 和 $\tilde{\mathbf{u}}_2$ 之和 $\tilde{\mathbf{u}}_1+\tilde{\mathbf{u}}_2$ 可表示为

$$\tilde{\mathbf{u}}_1+\tilde{\mathbf{u}}_2 = F(\omega)[\lambda_1\nabla\nabla\cdot(\mathbf{K}\psi_1) + \lambda_2\nabla\nabla\cdot(\mathbf{K}\psi_2)], \tag{25}$$

其中,波数 $k_i=\omega/V_i\ (i=1,2)$,且由(23)式知,λ_1 和 λ_2 满足

$$\begin{cases}\lambda_1+\lambda_2=1,\\ \dfrac{\lambda_1}{(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_2)(\rho_1+\rho_2\xi_1)}+\dfrac{\lambda_2}{(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_1)(\rho_1+\rho_2\xi_2)}=0.\end{cases} \tag{26}$$

解得

$$\begin{cases}\lambda_1=\dfrac{(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_2)(\rho_1+\rho_2\xi_1)}{(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_2)(\rho_1+\rho_2\xi_1)-(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_1)(\rho_1+\rho_2\xi_2)},\\ \lambda_2=\dfrac{-(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_1)(\rho_1+\rho_2\xi_2)}{(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_2)(\rho_1+\rho_2\xi_1)-(\rho_{12}+\rho_{22}\xi_1)(\rho_1+\rho_2\xi_2)}.\end{cases} \tag{27}$$

由于方程(23)描述的是散度场,因此 ψ_1 和 ψ_2 是两个膨胀波势函数,在两相介质中,它们分别代表快纵波势和慢纵波势. 类似于文献[13][14],定义 λ_1 和 λ_2 为快纵波势 ψ_1 和慢纵波势 ψ_2 对总纵波场的贡献系数.

解方程(24),得

$$\psi_1 = a_1G_1(r)+\frac{1}{4\pi\omega^2 r(\rho_1+\rho_2\xi_1)}, \tag{28a}$$

$$\psi_2 = a_2G_2(r)+\frac{1}{4\pi\omega^2 r(\rho_1+\rho_2\xi_2)}, \tag{28b}$$

其中

$$G_i(r)=\frac{e^{-ik_ir}}{4\pi r}, \tag{29}$$

$$a_i=-\frac{1}{\omega^2(\rho_1+\rho_2\xi_i)},\quad i=1,2. \tag{30}$$

综合旋场谱解(19)和散场谱解(25),可得(15)式的谱解为

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{u}} &= F(\omega)[\lambda_1\nabla\nabla\cdot(a_1\mathbf{K}G_1(r)) + \lambda_2\nabla\nabla\cdot(a_2\mathbf{K}G_2(r)) - \nabla\times\nabla\times(C_S\mathbf{K}G_S(r))]\\ &= F(\omega)\,\mathbf{G}(x,\zeta;\omega)\cdot\mathbf{K},\end{aligned} \tag{31}$$

其中,$\mathbf{G}(x,\zeta;\omega)$ 为位移场 Green 函数的 Fourier 谱形式,

$$\mathbf{G}(x,\zeta;\omega)=\frac{1}{4\pi\omega^2}\left\{\frac{\lambda_1}{(\rho_1+\rho_2\xi_1)}\left[\nabla\nabla\cdot\left(\mathbf{I}\frac{e^{-ik_1r}}{r}\right)\right]+\frac{\lambda_2}{(\rho_1+\rho_2\xi_2)}\left[\nabla\nabla\cdot\left(\mathbf{I}\frac{e^{-ik_2r}}{r}\right)\right]-\frac{1}{(\rho_1\rho_{22}-\rho_{12}\rho_2)/\rho_{22}}\times\left[\nabla\times\nabla\times\left(\mathbf{I}\frac{e^{-ik_Sr}}{r}\right)\right]\right\}, \tag{32}$$

$\mathbf{I}$ 为二阶单位张量. 与文献[13,14]类似,利用 Fourier 逆变换,可求得相应条件下的时间域位移解为

$$\begin{aligned}u(r,t)=\frac{F_0}{4\pi}\Bigg\{&\frac{\lambda_1}{\rho_1+\rho_2\xi_1}\left[\nabla\nabla\cdot\left(\frac{\mathbf{K}}{r}g\left(t-\frac{r}{V_1}\right)\right)\right]+\frac{\lambda_2}{\rho_1+\rho_2\xi_2}\left[\nabla\nabla\cdot\left(\frac{\mathbf{K}}{r}g\left(t-\frac{r}{V_2}\right)\right)\right]\\ &-\frac{1}{(\rho_1\rho_{22}-\rho_{12}\rho_2)/\rho_{22}}\left[\nabla\nabla\cdot\left(\frac{\mathbf{K}}{r}g\left(t-\frac{r}{V_S}\right)\right)\right]+\frac{1}{(\rho_1\rho_{22}-\rho_{12}\rho_2)/\rho_{22}}\left[\nabla^2\left(\frac{\mathbf{K}}{r}g\left(t-\frac{r}{V_S}\right)\right)\right]\Bigg\}.\end{aligned} \tag{33}$$

5 讨论和结论

本文从同时包含 Biot 流动和喷射流动的 BISQ 模型出发,研究了孔隙介质中流体的两种流动作用条件下弹性波的传播速度与两种流动力学机制之间的关系,给出了集中力作用下双相各向同性介质中波位移场的 Green 函数.

快纵波和慢纵波的波速与 BISQ 模型中引进的喷射流动系数有关,说明压缩波同时受 Biot 流动和喷射流动两种力学机制的影响;旋转波的波速与

Biot理论的结果一致,与流体的喷射流动无关.

在方程(1)中,S_1是角频率ω的函数,由于通常情况都是在一定的频率下讨论波的传播问题,因此在作Fourier变换时,可将角频率当作参数,因而将S_1看作常数.由于Biot模型是BISQ模型的高频极限情况[4],即当$\omega\to\infty$时,$S_1\to 1$,故在高频极限情况下,可取$S_1\cong 1$,则BISQ模型的Green函数求解过程就变成了对Biot模型的求解过程.

公式(32)与文献[11～14]相关结果对比可知,不论是Biot模型还是BISQ模型,旋转波势ψ_S对位移谱场Green函数的贡献是一致的,均为1.而快纵波势ψ_1和慢纵波势ψ_2在两种模型中表现出来的贡献则不同,在BISQ模型中,其贡献分别为λ_1和λ_2(见(27)式),它们同时受Biot流动和喷射流动的影响,进一步说明了喷射流动是纵波衰减的一个重要因素,这与波频散和衰减的有关结论一致[4,6].

衷心感谢审稿人的建议.

参考文献

[1] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, I. Low-frequency range. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1956, **28**(2): 168～178

[2] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, II. Higher-frequency range. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1956, **28**(2): 179～191

[3] Dvorkin J, Nur A. Dynamic poroelasticity: A unified model with the squit and the Biot mechanisms. *Geophysics*, 1993, **58**:524～533

[4] 杨顶辉. 孔隙各向异性介质中基于BISQ模型的弹性波传播理论及有限元方法(博士后研究报告). 北京:石油大学,1998
Yang D H. Theory of Propagation of Elastic Waves Based on the BISQ Model and Finite Element Method in Porous Anisotropic Media (Postdoctoral Research Report). Beijing: Petroleum University, 1998

[5] Yang D H, Zhang Z J. Effects of the Biot and the squirt-flow coupling interaction on anisotropic elastic waves. *Chinese Science Bulletin*, 2000, **45**:2130～2138

[6] Yang D H, Zhang Z J. Poroelastic wave equation including the Biot/squirt mechanism and the solid/fluid coupling anisotropy. *Wave Motion*, 2002, **35**:223～245

[7] Zhang Z J, Wang G J, Jerry M H. Multi-component wavefield simulation in viscous extensively dilatancy anisotropic media. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 1999, **114**:25～38

[8] 杨顶辉. 双相各向异性介质中弹性波方程的有限元解法及波场模拟. 地球物理学报,2002,**45**(4):575～583
Yang D H. Finite element method of the elastic wave equation and wave-fields simulation in two-phase anisotropic media. *Chinese J. Geophys*. (in Chinese), 2002, **45**(4): 575～583

[9] 张中杰. 多分量地震资料的各向异性处理与解释方法. 哈尔滨:黑龙江教育出版社,2002
Zhang Z J. Methods of Anisotropic Processing and Interpretation for Multi-Components Seismic Data. Harbin: Heilongjiang Education Press, 2002

[10] Burridge R, Vargas C A. The fundamental solutions in dynamic poroelasticity. *Gerophys J. R. Astr. Soc.*, 1979, **58**:61～90

[11] Norris A N. Radiation from a point source and scattering theory in a fluid saturated porous solid. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1985, **77**: 2012～2023

[12] Philippacopoulos A J. Waves in a partially saturated layered half-space analytic for simulation. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 1987, **77**: 1838～1853

[13] 丁伯阳,樊良本,吴建华. 两相饱和介质中的集中力点源位移场解与应用. 地球物理学报,1999,**42**(6):800～808
Ding B Y, Fan L B, Wu J H. The Green function and wave field on two-phase saturated medium by concentrated force. *Chinese J. Geophys*. (in Chinese), 1999, **42**(6):800～808

[14] 丁伯阳,丁翠红,孟凡丽. 集中力作用下的两相饱和介质位移场Green函数. 力学学报,2001,**33**(2):234～241
Ding B Y, Ding C H, Meng F L. The Green function on two-phase saturated medium by concentrated force. *ACTA MECHANICA SINICA*, 2001, **33**(2):234～241