第 47 卷 第 5 期
2004 年 9 月

地 球 物 理 学 报
CHINESE JOURNAL OF GEOPHYSICS

Vol. 47, No. 5
Sep., 2004

Gao J H, Man W S, Chen S M. Recognition of signals from colored noise background in generalized *S*-transformation domain. *Chinese J. Geophys*. (in Chinese) 2004, **47**(5): 869～875

广义 S 变换域有色噪声与信号识别方法

高静怀[1] **满蔚仕**[1] **陈树民**[2]

1 西安交通大学电子与信息工程学院波动与信息研究所,西安 710049

2 大庆油田有限责任公司勘探开发科学研究院,大庆 163712

摘 要 为研究广义 *S* 变换域有色噪声与信号识别问题,首先推导白噪声在 *S* 变换和广义 *S* 变换下平均功率谱的统计规律,白噪声的平均功率谱与频率呈线性关系. 然后从理论上定性分析一般的有色噪声功率谱的分布特性,得出在广义 *S* 变换域有色噪声的功率谱服从自由度为 2 的 χ^2 分布的规律,并用 Monte Carle 方法进行了验证. 在上述工作基础上,本文提出了利用噪声和有效信号统计特性的差别,在广义 *S* 变换域中区分噪声和信号的方法,并用模型数据证明了方法的有效性.

关键词 *S* 变换 广义 *S* 变换 有色噪声 地震资料处理 小波变换 薄互层探测

文章编号 0001 - 5733(2004)05 - 0869 - 07 **中图分类号** P631 **收稿日期** 2003 - 11 - 27,2004 - 06 - 11收修定稿

RECOGNITION OF SIGNALS FROM COLORED NOISE BACKGROUND IN GENERALIZED S-TRANSFORMATION DOMAIN

GAO Jing-Huai[1] MAN Wei-Shi[1] CHEN Shu-Min[2]

1 *Institute of Wave and Information, School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049, *China*

2 *Institute of Exploration and Exploitation for Oil, Daqing Oil Field Limited Company, Daqing* 163712, *China*

Abstract We study how to distinguish signals from colored noise in the *S*-transform (ST) and generalized *S*-transform (GST) domain. First, the mean ST and GST power spectra of white noise are derived. The result shows that they are related linearly with frequency. Then the local GST power spectrum of colored noise is qualitatively analyzed. It is concluded that the local GST spectrum of colored noise follows chi-square distribution with two degree of freedom. These conclusions are verified by Monte Carle simulation. Based on the above results, a method to distinguish signals from colored noise is proposed, and its effectiveness is proved by synthetic data.

Key words *S*-transformation, Generalized *S*-transformation, Colored noise, Seismic data processing, Wavelet transform, Detection of thin beds.

1 引 言

S 变换首先由 Stockwell 等人提出[1],与小波变换、短时 Fourier 变换等时 - 频域方法相比,*S* 变换有其独特的优点,如信号的 *S* 变换的时 - 频谱分辨率与频率(即尺度)有关,且与其 Fourier 谱保持直接的联系,基本小波不必满足容许性条件等[1],这些

基金项目 国家自然科学基金项目(40174032),科学技术部重大基础研究前期研究专项和中国科学院知识创新工程重大项目(KZCX1-SW-18).

作者简介 高静怀,男,1960 年生,教授,博士生导师,1997 年于西安交通大学获博士学位. 主要从事复杂介质中地震波传播与成像及地震资料处理的理论与方法等研究. E-mail: jhgao @mail.xjtu.edu.cn

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

特点在实际应用中是非常有用的. 然而,由于 S 变换中的基本小波是固定的,这使其在应用中受到限制,为此,高静怀等[2]对 S 变换进行了推广,提出了广义 S 变换,几乎同时 C Robert Pinnegar 从另一角度推广了 S 变换[3]. 广义 S 变换的一个成功应用是地震反射界面检测[2]. 然而,噪声对广义 S 变换的检测结果影响较大,尤其是低信噪比资料(如深部地震资料、叠前地震资料等). 压制噪声是信号处理十分活跃的研究领域,已提出诸多有效方法[4]. 研究随机噪声在变换域的分布特性,有重要的理论意义和实用价值,近年来,引起了广泛关注[5,6]. 如何在广义 S 变换域区分有效信号与噪声,对于提高检测的正确性及检测方法的适应性有十分重要的意义. 为此,本文研究有色噪声在广义 S 变换域的分布规律,在此基础上,给出在广义 S 变换域区分有效信号和噪声的方法.

2 白噪声在 S 变换及广义 S 变换域平均功率谱

设函数 $h(t)\in L^2(R)$, $L^2(R)$ 表示实数域上的平方可积函数空间, $h(t)$ 的 S 变换定义为

$$S(\tau,f)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\mathrm{i}2\pi ft)\psi_f(t-\tau)\,\mathrm{d}t\,, \tag{1}$$

式中 τ,f 分别表示时间和频率,均为实数, $\psi_f(t)=|f|\exp(-t^2f^2/2)$.

2.1 白噪声在 S 变换下平均功率谱

设 $h(t)$ 是均值为 0 方差为 σ^2 的白噪声,用 E 表示求函数的期望, $h(t)$ 的自相关函数[7]为

$$E[h(t)h(u)]=\sigma^2\delta(t-u)\,, \tag{1a}$$

式中 t,u 都表示时间, $\delta(t)$ 表示 δ 函数.

记 $|S(\tau,f)|^2$ 为信号的 S 变换功率谱,利用(1)式及(1a)式,根据定义,得白噪声 $h(t)$ 的 S 变换的平均功率谱为

$$\begin{aligned}E\{|S(\tau,f)|^2\}&=\frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{\infty}E[h(t)h^*(u)]\psi_f(t-\tau)\\&\quad\times\psi_f(u-\tau)\exp[-2\pi f\mathrm{i}(t-u)]\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}t\\&=\frac{1}{2\pi}\sigma^2\iint_{-\infty}^{\infty}\delta(t-u)\psi_f(t-\tau)\\&\quad\times\psi_f(u-\tau)\exp[-2\pi f\mathrm{i}(t-u)]\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}t\\&=\frac{|f|}{2\sqrt{\pi}}\sigma^2\,,\end{aligned} \tag{2}$$

上式中"*"表示取复共轭. (2)式表明,白噪声经 S 变换后,其平均功率谱对给定的时间 τ 呈线性变化,但不再是水平的直线(这一点与小波变换不同[8]). 如果我们把信号 $h(t)$ 的 S 变换重新定义为

$$S(\tau,f)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)\frac{\sqrt{|f|}}{\sqrt{2\pi}}\times\exp(-\mathrm{i}2\pi ft)\psi_f(t-\tau)\,\mathrm{d}t\,, \tag{3}$$

仿照(2)式的证明不难得出,白噪声在(3)式所定义的 S 变换下,平均功率谱为

$$E\{|S(\tau,f)|^2\}=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\sigma^2\,, \tag{4}$$

这时,白噪声的平均功率谱(对给定的时间 τ)为一条水平直线.

2.2 白噪声在广义 S 变换下的平均功率谱

广义 S 变换定义为

$$S(\tau,f)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)g_f(t-\tau)\exp(-\mathrm{i}2\pi ff_0t)\,\mathrm{d}t\,, \tag{5}$$

其中,

$$g_f(t)=A|f|\exp[-\alpha(ft-\beta)^2]\,, \tag{6}$$

这里, f,β 取实数, β 表示相位延迟; A 与 α 取正实数,分别表示基本小波的振幅及能量衰减因子; f_0 是基本小波的视频率. 设 $h(t)$ 为白噪声,我们记 $|S(\tau,f)|^2$ 为信号经过广义 S 变换的功率谱,则白噪声 $h(t)$ 的广义 S 变换的平均功率谱为

$$\begin{aligned}E\{|S(\tau,f)|^2\}&=|f|^2A^2\iint_{-\infty}^{\infty}E[h(t)h^*(u)]g_f(t-\tau)\\&\quad\times g_f(u-\tau)\exp[-2\pi ff_0\mathrm{i}(t-u)]\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}t\\&=|f|^2A^2\sigma^2\iint_{-\infty}^{\infty}\delta(t-u)g_f(t-\tau)\\&\quad\times g_f(u-\tau)\exp[-2\pi ff_0\mathrm{i}(t-u)]\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}t\\&=|f|A^2\sigma^2\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}\,,\end{aligned} \tag{7}$$

上面利用了(1a)式. 由(7)式可见,白噪声在广义 S 变换下,对于给定的时间 τ,其平均功率谱随频率也呈线性变化,与 S 变换一样,这条直线不是水平的. (7)式中如果对广义 S 变换的定义稍作修改,把(5)式中的 $g_f(t)$ 改写为

$$g_f(t)=A\sqrt{|f|}\exp[-\alpha(ft-\beta)^2]\,, \tag{8}$$

容易证明

$$E\{|S(\tau,f)|^2\}=A^2\sigma^2\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}\,, \tag{9}$$

也即白噪声在广义 S 变换下,对于给定的时刻 τ,平均功率谱随频率的关系曲线为一条水平直线.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

3　广义 S 变换的局部谱

3.1　广义 S 变换的算法实现

为了便于分析有色噪声在广义 S 变换下的分布规律,下面简述广义 S 变换的快速数值计算方法. 本文利用褶积性质,采用了频域的算法,包括以下 5 步:

(1) 对待分析的信号 $s(n)$ 作快速傅里叶变换(FFT)得到

$$\hat{s}(k) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} s(n)\,\mathrm{e}^{-2\pi \mathrm{i}kn/N}, \tag{10}$$

上式中, N 为时间域采样点数, k、n 分别为频率域及时间域样点号.

(2) 在(5)式中,令 $u_f(\tau - t) = g_f(t - \tau)$,并对 $u_f(t)$ 作快速傅里叶变换得到 $G(k)$;

(3) 对 $\hat{s}(k)$ 作 ff_0 的移位,即得到 $\hat{s}(k + ff_0)$;

(4) 计算 $\eta(k) = G(k)\hat{s}(k + ff_0)$;

(5) 对 $\eta(k)$ 作逆快速傅里叶变换得到信号 $\hat{s}(k)$ 的广义 S 变换.

关于广义 S 变换数值计算的技术细节,见文献[2].

3.2　有色噪声在广义 S 变换下的局部谱特性

要研究一般的有色噪声在广义 S 变换下功率谱的分布,用解析的方法是困难的. 下面,我们通过两步来解决这个问题:首先对有色噪声在广义 S 变换下的分布作定性分析猜测分布规律,然后借鉴文献[8]的工作,用 Monte Carlo 方法进行验证.

如果输入为高斯噪声,在 3.1 节介绍的广义 S 变换算法中,第一步得到的应该是高斯信号的 Fourier 变换,$\hat{s}(k)$ 的实部和虚部为高斯分布; G 是一个确定性信号;第二步是确定信号的 Fourier 变换,不影响最后的分布. 第三步是对 Fourier 作平移,因此,得到的 $\hat{s}(k + ff_0)$ 实部和虚部也是高斯分布;第四步是求确定性信号与一高斯分布的随机信号的乘积,得到的积 $\eta(k)$ 应服从高斯分布;第五步求逆 FFT,这是一个线性运算,得到的结果记为 $S(\tau, f)$,应服从高斯分布,因 $|S(\tau, f)|^2$ 为 $S(\tau, f)$ 的实部和虚部的平方和,实部和虚部的平方分别为 χ_1^2 分布,因此 $|S(\tau, f)|^2$ 可能服从自由度为 2 的 χ^2 分布. 红噪声可以用一阶 AR 模型(马尔可夫过程)模拟[8]如下

$$x(n) = \beta x(n-1) + z(n), \tag{11}$$

其中 $z(n)$、β 分别为高斯白噪声和滞后系数. 上式的平均功率谱为[9]

$$P_k = \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2 - 2\beta\cos(2\pi k/N)}, \tag{12}$$

其中 $k = 0, 1, 2, \cdots, N/2$ 为频率域样点号, N 是样点数. (11)式中 β 为 0,即得到白噪声.

(11)式为一线性时不变系统[10],系统的输入为高斯白噪声,输出为有色噪声. 由线性时不变系统的性质可知,有色噪声是由高斯白噪声通过线性叠加得到的,因此可推测其功率谱也服从自由度为 2 的 χ^2 分布. 下面采用 Monte Carlo 方法加以验证.

Monte Carlo 算法主要步骤如下:

1) 产生噪声 h(有色噪声或白噪声);

2) 计算 h 的广义 S 变换,固定时间(这里取 $\tau = 128$),可得到局部功率谱 $|S(\tau, f)|^2$;

3) 重复步骤 1)、2) 共 K 次,并求 $|S(\tau, f)|^2$ 的 K 次平均得到平均谱. 这里 K 是 Monte Carlo 实验次数.

用 μ 表示显著性水平,在给定显著性水平下(本文取 $\mu = 0.05$),求 $1 - \mu$ 置信线(置信区间, 本文为 95 %). 下面对 Monte Carlo 实验的结果进行分析. 图 1a 为白噪声广义 S 变换的局部平均谱及 95 %的置信区间. 图中虚线表示 95 %的置信线,实线是白噪声通过广义 S 变换后的局部平均谱. 二者都是直线(平均功率谱的仿真结果和第二节的分析结果是一致的,参见(7)式);图 1b 是 β 为 0.5 的红噪声的广义 S 变换的平均局部谱及 95 %的置信区间. 对于每一个频率,实线(95 %置信线)与虚线(平均局部谱)的比值是一个常数,这个值在 3 附近波动,而且随着 Monte Carlo 实验的次数增加趋于稳定(见图 1c 及图 1d),由于 $\frac{1}{2}\chi_2^2$ 的95 %置信区间的上限近似等于 2.9955. 这说明无论是红噪声还是白噪声,统计量 $C(\tau, f) = 2\frac{|S(\tau, f)|^2}{p_f}$ 服从 χ_2^2 分布, p_f 是平均局部功率谱,简称平均局部谱.

图 2 显示了红噪声的谱和 95 %置信区间随 β 的变化, β 从小到大,谱随着 β 的变大从直线过渡到曲线,当 $\beta = 0.05$ 时,平均功率谱的 95 %的置信区间很接近白噪声的情况,这与白噪声是 $\beta = 0$ 时的红噪声是一致的.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

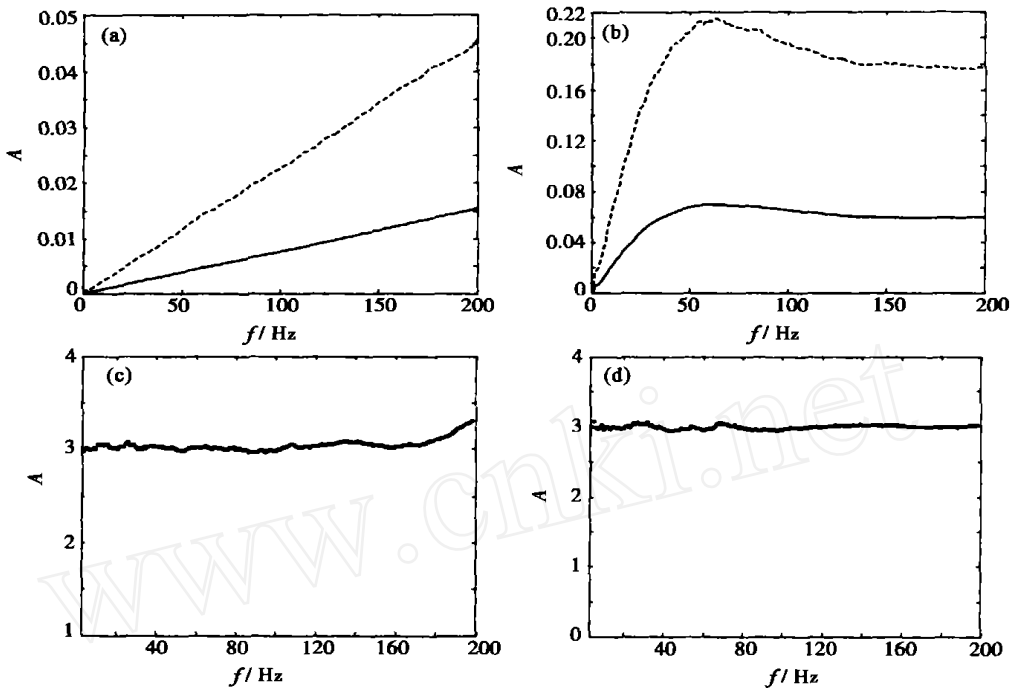

图1 白噪声和红噪声在广义 S 变换下的分布

(a) 白噪声广义 S 变换平均谱及95%的置信区间,实线是平均谱,虚线是95%的置信区间;

(b) $\beta=0.5$ 的红噪声的广义 S 变换平均谱及95%的置信区间,实、虚线意义同(a);

(c) $\beta=0.5$ 红噪声通过广义 S 变换后局部谱与平均谱的比值,Monte Carlo 实验1000次;

(d) 除了 Monte Carlo 实验10000次,其他同(c).

Fig. 1 The distributions of white and red noise in GST domain

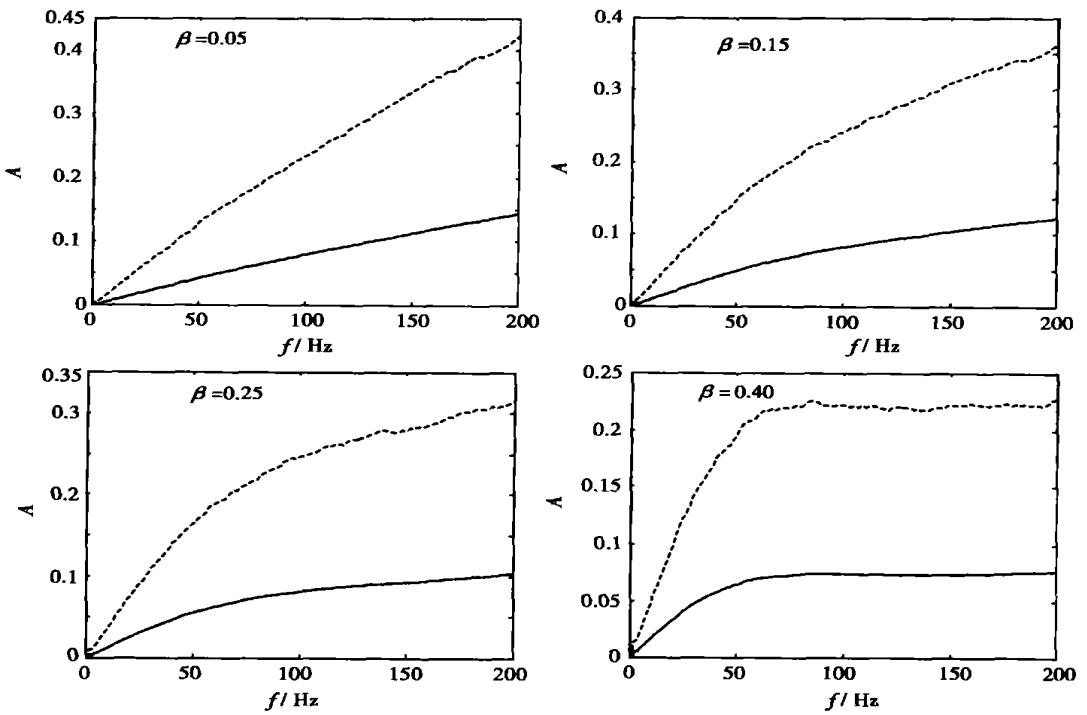

图2 红噪声的广义 S 变换平均变换平均谱(实线)和95%置信区间(虚线)随 β 的变化

Fig. 2 The average spectrum and 95% confidence level of the different β

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

4　广义 S 变换域有色噪声与信号的识别

我们以一个具体的例子来说明研究该问题的必要性. 待分析的信号 $s(n)$ 由两个 Ricker 子波加白噪声构成,两个 Ricker 子波相距 10ms,最大值分别位于第 300ms 和 310ms 处,采样率为 1ms,反射系数大小相等(绝对值为 0.2)极性相反,信号和噪声幅值比为 1∶0.2(见图 3). 图 3a 为不含噪信号,图 3b 为加噪以后的信号,图 3c,图 3d 分别为广义 S 变换域能量分布(用灰度和等值线两种方式显示). 由于广义 S 变换的分辨率与频率有关,为了在广义 S 变换域确定有效信号的位置,我们希望用高频分量. 然而,在高频分量上,噪声很强,常常无法将有效信号区分开来. 例如,图 4 为从图 3 中取出的 3 个频率分量,频率依次为 110、120、130Hz. 但从这些分量无法确定有效信号和噪声.

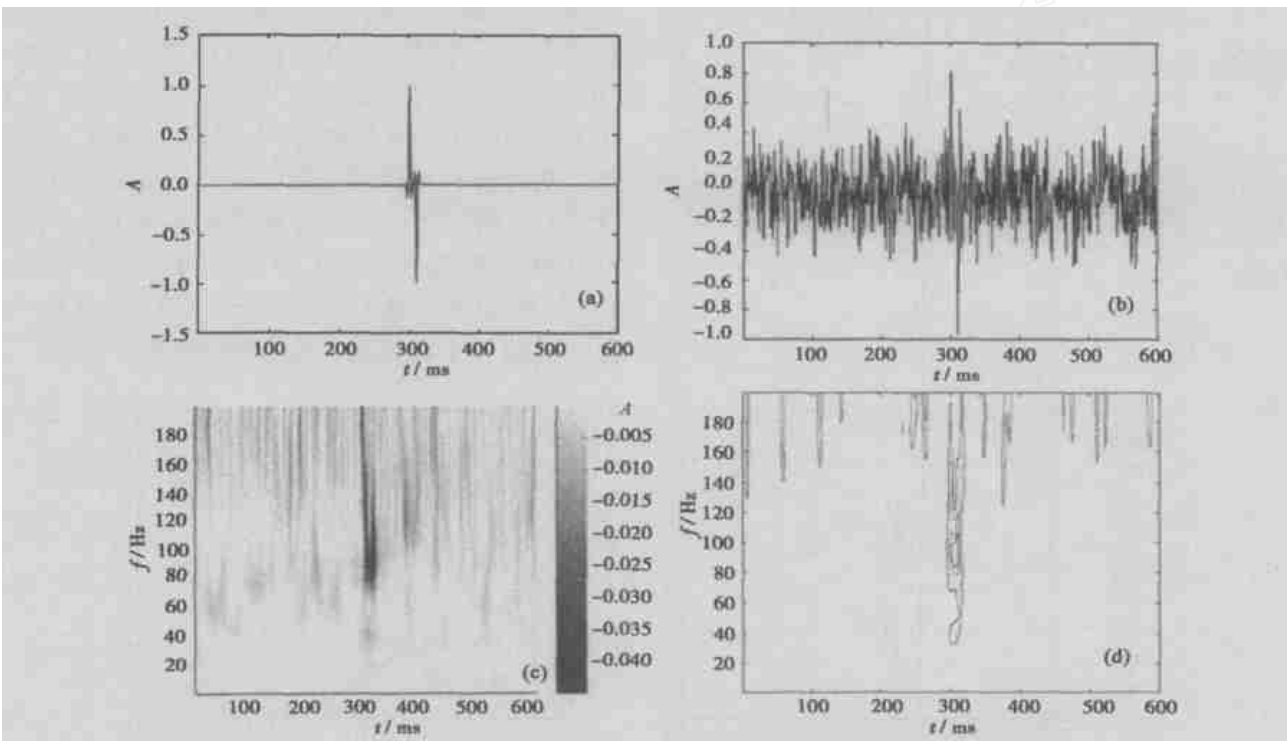

图 3　待分析信号及其时频能量分布

(a)、(b)分别是信号和含噪的信号;(c)、(d)含噪信号的广义 S 变换的灰度图和等位线.

Fig. 3　The time-frequency energy distributions of the signal of interest

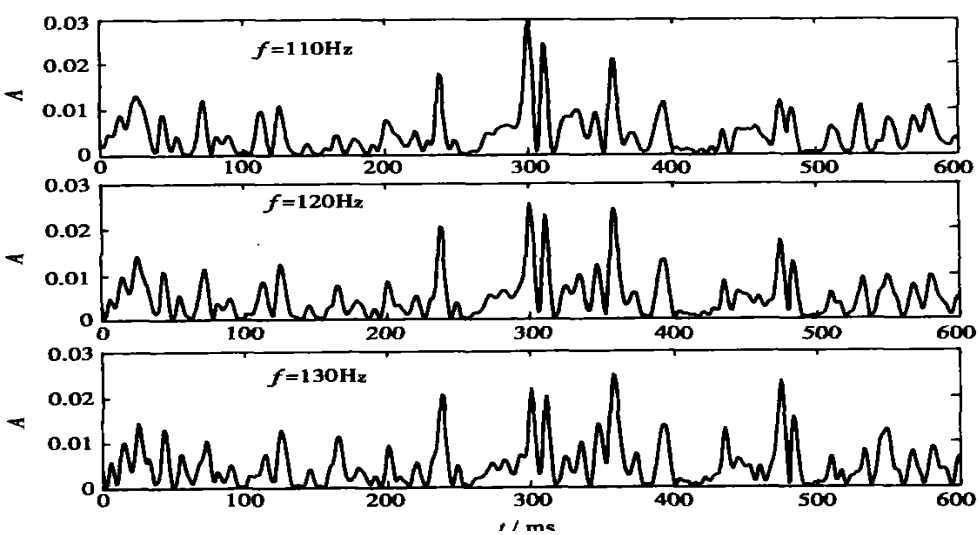

图 4　不同频率下能量随时间的变化

Fig. 4　The energy of special frequency varying with time

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

下面利用本文第 2 及第 3 节得到的有色噪声统计规律,给出在广义 S 变换域识别有效信号和噪声的方法. 设待分析的信号: $s(n) = h(n) + z(n)$, $z(n)$ 为有色噪声, $h(n)$ 是有效信号. 作原假设和备择假设如下:

$$H_0: s(n) = z(n),$$

$$H_1: s(n) \text{ 含有效信号},$$

根据第 3 节的结果,当 $s(n)$ 为有色噪声时, $c(\tau,f) = 2\frac{|S(\tau,f)|^2}{p_f}$ 服从 χ_2^2 分布,在显著性水平为 μ 的情况下,置信区间为

$$c(\tau,f) \le \chi_2^2(\mu), \tag{13}$$

即

$$|S(\tau,f)|^2 \le \frac{1}{2} p_f \chi_2^2(\mu), \tag{14}$$

拒绝域为

$$\left\{ c(\tau,f) > \chi_2^2(\mu) \right\}, \tag{15}$$

即

$$|S(\tau,f)|^2 > \frac{1}{2} p_f \chi_2^2(\mu), \tag{16}$$

当在某个频率(或频率段)上, $|S(\tau,f)|^2$ 满足(13)式时,我们就接受原假设,认为信号为有色噪声,无有效信号;当 $|S(\tau,f)|^2$ 满足(16)式时,我们就接受备择假设,认为在 $(1-\mu)$ 置信度下,含有效信号.

图 5b 是 τ 分别等于 150、300、310 和 380ms 处的局部功率谱,为了便于分析,同时画出了平均局部谱及 95 %的置信线. 从图可见,150、380ms 处的局部谱,都落在置信区间内,说明在这两处仅有噪声,无有效信号. 而对应 300ms 处的局部谱,在大约 75～140Hz 区间,处在拒绝域;对应 310ms 处的局部谱,在大约 40～130Hz 的频带内,处在拒绝域,从而说明在这两处有有效信号. 为了确定有效信号的具体位置,图 5a 画出了时 - 频平面上的拒绝域. 从该平面上可清晰的看出,图 4 中的 3 个频率分量,只有 300ms 和 310ms 处的波形是有效信息,其极大值对应有效信号中心位置,其余均为噪声造成的.

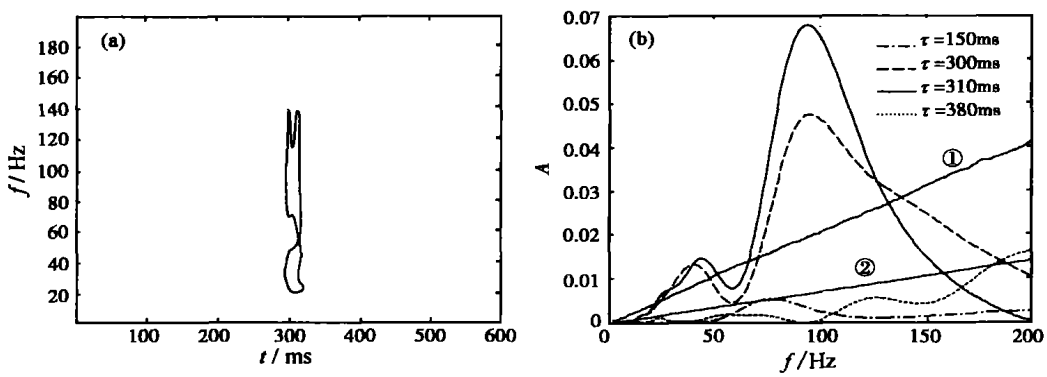

图 5 待分析信号的拒绝域(a)和不同 τ 时能量随频率的变化(b)

①、②二条斜直线分别为 95 %置信线和平均谱.

Fig. 5 The refused domain (a) of signal analyzed and its energy varying (b) with frequency at specified τ

5 结论及讨论

本文的研究可得到如下结论: (1) 白噪声通过广义 S 变换、S 变换域,其平均功率谱为一条非水平直线(这一点与小波变换不同),但如对 S 变换及广义 S 变换的定义稍作修改(见(5)式及(8)式),其平均功率谱可变为水平直线,这可能有利于实际应用; (2) 有色噪声(白噪声是其特例)局部功率谱服从 χ_2^2 分布; (3) 模型算例表明,文中给出的在广义 S 变换域识别有效信号和噪声的方法是有效的.

本文仅讨论了噪声为白噪声及满足统计自回归模型(红噪声)两种情况,红噪声可看作白噪声经过低通滤波得到的. 在实际地震资料处理中遇见的噪声,也可能是白噪声经过其他类型的滤波器后得到的,关于这方面的内容的系统研究,我们将专文讨论. 但不管是那种模型,本文给出的广义 S 变换域有效信号和噪声的检测方法都适用.

参考文献

[1] Stockwell R G, mansinha L, lowe R P. Localization of the complex spectrum: the S transform. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, **17**: 998～1001

[2] 高静怀,陈文超,李幼铭等. 广义 S 变换与薄互层地震响应. **地球物理学报**, 2003, **46**(4): 526～532
Gao J H, Chen W C, Li Y M, et al. Generalized S transform and seismic response analysis of thin interbeds. *Chinese J. Geophys.* (in

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

Chinese) , 2003 , **46** (4) :526～532

[3] C Robert Pinnegar , Lalu Mansinha. The *S*-transform with windows of arbitrary and varying shape. *Geophysics* ,2003 ,**68** (1) :381～385

[4] 赵　波 ,俞寿朋 ,聂勋碧等. 谱模拟反褶积方法及其应用. 石油地球物理勘探 ,1996 ,**31** (1) :101～116
Zhao B , Yu S P ,Nie X B , et al. Spectral-modeled deconvolution and its application. *Oil Geophysical Prospecting* (in Chinese) , 1996 , **31** (1) :101～116

[5] Ta-Hsin Li , Hee-Seok Oh. Wavelet spectrum and its characterization property for random process. *IEEE trans. on information theory* , 2002 ,**48** (11) :2922～2937

[6] Lunji Qiu ,Meng Hwa Er. Wavlet spectrogram of noisy signals. *INT. J. Electronics* , 1995 ,**79** (5) :665～677

[7] S Mallat. A Wavelet Tour of Signal Processing. New York : Academic Press ,1998

[8] Christopher T, Gilbert P Compo. A practical guide to wavelet analysis. *Bulletin of the America Meteorological Society* , 1998 , **79** (1) :61～78

[9] Gilman D L ,F J Fuglister ,J M Mitchell Jr . On the power spectrum of red noise. *J. Atoms. Sci.* ,1963 , **20** :182～184

[10] B Girod , R Rabenstein , A Stenger. Signal and Systems. New York : McGraw-Hill Inc , 2001

欢迎订阅《地球物理学报》(中、英文版)

《地球物理学报》是有关地球物理学的综合性学术期刊 ,刊登固体地球物理、应用地球物理、空间地球物理和大气、海洋地球物理以及与地球物理密切相关的交叉学科的研究论文 ,主要报道创新性研究成果.

《地球物理学报》于 1999 年荣获首届国家期刊奖 ,2000 年获中国科学院优秀期刊特别奖 ,2001 年入围"中国期刊方阵"被评为"双高期刊",2003 年获第二届国家期刊奖. 是中国科技信息研究所信息分析中心、中国科学院引文数据库等的统计源期刊和 SCI 等国际检索机构的统计源期刊.

《地球物理学报》中、英文版均为双月刊. 中文版于单月中旬出版 ,英文版 (网络版) 由美国地球物理学家联合会 (简称 AGU) 向世界发行 ,双月底 Online.

中文版　国内邮发代号 :2-571　　刊号 : ISSN 0001-5733
　　国外发行代号 :BM 76　　定价 :50.00 元/ 期
英文版　刊号 : ISSN 0898-9591　　定价 :100 元/ 年 (6 期)

学生和中国地球物理学会会员可按优惠价订阅.

联系地址 :北京 9825 信箱《地球物理学报》编辑部
邮　　编 :100029
电　　话 :010-62007700、62007696
传　　真 :62007709
E-mail :actageop @mail. igcas. ac. cn

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net