

岳文正, 陶 果, 朱克勤. 二维格子气自动机模拟孔隙介质的电传输特性. 地球物理学报, 2005, 48(1):189~195

Yue W Z, Tao G, Zhu K Q. Simulation of electrical transport properties in oil-water saturated porous media with 2-D lattice gas automata. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2005, 48(1):189~195

二维格子气自动机模拟孔隙介质的电传输特性

岳文正^{1,2}, 陶 果², 朱克勤¹

1 清华大学工程力学系, 北京 100084

2 石油大学 CNPC 测井重点实验室, 北京 102249

摘 要 本文应用 2-D 格子气自动机模拟饱和油水两相的多孔介质的导电特性. 在油水两相界面处, 引入反射与透射系数来决定粒子的运动状态, 通过调节反射与透射系数就可以改变油水两相的导电性差异. 用模拟结果考察 Archie 公式的地层因素 $F = R_o/R_w$ 和电阻率增大系数 $I = R_t/R_o$, 其中, R_o 为百分之百饱和水时的岩石电阻率, R_w 为水的电阻率, R_t 为不同流体饱和度时的岩石电阻率. 结果表明 F 与孔隙度 ϕ 间, I 与含水饱和度间都存在幂关系, 并可以表示为 $F = a \phi^{-m}$, $I = b S_w^{-n}$. 模拟结果同时证实: 公式中的参数 a 、 m 的变化反映了孔隙微观结构的变化, 参数 b 、 n 主要受孔隙度大小和油相分布状态的影响.

关键词 地层电阻率 Archie 公式 孔隙结构 格子气自动机

文章编号 0001-5733(2005)01-0189-07 中图分类号 P319 收稿日期 2003-10-31, 2004-09-09 收修定稿

Simulation of electrical transport properties in oil-water saturated porous media with 2-D lattice gas automata

YUE Wen-Zheng^{1,2}, TAO Guo², ZHU Ke-Qin¹

1 Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China

2 CNPC Key Lab of Well-logging, University of Petroleum, Beijing 102249, China

Abstract The Lattice Gas Automata method is used to research the electrical transport properties of porous media saturated with oil-water. We introduce the reflective coefficient on the border between phases to demonstrate how free the lattice gas particles can go through them, so the difference of electrical transport properties could be changed by adjusting the reflective coefficient. The simulation results show that there are power law relations: $F = a \phi^{-m}$ and $I = b S_w^{-n}$ with the definition of $F = R_o/R_w$, $I = R_t/R_o$ where a , b , m and n are constants, ϕ is the porosity, S_w is the water saturation, R_o the resistivity of porous media fully saturated with water, R_w the resistivity of water, and R_t the resistivity of oil-water saturated porous media. The parameters a and m are strongly dependent on the micro-scale structure of porosity, and the parameters b and n are affected by the distribution of fluids and the porosity.

Key words Formation resistivity, Archie formula, Saturated porous medium, Lattice gas automation, Resistivity index.

1 引 言

研究饱和和流体孔隙介质中电的传输特性随孔隙

度和流体饱和度变化的规律, 对于油气勘探、污水处理、煤炭勘查等方面具有很重要的意义. 1942 年, Archie^[1] 给出了电阻率与孔隙度、流体饱和度间的关系式

$$\frac{a}{\phi^m} = \frac{R_0}{R_w} = F, \quad (1)$$

$$\frac{b}{S_w^n} = \frac{R_t}{R_0} = I. \quad (2)$$

即 Archie 公式,它构成测井信息应用的基础. 其中, R_0 为百分之百饱和水时的岩石电阻率, R_w 为水的电阻率, R_t 为不同流体饱和度时的岩石电阻率, ϕ 为孔隙度, S_w 为含水饱和度, a 、 b 为拟合指数, m 为胶结指数, n 为饱和度指数. F 称为地层因素, I 称为电阻率增大系数. 尽管许多的岩芯物理实验都已经证实了 Archie 所描述的电阻率与孔隙度、饱和度之间的关系,但是这种关系的物理基础并不明确,存在争议^[2]. Herrick 和 Kennedy^[3]指出, Archie 公式的参数没有实际的物理意义,只是曲线拟合的参数,因此导电效率的概念更符合实际. 而许多学者^[4-6]指出,在孔隙度不太小的情况下, m 不受孔隙度大小的影响,但受孔隙形状的影响,所以 m 是孔隙结构的反映.

这些争论的产生,部分源于岩石实验微观过程的不可观测性和不可控性. 由于只能从宏观角度对孔隙介质的导电特性进行带有整体平均效应的测量,并且微观孔隙特征无法改变,因此不能通过改变微观结构来研究它对拟合参数的影响. 基于同样原因,也不可能通过改变岩芯中流体的分布状态来研究饱和流体非均匀分布对饱和度指数 n 的影响. 正是由于实际岩芯的微观不可观测性和不可控性,开发利用数值模拟的方法来研究这个问题已经成为有希望的发展方向之一.

目前,研究微观流体的流动规律最新的方法是格子气自动机 (Lattice Gas Automata) 方法^[7]. Rothman^[8]在 1988 年,利用格子气自动机成功的模拟了流体在多孔介质中的流动,并认为该方法可以精确模拟流体在任意复杂的不规则多孔介质中的流动规律. 2000 年, Kütz et al.^[2]研究了多孔介质流体的流动特性,用黏度大小来表征介质骨架和孔隙空间的电流传输特性,但是仅考虑了孔隙中充填一种流体——水,因而只考察了 F 之间的关系. 他们的研究成果开辟了用格子气自动机方法研究孔隙岩石中流体运动的新领域. 本文将用格子气自动机研究孔隙结构、流体饱和状态 (饱和多相流体) 对 Archie 公式中各参数的影响,为更深入地理解和应用这些理论奠定基础. 此外,格子气自动机在地球物理领域有广泛的应用^[9-12].

2 格子气自动机方法

LGA 模型方法是在细胞自动机基础上演变和发展起来的. 第一个完全离散的 LGA 模型是 1973 年建立的 HPP 模型^[13]. 1986 年,正六边形格子的 FHP^[14]模型的提出解决了 HPP 模型的非旋转对称问题. FHP 模型的宏观行为符合标准 Navier-Stokes 方程. 定态情况下,通过适当地重新标度时间,可以克服模型不满足 Galilean 不变性的问题^[7]. 李元香等^[7]对 FHP 模型作了改进与补充,如无静止粒子的 FHP I 模型、有一个静止粒子的 FHP II 模型和有多个静止粒子的 FHP III 模型,均使 FHP 模型更趋完善.

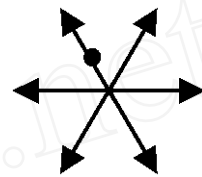


图 1 FHP 格子模型空间离散图

Fig. 1 Diagram of discrete space for the FHP model

图 1 中黑点为格子气体,沿箭头方向运动. Frisch^[14]在 1986 年给出了 Navier-Stokes (NS) 方程的理论推导,并发现格子气流体的动力学黏度取决于碰撞规则和平均粒子密度,并按照黏度的不同,把碰撞规则分为 5 类 (从 FHP₁ 到 FHP₅),可以模拟五种不同性质的流体.

本文采用带有一个静止粒子的 FHP 模型. 按照格子气理论,首先导出离散形式的 Boltzmann 方程,再由它推导宏观的流体力学方程. 下面以碰撞规则 FHP₂ 为例来说明其工作原理,假设在节点 x 处,设 $f(x, t)$ 表示 t 时刻, x 节点 e 方向有粒子的概率,则根据统计物理学的定义,可由统计平均给出的宏观量,

$$\text{密度:} \quad \rho = \sum_e f(x, t) \quad (3)$$

$$\text{动量:} \quad u = \sum_e e \cdot f. \quad (4)$$

按照 Frisch^[14]的方法,可得到 NS 方程,

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot g(\rho, u) - \mu \nabla^2 u = -c_s^2 \nabla p + \mu \nabla^2 u. \quad (5)$$

对于黏度恒定为 μ 的不可压缩流体,不考虑重力影响的情况下,当流动达到稳态时 NS 方程可以写成^[15]

$$-p - \mu \frac{V}{K} = 0, \quad (6)$$

其中, p 为压力, μ 为黏度, V 为渗流速度, K 为渗流特性(渗透率). 上式变形即可得到 Darcy 定律在没有重力影响情况下的形式

$$V = -\frac{K}{\mu} p. \quad (7)$$

由 Maxwell 定律和 Stokes 定律可以推导出电流密度和电导率的具体表达式为

$$J = -\frac{T}{\mu} \phi, \quad (8)$$

$$= \frac{T}{\mu} = \frac{1}{\rho}. \quad (9)$$

其中, $T = nq^2/6a$, n 为粒子密度, q 为电荷, a 为粒子半径, ρ 为电阻率, σ 为电导率, ϕ 为电势.

比较式(7)与式(8)可以发现,这两个式子的形式几乎是相同的,这说明在忽略重力影响下,电的流

动与其他流体的流动有着相似的规律,这样,有理由认为格子气方法同样可以用来模拟电的流动. 通过比较(7)式与(8)式并考虑(9)式,可以用格子气流体的黏度 μ 来对应电阻率.

3 孔隙介质模型的建立

本文采用多相流体饱和和孔隙介质模型(图2). 饱和油水两相流体的多孔介质由三相组成:骨架、水和油. 多相流体饱和和孔隙介质的导电特性由多相混合构成. 在格子气自动机中,每一相的电传输特性仅由该相所在空间粒子的碰撞规则决定,因此孔隙介质模型的不同组成部分,可通过在不同的离散空间节点应用不同的碰撞规则完成^[2,16]. 骨架点和油对应于高电阻率相,孔隙空间和水对应于低电阻率相.

为检验孔隙空间结构对导电特性的影响,采用

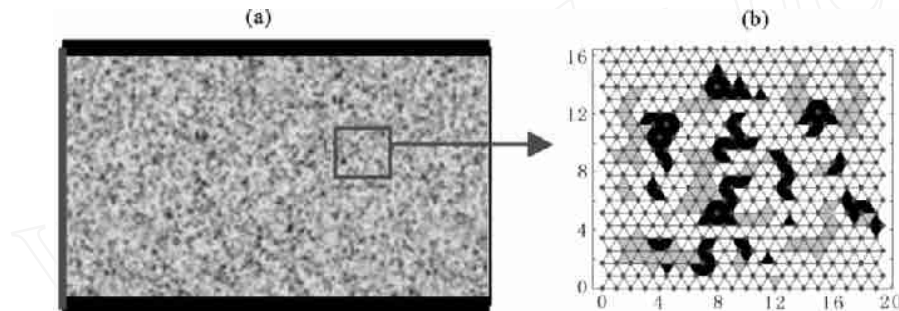


图2 多孔介质模型示意图

(a) 为多孔介质模型实体,上下两个黑体表示绝缘隔离层,左条带体表示施加正电压;(b)为(a)中方框部分的实体放大.

其中,黑色表示油相,灰色表示骨架,白色表示水相,圆点表示空间离散的节点.

Fig. 2 Sketch of porous media

(a) model of porous media (band at top and bottom the insulated layer, the left band the applied voltage);

(b) zoom out of rectangular area in (a), the black the oil, the gray the matrix, the white the water.

不同形状的骨架颗粒来构造孔隙介质模型,通常骨架的复杂程度同样能够反映孔隙空间的复杂程度^[17]. 骨架形状及流体饱和度、孔隙度等孔隙介质模型参数在格子气自动机模型中的定义见文献[18].

根据需要分别按照不同的孔隙度和饱和度,按照不同的孔隙结构和饱和流体的分布情况建立饱和和流体孔隙介质模型.

4 数值试验

本文对格子气方法进行了改进,即在相与相的边界处不允许粒子自由出入,而是引入透射系数(T)与反射系数(R)决定粒子在边界处的运动方向,这一点与以往的方法不同. 以往仅仅对不同的相采

用不同的碰撞规则,在边界处允许粒子自由出入,这样在模拟电的流动时无法体现电流对导电路径的选择性. 经过这样改进就可以通过调节透射与反射系数来控制各相之间的导电能力,同时能够反映电流对导电路径的选择性. 反射系数与透射系数存在以下关系, $R + T = 1$. 利用建立的多孔介质模型结合格子气数值运算方法,就可以模拟孔隙结构和流体饱和状态任意复杂的介质模型.

数值实验过程中,采用 Rothman^[8]和 Künz^[2]的方法施加电压. 模型的上下边界设为绝缘边界,绝缘边界的处理在格子气算法中极易实现,即采用所谓的无滑移固壁边界^[7]. 如果以介质模型(见图2)的横向为 x 轴,纵向为 y 轴,当粒子以速度 (V_x, V_y) 入射到绝缘边界,则以速度 $(-V_x, -V_y)$ 反射. 为了模

拟无穷介质,设模型的左右边界为周期性边界,如果以 $S_o(n)$ 表示第 n 时间步流出边界的状态, $S_i(n+1)$ 表示第 $n+1$ 时间步流入边界的状态,则 $S_i(n+1) = S_o(n)$.

利用格子气自动机在网格为 100×120 的介质模型上进行运算,设置电压为 0.1,初始平均粒子分布密度为 0.85,对水相采用 FHP₃ 规则,对骨架采用 FHP₂ 规则,对油相采用 FHP₁ 规则,水、油及骨架的电阻率之比为 1 118.69 143.17. 经过平均为 45000 步的运算达到稳定,如图 3. 从图中可以看出,即使在平衡态也存在涨落,这是由流体流动空间的绝对离散和格子气运算方法的离散本质决定的^[2].

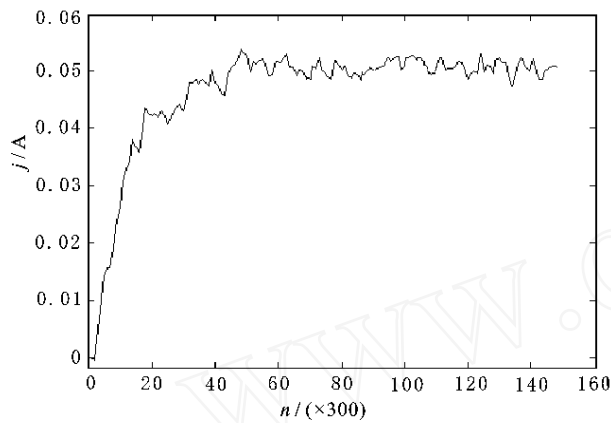


图 3 每 300 步电流强度图
 j 为电流强度, n 为运算步数.

Fig. 3 Average electric current of every 300 time steps for calculation
 j is the intensity of current; n is the time step.

当格子气自动机运行达到稳定时,可以利用 Rothman 的方法计算得到相应模型的电阻率^[1]. 然后按照 Archie 公式定义得到相应的 F 和 I .

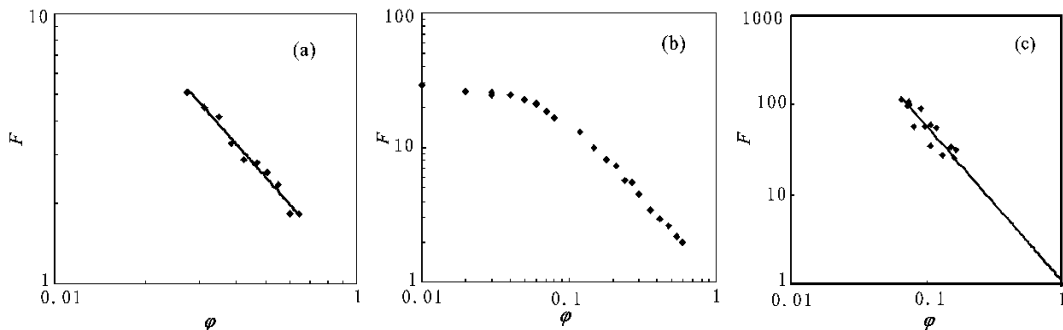


图 4 F 与孔隙度 关系图

(a) $> 10\%$; (b) $0.6 > > 0.01$; (c) 实验结果.

Fig. 4 Relationship between F and porosity

4.1 地层因素 F 与孔隙度 的关系

根据上述介质模型的运算结果得到地层因素 F 与孔隙度 的关系,正如 Archie 描述的那样,存在幂函数关系^[1].

同样,对所有不同类型的骨架,均得到类似的关系图,具体参数见表 1.

表 1 不同骨架结构对 F 与孔隙度 关系的影响

Table 1 Effects of grain shapes on relationship between F and

骨架类型	a	m	r
菱形	1.07	1.41	0.98
三角形	1.04	1.25	0.99
随机点分布	1.03	1.22	1.00
矩形	1.04	1.18	0.99

表 2 F 与孔隙度 幂关系参数^[2]

Table 2 Parameters of F - relationship^[2]

骨架形状	a	m	r
随机分布	1.08	1.22	0.998
三角形	1.08	1.26	0.999
菱形	1.05	1.24	0.998

根据计算结果,可以看出地层因素 F 与孔隙度 间的幂函数关系对各种骨架结构都是成立的,并且指数 m 受骨架结构的影响,也就是说参数 m 与导电路径的复杂程度有关,与孔隙空间的复杂程度有关. 计算结果也表明在 $> 10\%$ 时, F 与 间的幂数关系与数据吻合得很好(见图 4a),拟合系数都大于 0.9. 但是,当 $< 10\%$ 时(如图 4b 所示), F 与 间的关系有了改变. 当 $< 3\%$ 时,其 F 值已经偏离了拟合关系直线(在双对数坐标系),表现为明显的非线性关系. 这个结论与 Küntz et al.^[2] 所得的结论

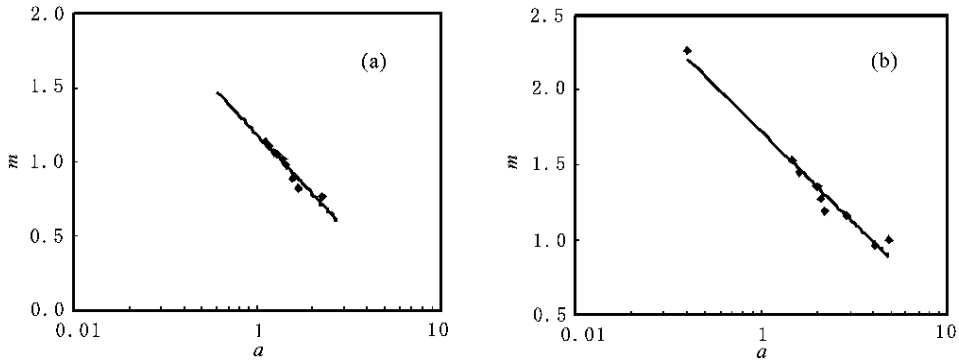


图 5 数值模拟 a 、 m 关系图
(a) 数值模拟结果; (b) 岩芯实验结果.

Fig. 5 Relationship between a and m obtained by LGA simulation

基本相同,认为 $< 3\%$ 时 F 与 S_w 的关系偏离了幂函数关系,他所得的 F 与 S_w 的幂函数关系参数见表 2 所示. 此外,数值实验结果表明参数 a 、 m 之间存在依赖关系(见图 5a),这与岩芯实验结果(见图 5b)相吻合.

4.2 电阻率增大系数 I 与含水饱和度 S_w 的关系^[19]

对孔隙度为 30%,骨架形状为三角形的孔隙介质模型,采用不同形状的油滴进行饱和,获得不同的饱和度模型. 油滴形状采用骨架形状类型. 含油饱和度变化范围为 0 S_o 0.8. 计算结果显示,电阻率增大系数 I 与含水饱和度之间存在幂函数关系,与 Archie 公式中电阻率增大系数 I 与含水饱和度之间的关系式相符,如图 6 所示.

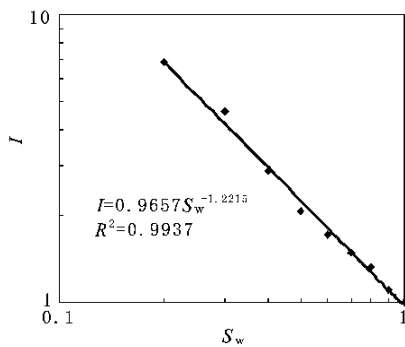


图 6 三角形骨架颗粒 I 与含水饱和度 S_w 关系图

Fig. 6 Relationship between triangular grain I and water saturation S_w

对所有类型的油滴分布进行了计算,计算结果见表 3. 可以看出,地层电阻率增大系数 I 与含水饱和度之间的幂函数关系受油滴分布形态的影响. 表 4 显示了随机点状分布的骨架和油滴模型,在不同孔隙度时, b 、 n 的变化情况. 表 4 表明,孔隙度的大小对指数 b 、 n 有一定的影响,基本上在中高孔隙度

指数 n 较大.

表 3 不同油滴形状对 I 与含水饱和度关系的影响

Table 3 Effects of different shapes of oil drip on I - S_w relationship

油滴类型	b	n	r
菱形	1.0649	1.3905	0.9802
三角形	0.9960	1.2553	0.9897
随机点分布	0.9657	1.2215	0.9968
矩形	1.0442	1.1517	0.9929

表 4 不同孔隙度下 I 与含水饱和度关系 (0.1 S_w 1)

Table 4 Relationship between I and S_w for different porosities (0.1 S_w 1)

孔隙度	b	n	r
30.00	1.0047	1.2082	0.9969
27.00	0.9940	1.2224	0.9969
24.00	0.9723	1.2329	0.9967
18.00	0.9741	1.2904	0.9982
15.00	0.9972	1.3168	0.9982
10.00	1.0952	0.7997	0.9198
8.00	1.1012	0.5233	0.9213
5.00	1.1522	0.4101	0.9102

5 岩芯实验验证

为了作对比,本文从某油田取得 15 块岩芯,岩芯参数见表 5. 采用常规驱替实验对岩芯的导电性进行实际测量,获得电阻率增大系数与含水饱和度关系图和地层因素与孔隙度的关系图,见图 4c, 5b 和图 7.

把图 4(a, c) 作比较,证实地层因素 F 与孔隙

度间的幂函数关系,同样由于岩芯的孔隙结构比我们建立的模型要复杂的多,所以岩芯实测的指数 m 也要比数值模拟的结果大,但规律是一致的。

通过对比图 5(a, b) 可以发现,格子气自动机模拟的 a 与 m 之间的依赖关系,与岩芯实验测得的 a 与 m 之间的依赖关系是相同的。

表 5 样品基本参数表

Table 5 Basic parameters of rock samples

样品号	岩石类型	孔隙度 (%)	渗透率 ($10^{-3} \mu\text{m}^2$)	含水岩石电阻率 R_0 (m)	泥质含量 (%)	碳酸盐含量 (%)
1	中砂岩	10.75	0.91	72.55	6.8	15.66
2	细砂岩	7.52	0.24	129.91		22.15
3	粗砂岩	10.75	0.33	25.73		8.1
4	细砂岩	8.1	1.25	68.6	4.9	
5	砾岩	13.24	3.21	33.13		7.8
6	中砂岩	11.88	4.30	66.84		10.22
7	中砂岩	9.81	0.34	69.64	6.3	12.81
8	粗砂岩	12.06	10.41	94.42	4.6	
9	灰岩	7.21	3.65	115.89		
10	泥晶灰岩	6.56	1.48	130.25		
11	碎屑岩	15.2	7.50	97.86		
12	白云岩	9.16	2.19	110.15		
13	中晶白云岩	7.6	1.04	107.2		
14	角砾岩	16.1	11.08	68.77	5.3	
15	火成岩	16.5	8.83	45.56		

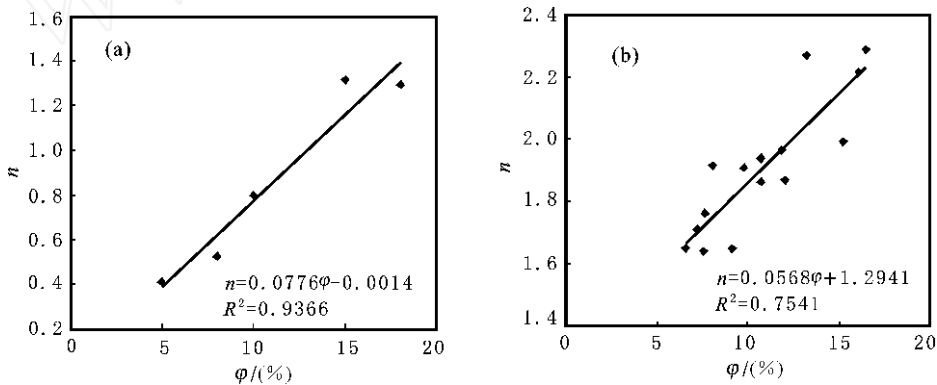


图 7 数值模拟与岩芯实验所得的 n 、 n 之间关系图

(a) 数值模拟结果; (b) 岩芯实验结果; 范围在 5% ~ 15%.

Fig. 7 Relationship between n and n obtained by (a) LGA simulations and (b) Laboratory experiments

图 7 表明, n 值在中高孔隙度比较大, 孔隙度越小时, n 值变小. 对于这个规律岩芯实验结果与数值模拟结果是一致的, 对比图 7(a, b) 可以明显看出 n 、 n 之间线性关系的斜率十分相近. 但是由于实际岩芯的微观流体饱和和分布要比我们构建的数值模型复杂得多, 因此一般岩芯实测的结果 n 值要比数值模拟的 n 值大, 而这也说明 n 反映了微观流体饱和和分布状态, 微观流体饱和和分布越复杂, n 值越大.

岩芯实验证实了数值模拟对研究孔隙介质中电

的传输特性是有效的. 数值模拟结果说明, Archie 公式中的参数 a 、 m 的变化反映了孔隙微观结构的变化, 参数 b 、 n 主要受孔隙度大小和油相分布状态的影响.

6 结 论

格子气自动机是一种较新的数值算法, 这种方法的便捷之处在于整个模拟过程中, 模型微观状态

是可观测的,孔隙介质模型的微观结构以及流体充填相的分布状态是可调的,它的出现使通过改变多孔介质模型结构以及改变孔隙中油的分布状态来了解 Archie 公式中各项参数的物理意义成为可能.通过应用这种算法模拟饱和流体介质中的电传输特性,本文得出结论:Archie 公式中的参数 a 、 m 的变化反映了孔隙微观结构的变化,参数 b 、 n 主要受孔隙度大小和油相分布状态的影响.

参考文献 (References)

- [1] Archie G E. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Trans. Am. Inst. Mech. Eng.*, 1942, **146**:54 ~ 61
- [2] Kütz M, Mareschal J C, Lavallé P. Numerical estimation of electrical conductivity in saturated porous media with 2D lattice gas. *Geophys.*, 2000, **65**(3): 766 ~ 772
- [3] Herrick D C, Kennedy W D. Electrical efficiency-A pore geometric theory for interpreting the electrical properties of reservoir rocks. *Geophys.*, 1994, **59**(6): 918 ~ 927
- [4] Sen P N, Scala C, Cohen M H. A self-similar model for sedimentary rocks with application to the dielectric constant of fused glass beads. *Geophys.*, 1981, **46**: 781 ~ 795
- [5] Schwartz L M, Banavar J R. Transport properties of disordered continuum system. *Phys. Rev. B.*, 1989, **39**: 11965 ~ 11970
- [6] Wong P, Koplik J, Tomatic J P. Conductivity and permeability of rocks. *Phys. Rev. B*, 1984, **30**: 6606 ~ 6614
- [7] 李元香, 康立山, 陈毓屏. 格子气自动机. 北京:清华大学出版社, 1994
- Li Y X, Kang L S, Chen Y P. Lattice Gas Automation. Beijing: Tsinghua University Press, 1994
- [8] Rothman D H. Cellular automation fluids: a model for flow in porous media. *Geophys.*, 1988, **53**: 509 ~ 518
- [9] 李幼铭, 胡健行. 细胞自动机在地震波传播研究中的应用. 地球物理学报, 1995, **38**(5): 651 ~ 661
- Li Y M, Hu J X. Application of cellular automata approach to the study of seismic wave propagation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1995, **38**(5): 651 ~ 661
- [10] 胡健行, 李幼铭. 模拟固体中波动过程的细胞自动机建模研究. 地球物理学报, 1997, **40**(1): 120 ~ 125
- Hu J X, Li Y M. Modeling research for simulating seismic wave propagation in solid by cellular automata. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1997, **40**(1): 120 ~ 125
- [11] 刘劲松, 许云, 乌达巴拉. 用于地震波场模拟的变网格边长声格固体模型. 地球物理学报, 1999, **42**(4): 536 ~ 542
- Liu J S, Xu Y, UDA B L. Phononic lattice solid with various grid length for modeling seismic waves. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1999, **42**(4): 536 ~ 542
- [12] 王真理, 李幼铭. 细胞自动机地震波模拟的并行化算法. 地球物理学报, 1999, **42**(3): 410 ~ 415
- Wang Z L, Li Y M. Parallel algorithm for simulating seismic wave propagation by cellular automata. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1999, **42**(3): 410 ~ 415
- [13] Hardy J. Time evolution of a two-dimensional model system. *J. Math. Phys.*, 1973, **14**: 1746 ~ 1759
- [14] Frisch U, Hasslacher B, Pomeau Y. Lattice gas automation for the Navier-Stokes equation. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **56**: 1505 ~ 1507
- [15] 孔祥言. 高等渗流力学. 合肥:中国科学技术大学出版社, 1999
- Kong X Y. Advanced Seepage Flow Dynamics. Hefei: Press of Science and Technology University of China, 1999
- [16] Boon J P, Noullez A. Lattice gas diffusion and long time correlation, in Monaco, R., ED., Discrete kinematics, lattice gas dynamics and foundations of hydrodynamics. *World Scientific*, 1989:399 ~ 407
- [17] 岳文正. 孔隙介质导电特性与流体饱和度的 2D 格子气自动机研究[博士论文]. 北京:石油大学资源与信息学院, 2003
- Yue W Z. Electrical transport properties of fluids saturated porous media by 2D lattice gas automation[Ph. D. Thesis] (in Chinese). Beijing: School of Earth Resources and Information Technology, University of Petroleum, 2003
- [18] 岳文正, 陶果, 朱克勤. 饱和多相流体岩石电性的格子气模拟. 地球物理学报, 2004, **47**(5): 905 ~ 910
- Yue W Z, Tao G, Zhu K Q. Simulation of electrical properties of rock saturated with multi-component fluids using lattice gas automation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2004, **47**(5): 905 ~ 910
- [19] YUE Wen-Zheng, TAO Guo, ZHU Ke-Qin. Investigation of resistivity of saturated porous media with lattice Boltzmann method. *Chin. Phys. Lett.*, 2004, **21**(10): 2069 ~ 2072